

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

INCERTITUDE DES TAUX DE CHANGE DANS LE SYSTÈME DE
PLAFONNEMENT ET D'ÉCHANGE AVEC BORNES DE PRIX : LE CAS
DU MARCHÉ DU CARBONE ENTRE LA CALIFORNIE ET LE QUÉBEC

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR
EMMANUEL COUTU

DÉCEMBRE 2016

REMERCIEMENTS

À tout seigneur, tout honneur! Je voudrais d'abord remercier chaleureusement mon directeur de mémoire, Charles Séguin, pour son soutien indéfectible durant ces derniers mois. Par son engagement, sa disponibilité et ses conseils, Charles Séguin a été un guide exemplaire dans la réalisation de ce projet.

En deuxième lieu, je tiens aussi à remercier l'organisme *Sustainable Prosperity* pour son soutien financier. Merci d'avoir cru en ce projet!

Enfin, je tiens à remercier Gisèle Legault, analyste en informatique au département de mathématiques, pour le temps consacré à résoudre mes difficultés d'ordre technique relatives aux exigences de présentation de ce projet.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES	v
LISTE DES TABLEAUX	vii
RÉSUMÉ	ix
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I	
REVUE DE LITTÉRATURE	12
1.1 Efficacité des instruments	13
1.2 Introduction de l'instrument hybride	15
1.3 Calibration et simulation de modèle appliquées aux phénomènes des changements climatiques	17
1.4 Liaison des marchés de plafonnement et d'échange	22
CHAPITRE II	
MODÉLISATION	25
2.1 Présentation du modèle d'équilibre partiel	25
2.2 Situation d'incertitude sur le taux de change	41
2.2.1 Règle d'harmonisation avec maximum des prix locaux	43
2.2.2 Règle d'harmonisation avec minimum des prix locaux	50
2.2.3 Règle d'harmonisation avec moyenne pondérée des prix locaux	56
CHAPITRE III	
CALIBRATION	61
3.1 Calibration des paramètres	62
3.1.1 Détermination des paramètres de la fonction de bénéfice	62
3.1.2 Choix des données binaires du taux de change $(\underline{\epsilon}, \bar{\epsilon})$	65
3.1.3 Paramètre de corrélation	66
3.2 Détermination des paramètres de la fonction de dommage marginal	67

3.3	Simulations	71
3.3.1	1 ^{er} scénario à variance modérée	74
3.3.2	2 ^e scénario, ajout de l'Ontario	76
3.3.3	3 ^e scénario à variance faible	78
3.3.4	4 ^e scénario à variance forte	79
	CONCLUSION	81
	ANNEXE A DÉMONSTRATION DES PREUVES POUR LA SECTION MODÉLISA- TION	84
	ANNEXE B LES CONDITIONS DE PREMIÈRE ORDRE PROVENANT DE LA MI- NIMISATION DE L'ESPÉRANCE DE LA PERTE SÈCHE ASSOCIÉE À UNE RÈGLE PONDÉRÉE	97
	ANNEXE C DÉMONSTRATION DES RÉSULTATS POUR LES PARAMÈTRES DE TAILLE	100
	BIBLIOGRAPHIE	102

LISTE DES FIGURES

Figure	Page
0.1	Évolution du prix du millésime en Californie et au Québec 8
2.1	Marché d'équilibre partiel, selon les réalisations possibles du choc 33
2.2	Perte sèche suivant l'utilisation de chaque instrument pour la région i (avantage instrument prix) 35
2.3	Perte sèche suivant l'utilisation de chaque instrument pour la région i (avantage instrument quantité) 36
2.4	Construction de l'instrument hybride en tenant compte de l'incertitude du paramètre θ pour la région i 41
2.5	Perte sèche espérée suivant les réalisations du taux de change, sur le marché 1, lorsque la règle d'harmonisation adopte le prix local le plus élevé. 44
2.6	Perte sèche espérée suivant les réalisations du taux de change sur le marché 2, lorsque la règle d'harmonisation adopte le prix local le plus élevé. 45
2.7	Perte sèche suivant la réalisation du taux de change, sur le marché 1, lorsque la règle d'harmonisation adopte le prix le plus faible. . . 51
2.8	Perte sèche suivant la réalisation du taux de change, sur le marché 2, lorsque la règle d'harmonisation adopte le prix le plus faible. . . 52
2.9	Perte sèche suivant la réalisation du taux de change, sur le marché 1, lorsque la règle d'harmonisation adopte une moyenne pondérée entre les deux prix locaux. 58
2.10	Perte sèche suivant la réalisation du taux de change, sur le marché 2, lorsque la règle d'harmonisation adopte une moyenne pondérée entre les deux prix locaux. 59
3.1	Évolution de la composante cyclique du logarithme des émissions pour le Québec et la Californie, entre 1990 et 2012. 65

3.2	Marché d'équilibre partiel	69
3.3	Marché d'équilibre partiel avec calibration des paramètres	70

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Page
0.1 Prix plancher exprimé en devises canadienne et américaine selon le territoire et l'année.	4
0.2 Quantité de permis allouée gratuitement aux entreprises québécoises.	6
0.3 Quantités annuelles de permis disponibles par le gouvernement québécois.	6
0.4 Taux de change entre le dollar canadien et le dollar américain selon la période de l'enchère.	7
0.5 Prix plancher et prix de vente aux enchères conjointes.	7
3.1 Valeurs des paramètres de taille en fonction de la composante tendancielle des émissions pour l'année 2012.	64
3.2 Données binaires du taux de change en fonction des scénarios. . .	66
3.3 Données observées pour les différentes enchères de 2014.	67
3.4 Valeurs des paramètres trouvées précédemment	72
3.5 Prix locaux et prix effectifs observés lors des différentes enchères .	73
3.6 Taux de change effectifs aux différentes enchères	73
3.7 Prix recommandés et effectifs pour une règle d'harmonisation qui adopte le prix local le plus élevé, dans le cas d'un scénario à variance modérée	74
3.8 Prix recommandés et effectifs pour une règle d'harmonisation qui adopte le prix le plus faible, dans le cas d'un scénario à variance modérée	75
3.9 Prix recommandés et effectifs pour une règle d'harmonisation qui adopte le prix le plus élevé et dans un contexte où l'Ontario a intégré le marché	76

3.10	Prix recommandés et effectifs pour une règle d’harmonisation qui adopte le prix le plus faible et dans un contexte où l’Ontario a intégré le marché	76
3.11	Prix recommandés et effectifs pour une règle d’harmonisation qui adopte le prix le plus élevé, dans le cas d’un scénario à variance faible	78
3.12	Prix recommandés et effectifs pour une règle d’harmonisation qui adopte le prix local le plus faible, dans le cas d’un scénario à variance faible	79
3.13	Prix recommandés et effectifs pour une règle d’harmonisation qui adopte le prix local le plus élevé, dans le cas d’un scénario à variance élevée	80
3.14	Prix recommandés et effectifs pour une règle d’harmonisation qui adopte le prix le plus faible, dans le cas d’un scénario à variance élevée	80

RÉSUMÉ

La situation climatique au 21^e siècle est préoccupante. Selon les spécialistes du climat, ce siècle sera déterminant sur les conditions d'existences des différentes espèces, humaine et animales. Le réchauffement planétaire pourrait varier de 5°C durant cette période, du jamais vu ! Un réchauffement de cette ampleur entrainera inévitablement des conséquences sur la nature : tempêtes tropicales, sécheresse, fonte glacière, hausse du niveau des eaux... Cette urgence a mené à l'organisation de la 21^e conférence sur le climat à Paris en décembre 2015. Cette conférence est perçue par plusieurs comme la conférence de la dernière chance pour sauver les futures générations de conséquences irréversibles. Bien que la présence de CO₂ dans l'atmosphère ait déjà atteint des sommets, il serait encore possible de contrôler le réchauffement climatique sous les 3°C selon les chercheurs, mais cet objectif nécessite l'effort de la communauté internationale.

Afin de répondre aux objectifs locaux de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES), le Québec et la Californie ont opté pour un marché du carbone commun. Ce marché du carbone multilatéral est l'un des plus récents outils de gestion et de contrôle des émissions de carbone à voir le jour et le premier à utiliser une instrumentation hybride comprenant l'utilisation de permis échangeables et de bornes de prix. Cependant, afin d'intégrer les juridictions à réaliser des enchères communes, une règle d'harmonisation devient nécessaire pour la détermination du prix effectif commun. Cette règle de liaison dépend de la réalisation des prix locaux, mais aussi de la réalisation du taux de change au moment de l'enchère. Suite aux premières enchères, on remarque que la hausse du taux de change durant la période a eu un impact significatif sur la détermination du prix effectif pour une juridiction. C'est afin de mieux comprendre les mécanismes du marché du carbone à plusieurs juridictions et à plusieurs instruments que nous avons décidé de réaliser ce projet. L'objectif de cette recherche est d'étudier le comportement de différentes règles d'harmonisation dans le but de trouver une façon de réduire l'impact de la réalisation du taux de change sur la détermination des prix effectifs sur le marché commun et ainsi rendre la situation plus équitable entre les juridictions.

INTRODUCTION

La menace et l'incertitude qu'accompagnent les changements climatiques sont parmi les problèmes les plus préoccupants, mais aussi les plus fascinants, auxquels l'humain a eu à faire face à ce jour. Bien que le climat connaisse des variations naturelles qui s'accompagne parfois d'un réchauffement et parfois d'un refroidissement, ce sont les changements climatiques provenant de l'activité humaine qui inquiètent la communauté internationale, puisque ce processus de réchauffement se produit beaucoup plus rapidement que les variations naturelles. Comprendre les changements anthropiques nécessite de connaître l'origine des émissions des GES, la quantité d'émissions annuelles, l'accumulation globale des émissions présente dans l'atmosphère, le potentiel de réchauffement climatique des différents gaz ainsi que la durée de vie des gaz dans l'atmosphère. Ce problème est d'autant plus préoccupant puisque l'accumulation des GES dans l'atmosphère, peu importe leurs lieux d'émissions, accentuent la pression du réchauffement climatique ce qui causera inévitablement des conséquences pour tous les pays. Dans ce contexte, s'attaquer à ce genre de problème est d'une grande complexité puisqu'il nécessite de rassembler, de convaincre et de coordonner l'action de plusieurs pays. À moins d'un effort soutenu de réductions des émissions des GES venant de la communauté internationale, les changements climatiques auront des conséquences graves et irréversibles sur l'ensemble des pays¹.

La pertinence de ce travail est d'autant plus grande puisqu'elle nécessite de coordonner les actions des différents gouvernements dans un objectif commun, sans

1. GIEC, Changements Climatiques 2013

quoi, tous les pays seront affligés par les externalités négatives des émissions de chaque pays. Ce problème peut être référé à celui de la tragédie des communs, utilisée pour la première fois par Garrett Hardin en 1968 (Hardin 1968). Dans un contexte où tous les pays peuvent exploiter une ressource limitée, rivale et sans propriétaire, dans ce cas-ci la capacité d'absorption de la terre, la stratégie rationnelle d'un pays mène à une situation où tous les pays sont perdants car tous vont surexploiter la ressource. Évidemment, le contexte général des changements climatiques ne peut être ignoré puisque celui-ci est non-viable pour l'espèce humaine à long terme.

C'est avec la volonté d'en apprendre et d'informer la population sur les conséquences potentielles entourant les réchauffements climatiques que le Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat (GIEC) est créé en 1988. Ce regroupement de scientifiques travaillent ainsi à élaborer de différentes stratégies afin de limiter les conséquences de ces changements.

Suite à la création du GIEC et de la réalisation de son premier rapport sur l'évolution du climat en 1990, les premiers gestes en faveur de la réduction des émissions de gaz à effet de serre vont se produire en décembre 1997, à Kyoto. Trente-sept pays industrialisés ainsi que la communauté européenne acceptent d'entreprendre un plan de réduction des niveaux d'émissions de gaz à effet de serre responsables des changements climatiques. Cet accord ciblait la réduction de 5,2 % des émissions globales de gaz à effet de serre sous le niveau de 1990, par les pays industrialisés, pour 2012. Cependant, la non-ratification de l'accord par plusieurs pays et l'incapacité d'entreprendre un plan de réduction mondial va rapidement reléguer le protocole de Kyoto au rang de projet irréalisable. C'est tout de même avec l'objectif d'atteindre les premières cibles d'émissions fixées par le protocole pour 2012 que l'Union européenne procède, pour ses membres, à l'instauration du premier système de plafonnement et d'échange des droits d'émissions polluantes,

l'European Union Emissions Trading System (EU ETS), en 2005.

Cependant, le cas de l'EU ETS, qui utilisait seulement un nombre de permis échangeables, a démontré certaines lacunes au niveau de l'efficacité du marché quand le prix de vente du permis a chuté à un niveau quasi nul. Une restriction ne permettant pas aux firmes de reporter leurs permis de pollution non utilisés aux années ultérieures et une surallocation initiale de permis trop importante ont provoqué la chute de la valeur du permis.

Durant les années qui suivirent, plusieurs autres marchés de contrôle des émissions de carbone, infranationaux et nationaux, se sont développés : au Japon, en Nouvelle-Zélande, en Corée du Sud, aux États-Unis (RGGI/WCI/MGGRA)², au Canada (WCI), en Suisse et en Australie. Le développement de marchés régionaux proposait une alternative moins restrictive que la réduction des émissions globales et offrait une possibilité de créer des liens unilatéraux et bilatéraux une fois le marché en place.

Du côté nord-américain, la volonté de réduction des émissions de carbone est d'abord venue d'un regroupement d'états de l'Ouest américain auquel se sont jointes plusieurs provinces canadiennes. Cette volonté commune de s'attaquer aux émissions de gaz à effet de serre et aux changements climatiques à l'échelle régionale, a mené à la formation de la WCI, un organisme qui a pour but d'élaborer, d'harmoniser et de mettre en œuvre un ensemble de recommandations pour lutter contre les changements climatiques. C'est en 2010 que la WCI présente le prototype d'un premier système de plafonnement et d'échange de droit d'émissions (SPEDE) initialement prévu pour janvier 2012. Ce système de plafonnement et d'échange fonctionne par l'utilisation d'une instrumentation hybride de contrôle

2. Regional Greenhouse Gas Initiative (RGGI), Midwest Greenhouse Gas Reduction Accord(MGGRA), Western Climate Initiative (WCI)

des quantités d'émissions de pollution sous contrainte d'un prix plancher et d'un prix plafond. Les prix plancher et plafond s'ajustent à l'inflation + 5 % par année et la quantité d'émissions permise diminue graduellement pour répondre à l'objectif premier qui est de réduire l'impact de l'activité humaine sur le climat.

Tableau 0.1 Prix plancher exprimé en devises canadienne et américaine selon le territoire et l'année.

	Québec (\$ Ca)			Californie (\$ Us)		
Année	2014	2015	2016	2014	2015	2016
Prix plancher	11,39	12,08	12,82	11,34	12,10	12,73

Entre 2014 et 2015, le prix plancher a été majoré par le taux d'inflation, soit 1,06 % pour le Québec et 1,66 % pour la Californie, plus 5 % chacun, tandis que, entre 2015 et 2016, le prix plancher a été majoré par le taux d'inflation, soit 1,13 % pour le Québec et 0,21 % pour la Californie, plus 5 % chacun.

Parmi les juridictions membres de la WCI, le Québec et la Californie sont les seules à avoir adopté de façon distincte le système de plafonnement et d'échange, tel que proposé par l'organisme. Si les juridictions débutent les ventes aux enchères de façon distincte à partir de 2012, en janvier 2013, les deux juridictions annoncent la signature d'un accord afin d'intégrer les deux marchés. La liaison des deux systèmes est officiellement entrée en vigueur le 1er janvier 2014 et la première enchère conjointe a eu lieu au mois de novembre de la même année. La nouveauté de cette entente, qui comprend deux devises, est la substitution des enchères distinctes par des enchères conjointes.

Dans ce nouveau marché, les gouvernements des différentes juridictions se mettent d'accord sur la quantité de permis disponible sur chaque marché et sur le marché conjoint pour chaque enchère. Ensuite, c'est à partir de la quantité établie sur chaque marché et en fonction du prix plancher que chaque juridiction détermine le

prix de vente d'un millésime. La détermination du prix de vente sur chaque marché se conclue à partir d'une enchère distincte pour déterminer le prix potentiel qui permet de vendre tous les permis. Une fois la détermination du prix de vente sur chaque marché complétée, une règle d'harmonisation, préétablie, est appliquée afin de déterminer le prix de vente lors de l'enchère conjointe qui se tient entre les deux juridictions et qui comprend tous les permis en circulation. La nouvelle règle d'harmonisation fixe le prix de vente sur le marché conjoint en fonction du prix de vente le plus élevé parmi les deux enchères distinctes, une fois converti dans la même devise le jour de l'enchère, tout en tenant compte des prix planchers. Dans ce contexte, la détermination du prix plancher et du prix de vente à l'enchère deviennent sujettes aux variations du taux de change.

Dans un contexte où tous les permis ne seraient pas vendus lors d'une même enchère, les permis reviendraient aux différents gouvernements. À savoir si les permis seraient remis ultérieurement en ventes ou simplement retirés, la décision n'est toujours pas connue avec certitude, puisque cette situation ne c'était jamais produite avant cette année.

Ainsi, la volonté des différentes juridictions à former un marché de plafonnement et d'échange de carbone, l'incertitude autour des taux de change et du choix de la règle d'harmonisation auront des effets sur les bénéfices de la liaison des marchés de plafonnement et d'échange et leur capacité à attirer de nouvelles juridictions.

Pour assurer une compétitivité aux entreprises soumises à une forte concurrence internationale, les gouvernements offrent à ces entreprises une quantité de permis gratuitement. Le gouvernement distribue ces permis deux fois par année, soit une première fois le 14 janvier et une deuxième le 14 septembre. À ce jour, le tableau ci-dessous présente les données publiées par le ministère du Développement durable, de l'Environnement et de la Lutte contre les changements climatiques, concernant

les permis alloués gratuitement.

Tableau 0.2 Quantité de permis allouée gratuitement aux entreprises québécoises.

	2013	2014	2015	2016
Quantité de permis (en millions)	18,95	18,66	13,40*	13,65*

* Ces données comprennent seulement la première distribution de millésime par le ministre au 14 janvier de chaque année.

Tableau 0.3 Quantités annuelles de permis disponibles par le gouvernement québécois.

	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Quantité de permis (en millions)	65,3	63,19	61,08	58,96	56,85	54,74

Le tableau 0.3 présente les quantités totales de millésimes en fonction des différentes années, pour le Québec. Une partie de ces permis sont versés gratuitement à des entreprises soumises à une forte concurrence internationale, alors que la différence est vendue aux autres entreprises. Le tableau 0.2 comprend uniquement la quantité versée gratuitement.

Pour répondre à l'objectif de réduction des émissions, le SPEDE prévoit diminuer la quantité totale de permis ainsi que la quantité de permis allouée gratuitement. L'objectif visé par le Gouvernement du Québec est de réduire de 20 % d'ici 2020, les émissions de GES en dessous du niveau de 1990. Selon les dernières informations disponibles, le Québec avait réalisé une réduction de 8 % en 2012. Le tableau 3 présente les plafonds d'émissions pour les différentes années en prévision de la réalisation de l'objectif.

Tableau 0.4 Taux de change entre le dollar canadien et le dollar américain selon la période de l'enchère.

Enchères		Taux de change pour 1 \$ Us en \$ Can
2014	nov.	1,1305
2015	fév.	1,2403
	mai	1,2213
	août	1,3091
	nov.	1,3353
2016	fév.	1,3860
	mai	1,2885
	août	1,2922

Tableau 0.5 Prix plancher et prix de vente aux enchères conjointes.

Enchères		Prix planchers conjoints		Prix à l'enchère	
		Cal. (\$ Us)	Qc (\$ Ca)	Cal. (\$ Us)	Qc (\$ Ca)
2014	nov.	11,34	12,82	12,10	13,68
2015	fév.	12,10	15,01	12,21	15,14
	mai	12,10	14,78	12,29	15,01
	août	12,10	15,84	12,52	16,39
	nov.	12,10	16,16	12,73	17,00
2016	fév.	12,73	17,64	12,73	17,64
	mai	12,73	16,40	12,73	16,40
	août	12,73	16,45	12,73	16,45

Le tableau 5 présente les prix planchers et effectifs des juridictions lors des différentes enchères, une fois la conversion du taux de change. Les données du taux de change effectives sont représentées dans le tableau 4. La figure 1 représente quant à elle l'évolution du prix du millésime avant et après la liaison de la Californie et du Québec. La première enchère conjointe est facilement visible, puisque c'est à ce moment que le prix du millésime au Québec augmente fortement suite à l'application du taux de change.

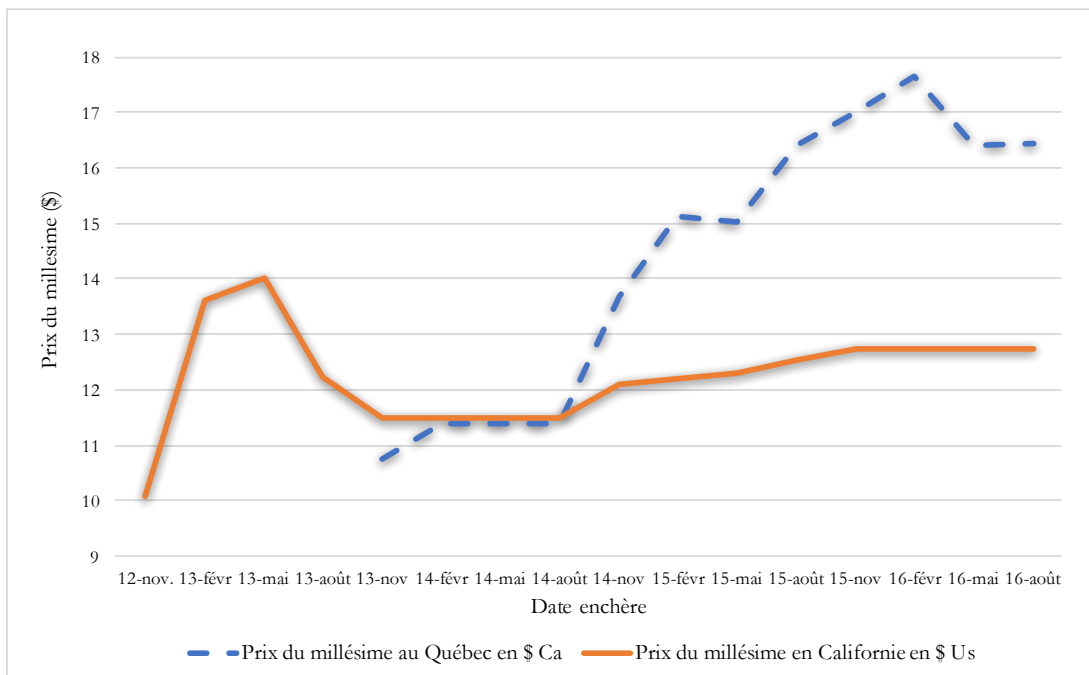


Figure 0.1 Évolution du prix du millésime en Californie et au Québec

Suivant les premières ventes aux enchères organisées conjointement par la California Air Resources Board (ARB) et le Ministère du Développement durable, de l'Environnement et de la Lutte contre les changements climatiques (MDDELCC), on observe que l'importante appréciation du dollar américain a eu un effet direct sur le prix plancher et le prix de vente aux enchères au Québec. L'appréciation du prix plancher de référence, dictée par le marché californien, suivant une règle d'harmonisation qui favorise le prix maximum des prix de référence, entraîne une variation de prix plus importante pour le Québec une fois le prix converti en dollar canadien. Suivant ces résultats, il devient possible de douter du fonctionnement du système quant à son efficacité et son équité puisqu'une juridiction est, dans ce cas, sujette à plus de risque.

Dans le cadre de ce projet, l'objectif est d'étudier l'impact du choix de la règle d'harmonisation et de l'incertitude autour du taux de change sur l'efficacité du

marché de plafonnement et d'échange du carbone, pour deux juridictions, à l'aide d'un instrument hybride. Ce projet nécessite le développement d'un modèle analytique dans un contexte où les prix planchers sont incertains provenant de la variation du taux de change, ce qui n'a jamais été réalisé auparavant. À première vue, on serait tenté de croire qu'une règle d'harmonisation qui tient compte d'une moyenne pondérée entre les deux prix locaux serait plus efficace et plus équitable pour les deux juridictions et viendrait minimiser l'impact du taux de change. Ainsi, on peut penser que la moyenne serait pondérée en fonction de la taille des marchés ou encore tiendrait compte du point milieu.

Dans cette optique, il devient intéressant de questionner la façon par laquelle le marché tient compte du poids de chaque juridiction, sachant que l'économie de la Californie représente plusieurs fois celle du Québec. Il est intéressant de connaître l'avantage que peut représenter la jonction pour deux marchés de tailles différentes contrairement à un fonctionnement en autarcie. Selon le cahier de recherche de Doda et Taschini (2016), il y aurait un avantage à la liaison pour les deux marchés, contrairement à la situation autarcique, bien que l'avantage soit plus important pour le plus petit marché. En plus de l'adhésion en 2017 de l'Ontario et la volonté de plusieurs autres provinces (Manitoba) et États américains (New-York, Vermont, Oregon et Washington) à intégrer le marché du carbone, il faut aussi ajouter à cette liste le Mexique, qui prévoit rejoindre le marché en 2018, ce qui amènera une nouvelle devise dans l'équation. Considérant ces ajouts potentiels, il est d'autant plus important de considérer le poids de chaque juridiction comme facteur de détermination de la règle d'harmonisation.

Compte tenu que les juridictions utilisent différentes devises, l'utilisation du taux de change est primordial dans la détermination du prix de vente. Les dernières enchères ont mis de l'avant un problème quant à l'utilisation du taux de change, puisque la valeur des permis a fluctué de façon bien différente pour les deux régions.

Comme le taux de change a beaucoup fluctué en faveur du dollar américain, le prix de vente des permis est resté plutôt stable en Californie alors que ce dernier s'est fortement apprécié du côté canadien.

En tout dernier lieu, notre modèle tiendra aussi compte de la réalisation de chocs externes, par exemple un cas de récession, sur le fonctionnement du marché.

Une fois ce modèle construit, la deuxième partie de projet consistera à calibrer le modèle et à générer des résultats pour différentes règles d'harmonisation et différentes valeurs du taux de change afin d'évaluer les conséquences du choix de la règle d'harmonisation sur l'efficacité du marché pour les provinces canadiennes et les états américains.

Suite à la conférence de Copenhague de 2009 et plus récemment de Paris sur le climat en 2015, il est d'autant plus pertinent de s'attarder à la capacité d'un système de plafonnement et d'échange des droits d'émission à réduire efficacement les émissions de GES afin de ralentir la pression exercée par les changements climatiques. Nous espérons que les conclusions de ce projet serviront à perfectionner le marché actuel et permettront des opportunités à long terme. Dans la situation actuelle, comment l'appréciation du dollar américain et le choix de la règle d'harmonisation peuvent-ils affecter la création de liens entre les juridictions canadiennes et américaines ?

Si ce projet s'attarde à l'efficacité du SPEDE et au choix de la règle d'harmonisation, ce mémoire ne cherchera pas à répondre à tous les questionnements concernant le système actuel. Par exemple, nous allons négliger la situation sur le marché secondaire bien qu'il serait intéressant de s'attarder aux transactions sur ce marché puisque la valeur du permis augmente continuellement, sous l'effet de rareté qui provient de la baisse du nombre de permis disponible et du prix plancher qui augmente ; puisque les ventes aux enchères permettent d'acheter des

permis présents et futurs ; puisque la participation aux ventes aux enchères est ouverte à tous, y compris à la population. Certains chercheurs croient qu'un marché secondaire des permis est sur le point d'influencer le fonctionnement du SPEDE, bien que celui-ci reste encore aujourd'hui relativement modeste.

CHAPITRE I

REVUE DE LITTÉRATURE

La littérature économique qui nous intéresse dans le cadre de ce projet provient de différents courants de recherche appliqués au contrôle des émissions de pollutions. Le premier courant de littérature auquel nous ferons référence porte sur l'efficacité des instruments soumis à l'incertitude, dans un contexte de marché unique. Si l'efficacité en cas d'information certaine est connue et comprise, celle en cas d'asymétrie d'information est à la source des travaux plus modernes sur la gestion de la réduction des émissions polluantes. Bien qu'au tout début, la recherche portait sur l'efficacité et l'application des instruments de marché sur la réduction des émissions dans un modèle de marché unique soumis à une source d'incertitude, désormais, les travaux de recherches s'intéressent principalement à la problématique que comporte les changements climatiques. C'est avec l'objectif de contribuer à la compréhension de cette problématique que certains auteurs ont travaillé à modéliser et calibrer les fonctions de bénéfice marginal et de cout marginal afin de simuler l'efficacité de l'instrumentation sur le contrôle des émissions de carbone. Ces différents travaux de recherche vont constituer le deuxième courant de recherche auquel nous allons nous intéresser. Au cours des dernières années, l'arrivée des premiers marchés de plafonnement et d'échange du carbone a entraîné plusieurs auteurs à étudier l'impact de l'instrumentation sur deux marchés conjoints ainsi que l'avantage de liaison sur l'autarcie en termes de bénéfice et

d'efficacité sur le contrôle et la réduction des émissions, toujours dans un contexte d'incertitude. Les conséquences provenant de la liaison des marchés vont constituer notre troisième élément de recherche auquel nous allons nous intéresser.

1.1 Efficacité des instruments

Parmi la littérature économique s'étant intéressée à l'efficacité des instruments de marché dans un contexte de réduction des émissions de pollution, c'est sans contredit le texte de Weitzman (1974), *Prices vs. Quantities*, qui s'avère le texte fondateur de la recherche. L'objectif de ce texte était de déterminer quel type d'instrument de marché génère la plus grande efficacité, quand la transmission d'information entre le planificateur et l'émetteur de pollution est imparfaite. Partant d'un modèle analytique simple sur un marché unique, où une quantité q peut être produite au coût $C(q)$ et au bénéfice $B(q)$, Weitzman arrive à la conclusion qu'il existe des différences entre l'efficacité de l'instrumentation (permis échangeable et taxe) en situation incertaine.

Selon cet article, lorsque l'information est parfaite il n'y a aucun avantage à privilégier un instrument quantité au dépend d'un instrument prix. Ces deux types d'instruments de contrôle procurent le même bienfait à la résolution du problème. Dans la deuxième partie de son article, Weitzman porte attention à une situation où la fonction de coût est désormais affectée d'un paramètre d'incertitude, θ . Désormais, le planificateur ne connaît plus le coût marginal d'émissions des firmes avant la réalisation de la période. Suivant l'ajout de ce paramètre d'incertitude à la courbe de coût, l'auteur arrive à démontrer qu'il existe une différence significative entre l'utilisation du permis échangeable et de la taxe sur l'efficacité de marché quand l'information est imparfaite. Puisque l'objectif est de minimiser la perte sèche, le choix de la politique, que se soit une taxe ou l'utilisation du permis

échangeable va dépendre de l'ampleur de la pente relative de chaque courbe.

Weitzman arrive à l'expression analytique suivante pour déterminer l'avantage relatif de l'instrument prix sur l'instrument quantité, dans un contexte incertain.

$$\Delta = \frac{\sigma^2}{2c^2} (c - b)$$

où c est la pente de la fonction de cout marginal, b est la pente de la fonction de bénéfice marginal et σ^2 est la variance du choc associée au paramètre d'incertitude θ .

À partir des résultats de l'auteur, un instrument prix sera préférable à l'instrument quantité ($\Delta > 0$) aussi longtemps que $c > b$; un instrument de quantité sera à prioriser ($\Delta < 0$) quand $c < b$. On remarque aussi que l'augmentation de la volatilité du choc augmente l'efficacité d'un instrument au détriment de l'autre.

La résolution de ce problème d'asymétrie d'information est l'apport majeur de Weitzman dans ce papier qui sera grandement utilisé par la suite par les auteurs qui voudront analyser une problématique à une situation d'incertitude.

Nordhaus (1992), Kolstad (1996), Pizer (1997) et Newell and Pizer (2003) affirment dans leurs recherches que le dommage occasionné par les émissions de carbone, prend la forme d'une droite linéaire positive assez aplatie selon la quantité d'émissions, comparativement à la courbe de bénéfice marginal, qui est plus inclinée. Cela implique selon les résultats de Weitzman (1974) un avantage pour l'instrument prix au-delà de l'instrument quantité lorsqu'on évalue les changements climatiques. Nordhaus va même à prédire une efficacité 6 fois plus importante de l'instrument prix sur l'instrument quantité.

1.2 Introduction de l'instrument hybride

Weitzman (1974) termine son article en affirmant que l'utilisation des instruments simultanément pourrait générer une meilleure efficacité qu'une instrumentation pure. Suivant cette dernière hypothèse, de nombreux d'auteurs vont commencer à favoriser, à travers leurs recherches, l'utilisation de l'instrumentation hybride au détriment de l'instrumentation pure. Robert and Spence (1976), Weitzman (1978), McKibbin et Wilcoxon (1997) et Hepburn (2006) entre autres, ajoutent au travail de Weitzman en proposant une instrumentation hybride comme alternative à l'instrumentation pure afin d'optimiser l'efficacité, lorsque l'information est imparfaite.

Weitzman (1978) reprend sur son hypothèse précédente (1974) par la démonstration autour de la fonction de revenu dans une situation d'incertitude. Dans cet article, Weitzman ajoute un terme d'incertitude, à la fois, sur la fonction de bénéfice marginal et de cout marginal. Son modèle analytique démontre que la fonction de revenu devient optimale en situation d'incertitude lorsque l'instrumentation utilisée contient à la fois un incitatif de prix et de quantité, autrement dit, une instrumentation hybride.

Robert and Spence (1976) proposent, durant les mêmes années que Weitzman, d'explorer comment l'adoption d'un mécanisme hybride de contrôle des émissions, peut être préférable au mécanisme pur quand le cout de réduction des émissions est incertain, dans un contexte de marché unique. Contrairement au modèle développé par Weitzman, le mécanisme de contrôle, que les auteurs proposent de mettre de l'avant, comporte trois composantes, soit : un nombre fini de permis (licences) échangeables mis aux enchères par l'autorité responsable, une subvention, payée aux firmes qui retardent l'utilisation d'un permis à une période future et une pénalité quand les émissions d'une firme excèdent les permis de celle-ci.

Comme pour l'article de Weitzman (1974), le choix d'un type d'instrument pur, soit le permis ou la license dépend principalement de la réalisation de la courbe de cout. Si celle-ci est surestimée, alors l'utilisation d'une subvention aurait des effets moins couteux en terme de perte sèche pour la réduction des émissions; tandis que si la courbe de cout est sous-estimée, l'utilisation d'un nombre fini de permis, attaché à une pénalité pour tout dépassement aurait des conséquences moins importantes sur la minimisation des couts. L'objectif des auteurs était de démontrer l'efficacité d'une instrumentation hybride en terme de minimisation des couts totaux espérés, provenant du dommage occasionné par la pollution et des couts de réduction des émissions. Les résultats obtenus par les auteurs démontrent l'efficacité de l'instrumentation hybride, l'utilisation du permis et de la subvention, pour minimiser les couts totaux espérés. Selon ces auteurs, cette conclusion est possible, car l'instrumentation hybride permet une meilleure approximation de la réalisation des couts totaux et des dommages.

Suivant les négociations de Kyoto sur la gestion des émissions polluantes, McKibbin et Wilcoxon (1997) rédigent un article qui critique la proposition américaine, laquelle suggère l'utilisation du permis échangeable sans composante de prix sur un marché mondial. Selon les auteurs, même si cette proposition semble attrayante sur le plan de la réduction des émissions mondiales, l'utilisation simple du permis échangeable se veut inefficace et inégalitaire pour les pays plus pauvres tout en ayant des incitatifs différents à diminuer les émissions. De plus, elle représente une forte opportunité de conflit politique et d'instabilité sur les taux de change en plus d'offrir aucun réel incitatif aux firmes de s'y conformer. Des pays plus riches, comme les États-Unis, pourraient à faible cout acheter les permis aux pays en voie de développement, ce qui n'aurait aucun incitatif de réduction des émissions sur les firmes américaines, en plus d'accroître les inégalités entre les pays. Au lieu de cette idée, les auteurs proposent l'adoption de marchés nationaux et régionaux de

plafonnement et d'échange soumis à la gestion d'une instrumentation hybride. À la fois l'utilisation du permis échangeable à travers les firmes d'un même pays, à la fois un prix plancher pour garder l'incitatif à la réduction des émissions chez les firmes. De plus, l'adoption de marchés régionaux contrairement au marché mondial, permet d'éviter les conflits gouvernementaux tout comme ceux provenant de l'incertitude des taux de change en plus d'offrir un réel incitatif à chaque firme de se conformer également à la réduction des émissions sous les niveaux prescrits.

De nos jours, il est bien établi dans la littérature économique que l'utilisation de l'instrument hybride génère une plus grande efficacité de marché que l'utilisation de la taxe ou du permis échangeable utilisé séparément. Il réalise la plus grande efficacité de la taxe tout en préservant l'attrait politique du permis échangeable. Cependant, en pratique l'instrumentation hybride reste très peu utilisée dû à la complexité de sa mise en application.

1.3 Calibration et simulation de modèle appliquées aux phénomènes des changements climatiques

Plus récemment, les auteurs ont cherché à examiner l'effet du type d'instrumentation sur l'efficacité de gestion des émissions de carbone dans un contexte d'atténuation des changements climatiques. Pizer (2002) dans un modèle calibré avec une version du modèle *Dynamic integrated climate-economy* (DICE), (Nordhaus, 1992), génère des estimations concernant une instrumentation pure et hybride. Pour répondre à l'objectif d'atténuation des changements climatiques, l'auteur s'est penché sur 2 situations de court terme et long terme, soit : l'évaluation du bénéfice sur 1 période (2010) et une autre prolongée sur 100 périodes. Selon les simulations, une taxe optimale de 7,5 \$ /tonne de carbone permet de générer 2,5 milliards de revenus nets alors qu'une politique de permis optimale permet au plus

de générer 0,3 milliard de revenus, pour 13 milliards de tonnes de carbone émis sous forme de permis (1 permis = 1 tonne de carbone), concernant la situation de court terme. Ceci représente un avantage huit fois plus important pour l'instrument prix. Dans le cas de la situation prolongée, l'efficacité de l'instrument prix devient jusqu'à 5 fois plus avantageuse dans le cas où les politiques de quantité sont appliquées. Une politique de taxe optimale à 7 \$ /tonne de carbone en 2010 qui augmenterait à 55 \$ /tonne de carbone en 2100 permettrait de générer 337 milliards en revenus comparativement à 69 milliards pour la politique optimale de permis qui elle serait de 13 G de permis pour 2010 à 45 G en 2100. L'auteur arrive à démontrer que l'implantation d'une politique de taxe permet de générer un bénéfice supérieur peu importe la situation. En comparaison, l'utilisation d'un instrument hybride, qui comprend un niveau de permis défini auquel on ajoute un prix plancher, va performer aussi bien que l'instrument prix adopté seul. La politique hybride optimale qui génère un revenu net de 2,5 milliards, soit le revenu généré de l'utilisation de la taxe, est la combinaison d'un prix de 7 \$ /tonne de carbone auquel s'ajoute 5 G de permis. Même si on sait que l'instrumentation hybride ne peut faire mieux que l'utilisation de la taxe, l'instrument hybride possède néanmoins l'avantage de contrôler le niveau d'émissions. Si l'objectif premier des autorités est d'abaisser le niveau d'émissions à un certain seuil, l'application de l'instrumentation hybride peut en plus de se conformer au niveau d'émissions, générer un bénéfice positif, ce qui ne serait pas le cas avec l'utilisation d'une politique de permis seul (voir exemple (Pizer 1999)).

Pizer écrit un nouvel article de recherche, cette fois-ci avec William Newell (Newell and Pizer 2003), dans lequel les auteurs se concentrent sur la modélisation et la calibration des paramètres de la courbe de bénéfice marginal et de cout marginal dans un contexte d'accumulation des flux d'externalités sur une période prolongée. Contrairement aux travaux précédents, les auteurs s'intéressent à l'influence

de l'incertitude dans le choix de la politique d'instrument dans un contexte d'atténuation des changements climatiques lorsque soumis à un flux d'externalités négatives sur une période prolongée, au lieu d'une quantité d'émissions, partant d'un modèle d'équilibre statique à la Weitzman. De cette façon, il est possible pour les auteurs de comparer les conclusions de Weitzman sur une période à celle des auteurs sur plusieurs périodes lorsque, à la différence, la quantité des émissions s'accumulent dans un stock qui génère un flux d'externalité négatif croissant. Pour ce faire, plusieurs ajouts sur les facteurs dynamiques deviennent nécessaires, incluant une corrélation positive entre les chocs de couts à travers le temps, un taux de croissance des bénéfices, l'actualisation des bénéfices et des couts et la dépréciation du stock, entre autres. De plus, la courbe de cout est désormais fonction du flux d'externalités alors que la courbe de bénéfice est toujours fonction de la quantité d'émissions. Comparativement à la situation sur une période, la situation actuelle doit prendre en compte le type d'instrumentation sur la durée complète du modèle. Les auteurs arrivent désormais à une solution modifiée de celle de Weitzman présentée préalablement.

$\Delta_t = \frac{\sigma_t^2}{2c_t^2} (c_t - b_t \Omega_\delta \Omega_{\rho,t})$, représente le bénéfice espéré à prioriser un instrument prix au détriment de l'instrument quantité pour un ensemble de périodes t donné. En plus des paramètres qu'on retrouvait déjà dans le texte fondateur de Weitzman, telles que la variance des chocs et les paramètres relatifs à l'ampleur de la pente de la courbe de bénéfice marginal et de cout marginal, nous retrouvons deux nouveaux paramètres.

où $\Omega_\delta = \frac{1+r}{1+r-(1+g_b)(1-\delta^2)}$ est un paramètre de persistance, qui prend en compte le taux de croissance du bénéfice (g_b), le taux de dépréciation du stock (δ) et le taux d'escompte (r).

Et $\Omega_{\rho,t} = 1 + \frac{c_t^2}{\sigma_t^2} 2(1-\delta) \text{cov} \left(-\frac{\theta_t}{c_t}, S_{t-1} \right)$ est le paramètre qui détermine la corré-

lution des chocs, où θ_t est le choc qui affecte la fonction de cout et S_t est le stock de bien réglementé.

Suivant les résultats des auteurs, un instrument prix sera préférable à l'instrument quantité pour le contrôle des flux d'externalités ($\Delta_t > 0$) aussi longtemps que $c_t > b_t \Omega_\delta \Omega_{\rho,t}$; un instrument de quantité sera à prioriser ($\Delta_t < 0$) quand $c_t < b_t \Omega_\delta \Omega_{\rho,t}$, une augmentation de la variance des chocs va accroître l'efficacité de contrôle des flux d'externalités provenant d'un instrument au détriment de l'autre et une plus grande corrélation entre les chocs va accroître $\Omega_{\rho,t}$, donc favoriser dans le temps une utilisation de l'instrument quantité au-delà de l'instrument prix.

Même si le contrôle des flux d'externalités prend en compte plus de facteurs que la gestion des quantités d'émissions, il reste néanmoins que les conclusions de Weitzman restent véridiques suivant la modélisation des auteurs. Cependant, comparativement à la première situation, la décision actuelle ne s'explique plus simplement par une question de pente relative, ici, un grand nombre de facteurs dynamiques ainsi que la durée de la période affectent le choix décisionnel entre l'utilisation d'un instrument prix et quantité sur la gestion des flux d'externalités à travers une période prolongée.

Dans la suite de leur papier, les auteurs s'attardent à appliquer les résultats de leur modèle analytique à la problématique des changements climatiques. Selon la calibration de l'ensemble des paramètres provenant de leur recherche, les auteurs simulent chaque politique sur la gestion des flux d'externalités dans le cas de l'atténuation des changements climatiques. Pour différents horizons temporels, on remarque que l'instrument prix génère toujours un bénéfice plus élevé que l'instrument quantité, jusqu'à atteindre un bénéfice de près de cinq fois plus élevé pour un horizon de 10 ans.

Ackerman et al. (2013), de leur côté, ont évalué les couts futurs de réduction

des émissions dans un nouveau modèle d'évaluation intégrée (MEI), le *Climate and Regional Economics of Development* (CRED). Leur analyse portait sur la calibration et la modélisation des paramètres de la courbe de cout de réduction des émissions, lesquelles provenaient de la réalisation d'une étude menée par la firme de consultants McKinsey (2009) sur un grand nombre de technologies de réduction d'émissions provenant de différents secteurs d'activités économiques de différents pays. Comme plusieurs autres modèles, le CRED traite la maximisation du bien-être; cependant, ce modèle va en plus tenir compte de l'équité internationale. Pour ce faire, le CRED cherche à évaluer, en plus du bien-être privé, le niveau de transfert des ressources entre les pays qui doit être accompli afin d'optimiser le bien-être global. Afin de simplifier l'analyse et d'éviter la controverse, les auteurs ont décidé d'abandonner les couts de réduction pour lesquels la valeur est négative et de garder seulement celles positives.

Durant la même période, William Cline (2010) a produit une analyse sur les couts futurs de réduction des émissions globales de trois séries d'estimateurs, suivant les cibles de réductions du scénario de convergence présenté lors de la conférence de la *United Nations Framework Convention on Climate Change* (UNFCCC) à Copenhague. Ces trois estimateurs sont : la dernière version du modèle de Nordhaus, le modèle *Regional integrated climate-economy* (RICE) (Nordhaus (2010)), le CRED ainsi que la propre analyse de Cline sur les résultats de l'*Energy Modeling Forum* (EMF), Clark et al. (2009). Les résultats démontrent que le CRED générera, en pourcentage du PIB réel, les plus petits couts de réduction des émissions en 2030 alors que l'EMF générera les plus élevés.

À savoir quels estimateurs produira les bons résultats, Ackerman et al. (2013) ont identifié deux hypothèses pour expliquer les faibles couts de réduction des émissions, pour le CRED. Premièrement, il est possible que les données obtenues par McKinsey sous-estiment les couts de réduction dans la réalité ou encore il est

possible que le CRED considère une quantité d'émissions déjà trop élevée à ce qui devrait être, pour expliquer le très faible cout de réduction des émissions.

Même si le CRED, l'EMF et le RICE génèrent des valeurs très différentes les uns des autres, il est intéressant de remarquer que lorsqu'on compare aux résultats provenant de la dernière version du modèle d'Emissions Prediction and Policy Analysis (EPPA) (Morris et al. 2008), un autre estimateur qui cherche à calibrer la courbe de cout marginal de réduction des émissions globales, c'est néanmoins le CRED qui obtient les résultats les plus comparables à cet estimateur.

1.4 Liaison des marchés de plafonnement et d'échange

Pour faire suite à la proposition de McKibbin et Wilcoxon (1997) et au développement des premiers marchés régionaux du carbone, des auteurs se sont intéressés, très récemment, à l'influence de l'instrumentation sur les bénéfices de liaison pour deux marchés de plafonnement et d'échange du carbone. Plus récemment, Doda and Taschini (2016) ont évalué les bénéfices nets pour plusieurs marchés à fusionner comparativement à opérer sous autarcie, lorsqu'il y a de l'incertitude. Construit dans le cadre d'un modèle simple comme celui proposé par Weitzman (1974), chaque marché est soumis à une fonction de bénéfice et de dommage où la fonction de bénéfice est affectée d'un paramètre d'incertitude, θ , d'espérance zéro et de variance σ^2 . En calibrant les paramètres de la fonction de bénéfice et de dommage selon Newell and Pizer (2003), les auteurs vont effectuer des études de corrélation (dépendance entre les marchés) et de volatilité sur les chocs à partir d'une matrice de variance-covariance calibrée selon la composante cyclique du PIB réel et des émissions de carbone, (Doda, 2014), pour différentes situations.

Les conclusions apportées par les auteurs démontrent un avantage économique

identique entre les marchés à opter pour la liaison au-delà de l'autarcie, dans une situation où les marchés sont de même taille. On peut voir le bénéfice augmenter avec la volatilité des chocs mais diminuer avec la corrélation de ceux-ci, jusqu'à perdre complètement tout le bénéfice pour une corrélation parfaite. À la différence, quand les marchés sont de tailles différentes, il y a un avantage économique plus important pour la plus petite juridiction et moins important pour la plus grande. Finalement les auteurs ont expérimenté une situation qui appliquait une taxe unilatérale sur l'importation et l'exportation des permis par un marché. Pour un niveau de taxe élevé, le bénéfice associé à la liaison de marché finissait par être complètement éliminé.

Holland and Yates (2014) dans leur article, analysent une nouvelle méthode à travers le ratio d'échange, afin d'augmenter l'efficacité de l'utilisation des permis sur le marché de réduction du carbone en présence d'information imparfaite. Si, lorsqu'il y a symétrie d'information, il suffit d'égaliser le ratio des quantités au ratio des dommages marginaux pour optimiser le niveau d'émissions, lorsque l'information est asymétrique, cette affirmation ne tient plus complètement. Même si le ratio des dommages marginaux représente une amélioration substantielle par rapport à la situation de libre échange, la présence d'asymétrie d'information provenant du coût de réduction de pollution entre le planificateur et les firmes entraîne le planificateur à émettre un niveau de permis non optimal au niveau idéal ex post à la réalisation du coût. Leurs résultats montrent l'accroissement de l'efficacité du ratio d'échange optimal relativement au cas du ratio de dommage marginal, lorsque l'asymétrie d'information provenant du coût de réduction des firmes est modérée. Pour des niveaux d'asymétrie trop élevés, les résultats étaient peu concluants. L'objectif des auteurs était de combiner deux concepts importants de la littérature économique sur la réduction des émissions, soit ceux de Weitzman (1974) et de Montgomery (1972). L'apport de Montgomery (1972) au

gain d'efficience provenant du ratio l'échange sur un marché du carbone, alors que Weitzman (1974) amène l'idée de l'asymétrie d'information sur le marché du carbone. Le questionnement des auteurs concernait les conclusions de Montgomery (1972) sur le ratio d'échange appliqué à une situation d'asymétrie information, à la Weitzman (1974). Partant d'un problème de minimisation des couts de réduction pour une firme soumis à un niveau d'émission global, les auteurs arrivent à démontrer qu'ils existent des différences entre le ratio des dommages marginaux et le ratio d'échange optimal en situation d'incertitude. Entre autres, certains effets qui en situation parfaite n'étaient pas pris en compte telle que la covariance entre le prix du permis et les émissions et le rapport d'inclinaison entre la courbure de la fonction de cout marginal de réduction comparativement à celle de dommage marginal. Pour la calibration et la simulation, ils ont utilisé les paramètres de la courbe de cout de réduction des émissions proposé par Ackerman et al. (2013) dans leur modèle CRED et les paramètres de la courbe de dommage marginal provenant du papier de Newell et Pizer (2003).

Dans un autre cahier de recherche, Caillaud et Demange (2014) analysent, dans leur article, la capacité de bénéfices résultant d'une liaison entre 2 marchés de plafonnement et d'échange, selon l'utilisation de chaque type d'instrument, pur et hybride. À partir d'une fondation théorique conçu à partir de Weitzman (1974), les auteurs vont développer un modèle afin d'évaluer la préférence pour chaque type d'instrument selon la calibration des paramètres de préférences et de productivité et selon la structure stochastique du choc. L'objectif principal est d'évaluer la perte de bien-être associée à la non liaison de deux marchés du carbone provenant des différences entre les structures de chaque marché. Selon les résultats des auteurs, il ne peut y avoir que des bénéfices à fusionner deux marchés de plafonnement et d'échange du carbone en terme d'efficacité globale.

CHAPITRE II

MODÉLISATION

Dans cette section, nous allons adapter une version modifiée du modèle de Doda et Taschini (2016). L'objectif de cette partie du travail est de modéliser un marché à deux juridictions ($i = 1, 2$) et à deux devises affecté par une règle d'harmonisation sur le choix des prix effectifs lors de l'enchère conjointe.

2.1 Présentation du modèle d'équilibre partiel

Supposons un marché avec 2 types d'agents, les firmes, qui génèrent un bénéfice marginal décroissant avec la quantité d'émissions (q), et la population, qui subit un dommage marginal croissant avec la quantité d'émissions. Le squelette de cette analyse va porter sur la modélisation d'un modèle d'équilibre partiel simple développé à l'origine par Weitzman (1974).

La représentation analytique de la fonction de bénéfice a été adaptée à partir du cahier de recherche de Doda et Taschini (2016). Celle-ci est représentée par la fonction quadratique suivante :

$$B_i(q_i, \theta) = b_0 + (b_1 + \theta)q_i - \frac{b_2}{2\psi_i}q_i^2 \quad (2.1)$$

où $b_0, b_1, b_2 \geq 0$ sont des paramètres exogènes et identiques pour les deux juri-

dictions. La Californie et le Québec ont des structures économiques semblables, ce qui justifie cette décision de garder les paramètres inchangés entre les juridictions. On ajoute un paramètre θ pour représenter un choc aléatoire pouvant affecter les marchés. Celui-ci peut prendre deux valeurs : $\bar{\theta}, \underline{\theta}$, où $\bar{\theta} > \underline{\theta}$ et l'espérance de ses réalisations est nulle. Dans le cas du choc aléatoire, on peut penser à l'impact d'une catastrophe naturelle ou encore d'une récession sur l'économie des juridictions. Puisque les deux économies sont corrélées, on supposera que le choc affecte les deux marchés de façon identique. Cependant, puisque le PIB réel de la Californie représente plusieurs fois celui du Québec, nous allons introduire un paramètre de taille afin de différencier les deux économies et donc la capacité de chaque marché à émettre des émissions de GES. Cette différence de la taille sera introduite par le paramètre ψ .

Pour chaque quantité d'émissions émise, un bénéfice est généré, mais aussi un dommage. Le dommage pour la société peut être perçu par une baisse de l'espérance de vie, à cause de décès prématurés, et à des pertes économiques. Une récente étude menée par la Banque mondiale et *l'Institute for Health Metrics and Evaluation* (IHME), estimait à près de 5,5 millions le nombre de décès prématurés en 2013 attribuables à la pollution atmosphérique et à 5 110 milliards de \$ le coût économique mondial¹.

Pour illustrer les dommages occasionnés par les émissions, nous représenterons la fonction de dommage en fonction des émissions de la façon suivante :

$$D_i(q_i + q_{-i}) = d_0 + d_1(q_i + q_{-i}) + \frac{d_2}{2}(q_i + q_{-i})^2 \quad (2.2)$$

où $d_0, d_1, d_2 \geq 0$ sont des paramètres exogènes qui gardent la même valeur pour

1. The Cost of Air Pollution : Strengthening the economic case for action

chaque juridiction indépendamment du lieu d'émission, puisque une émission de carbone entraîne un dommage peu importe son origine. Bien que ces dommages peuvent différer selon le lieu d'émission, nous supposons, à des fins de simplification, que le dommage engendré est identique. Puisque le dommage se répercute peu importe son origine, le niveau de dommage pour chaque marché est équivalent à la somme de toutes les émissions émises dans l'atmosphère provenant des deux marchés ($q_i + q_{-i}$). La fonction de dommage correspond à l'ensemble des externalités négatives qui proviennent de la pollution. Plus le niveau d'émissions est élevé et plus les conséquences sont importantes.

Formellement, chaque marché fait face à deux possibilités concernant le choix du niveau d'émissions. Dans un premier temps, chaque juridiction peut choisir le niveau d'émissions optimal sur son marché sans égard à l'autre marché. Dans un deuxième temps, chaque juridiction peut choisir son niveau d'émissions optimal en fonction des dommages collatéraux qu'occasionnent les émissions sur les autres juridictions. Nous ferons référence à une situation d'autarcie pour décrire la situation dans laquelle les marchés ne sont pas liés.

Nous représenterons les deux possibilités en commençant par la situation selon laquelle les marchés choisissent le niveau optimal des émissions indépendamment de la décision des autres marchés. Dans ce premier cas, les émissions provenant de l'autre marché, q_{-i} , sont données ainsi :

$$\max_{\{q_i \geq 0\}} E[B_i(q_i, \theta, \psi_i) - D_i(q_i + q_{-i}) \mid q_{-i}]$$

C.P.O. :

$$Bm_i(q_i, \theta) = Dm_i(q_i + q_{-i})$$

$$(b_1 + \theta) - \frac{b_2}{\psi_i} q_i = d_1 + d_2(q_i + q_{-i})$$

$$\underline{q}_i = \frac{b_1 + \theta - d_1 - d_2 \underline{q}_{-i}}{\frac{b_2}{\psi_i} + d_2} \quad (2.3)$$

Si les deux juridictions adoptent la quantité d'émissions optimale, on retrouve une situation où chaque juridiction choisit la meilleure réponse possible :

$$q_i = \frac{b_1 + \theta - d_1 - d_2 q_{-i}}{\frac{b_2}{\psi_i} + d_2}$$

Considérant que les marchés sont identiques à l'exception de la capacité d'émissions représentée par le paramètre ψ , on peut réécrire q_{-i} de cette façon :

$$q_{-i} = \frac{b_1 + \theta - d_1 - d_2 q_i}{\frac{b_2}{\psi_{-i}} + d_2}$$

Désormais, il est possible d'appliquer une substitution pour isoler q_i en fonction des paramètres exogènes :

$$\underline{q}_i = \frac{b_1 + \theta - d_1 - d_2 \left(\frac{b_1 + \theta - d_1 - d_2 \underline{q}_i}{\frac{b_2}{\psi_{-i}} + d_2} \right)}{\frac{b_2}{\psi_i} + d_2}$$

$$\underline{q}_i = \frac{(b_1 + \theta - d_1) \psi_i}{b_2 + d_2 (\psi_i + \psi_{-i})} \quad (2.4)$$

où \underline{q} est la quantité d'équilibre en situation d'autarcie. Dans un contexte où les régions sont de tailles identiques ($\psi_i = \psi_{-i} = 1$)

$$\underline{q}_i = \frac{b_1 + \theta - d_1}{b_2 + 2d_2} \quad (2.5)$$

Dans le deuxième cas, le marché peut choisir le niveau optimal des émissions en fonction des dommages collatéraux qu'occasionnent les émissions totales.

Dans ce contexte, la quantité des émissions à produire pour chaque juridiction est

modifiée, à la suite de cette volonté de tenir compte du dommage occasionné par les autres juridictions.

$$\max_{\{q_i \geq 0, q_{-i} \geq 0\}} E[B_i(q_i, \theta) - D_i(q_i + q_{-i}) + B_{-i}(q_{-i}, \theta) - D_{-i}(q_i + q_{-i})]$$

C.P.O : q_i :

$$\begin{aligned} Bm_i(q_i, \theta) &= Dm_i(q_i + q_{-i}) + Dm_{-i}(q_i + q_{-i}) \\ (b_1 + \theta) - \frac{b_2}{\psi_i} q_i &= 2d_1 + 2d_2(q_i + q_{-i}) \\ \underline{q}_i &= \frac{b_1 + \theta - 2d_1 + 2d_2 q_{-i}}{\frac{b_2}{\psi_i} + 2d_2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

q_{-i} :

$$\begin{aligned} Bm_{-i}(q_{-i}, \theta) &= Dm_i(q_i + q_{-i}) + Dm_{-i}(q_i + q_{-i}) \\ (b_1 + \theta) - \frac{b_2}{\psi_{-i}} q_{-i} &= 2d_1 + 2d_2(q_i + q_{-i}) \\ \underline{q}_{-i} &= \frac{b_1 + \theta - 2d_1 + 2d_2 q_i}{\frac{b_2}{\psi_{-i}} + 2d_2} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Nous appliquons à nouveau une substitution pour isoler q_i en fonction des paramètres exogènes :

$$\begin{aligned} \underline{q}_i &= \frac{b_1 + \theta - 2d_1 - 2d_2 \left(\frac{b_1 + \theta - 2d_1 - 2d_2 \underline{q}_i}{\frac{b_2}{\psi_i} + 2d_2} \right)}{\frac{b_2}{\psi_i} + 2d_2} \\ \underline{q}_i &= \frac{(b_1 + \theta - 2d_1)\psi_i}{b_2 + 2d_2(\psi_i + \psi_{-i})} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Si les régions sont de tailles identiques ($\psi_i = \psi_{-i} = 1$) :

$$\underline{q}_i = \frac{b_1 + \theta - 2d_1}{b_2 + 4d_2}$$

Donc, peu importe la décision d'une juridiction de tenir compte ou non du niveau d'émissions de l'autre marché, on peut réécrire la quantité d'équilibre sous une forme générale à partir des équations (4) et (8) :

$$q'_i = \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_i}{b_2 + d'_2(\psi_i + \psi_{-i})} \quad (2.9)$$

où $d'_1 = d_1$ et $d'_2 = d_2$ dans la situation où la quantité d'émissions est choisie indépendamment de l'autre marché ; et $d'_1 = 2d_1$ et $d'_2 = 2d_2$ dans la situation où la quantité d'émissions est déterminée en tenant compte des émissions sur les deux marchés.

Le prix d'équilibre en autarcie peut ensuite être déterminé à l'aide de la quantité d'équilibre trouvée préalablement en égalisant les équations de bénéfice marginal et de dommage marginal. Il suffit désormais d'intégrer cette quantité à la fonction de bénéfice marginal ou encore de dommage marginal pour déterminer la valeur algébrique du prix d'équilibre. Celui-ci devient alors :

$$P^* = b_1 + \theta - \frac{b_2}{\psi_i} q'_i = b_1 + \theta - \frac{b_2(b_1 + \theta - d'_1)}{b_2 + d'_2(\psi_i + \psi_{-i})} \quad (2.10)$$

où P est le prix de l'activité polluante.

Puisque le prix d'équilibre en situation d'autarcie ne varie pas d'un marché à l'autre, son écriture ne sera pas indiquée. La fonction de dommage marginal peut se réécrire :

$$Dm'_i(q_i + q_{-i}) = d'_1 + d'_2(q_i + q_{-i}) \quad (2.11)$$

Pour la suite du projet, nous utiliserons cette représentation de façon à tenir compte des deux situations.

2.1.1 Situation d'incertitude sous la fonction de bénéfice marginal

Dans cette sous-section, nous nous intéresserons à l'application des instruments de contrôle d'émissions de GES sur la perte d'efficacité économique (sèche) générée sur le marché, dans une situation où la réalisation sur la fonction de bénéfice marginal est incertaine ($b_1 + \theta$). Dans cette situation, la courbe de bénéfice marginal des firmes n'est pas connue avec certitude de la part du planificateur social. Celle-ci devient certaine une fois la réalisation du choc. Afin de simplifier la démonstration analytique, nous poserons une réalisation binaire sur le choc, soit une valeur élevée ($\bar{\theta}$) et une valeur faible ($\underline{\theta}$). Dans ce cas, la réalisation du choc rend le marché stochastique et la situation d'équilibre n'est donc plus suffisante pour annuler la perte sèche. Dans un premier cas ($\bar{\theta}$), on se retrouve avec une quantité d'émissions et un prix par émission plus élevé que l'équilibre en certitude, alors que dans l'autre cas ($\underline{\theta}$), on se retrouve avec une quantité d'émissions et un prix en-dessous de la situation en certitude. Dans les deux cas, on peut remarquer la formation d'une perte sèche résultant d'un déséquilibre. La figure 2.1 présente la situation d'équilibre partiel suite aux différentes réalisations du choc possibles. Puisque nous nous intéresserons seulement à la perte sèche générée par les instruments, nous tiendrons compte de la situation d'autarcie et ainsi, le paramètre de poids se trouve négligé ($\psi_i = \psi_j = 1$).

$$\theta = \begin{cases} \bar{\theta} & \text{avec probabilité } \alpha \\ \underline{\theta} & \text{avec probabilité } 1 - \alpha \end{cases}$$

Où $\bar{\theta} > \underline{\theta}$ et $\mathbb{E}[\theta] = \alpha \times \bar{\theta} + (1 - \alpha) \times \underline{\theta} = 0$.

2 possibilités pour la courbe de bénéfice marginal :

$$Bm_i(\bar{\theta}, q_i) = (b_1 + \bar{\theta}) - b_2 q_i ;$$

$$Bm_i(\underline{\theta}, q_i) = (b_1 + \underline{\theta}) - b_2 q_i$$

Puisque la situation n'implique désormais qu'un marché, la fonction de dommage marginal va se réécrire de cette façon :

$$Dm_i(q_i) = \hat{d}_1 + d_2 q_i \quad (2.12)$$

$$\text{où } \hat{d}_1 = d_1 + d_2 q_{-i}$$

Hors, dans ce contexte, les émissions de GES provenant des autres marchés ne seront plus endogènes au marché. Contrairement à la situation précédente, nous les représenterons au niveau de la constante et non plus en tant que variable endogène de la fonction de dommage.

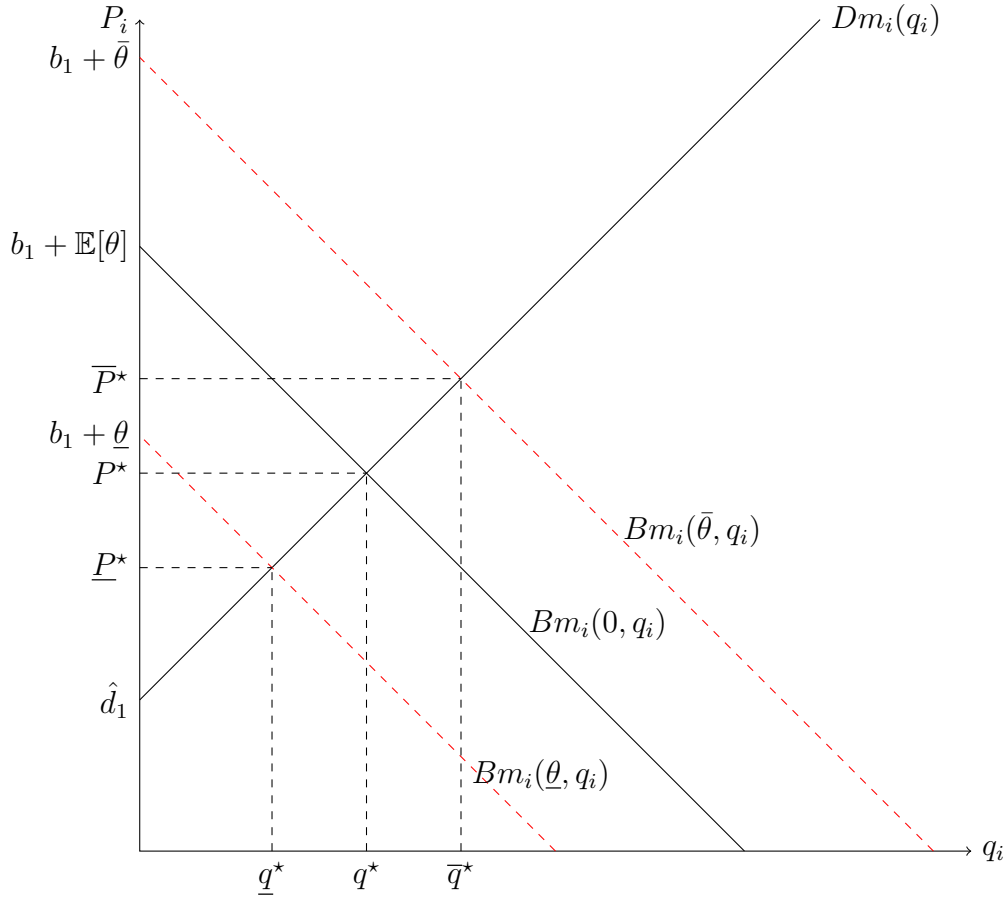


Figure 2.1 Marché d'équilibre partiel, selon les réalisations possibles du choc

où :

$$\underline{P}^* = b_1 + \underline{\theta} - \frac{b_2(b_1 + \underline{\theta} - d'_1)}{b_2 + d'_2(\psi_i + \psi_{-i})} = \frac{d'_1 + \frac{d'_2}{b_2}(b_1 + \underline{\theta})(\psi_i + \psi_{-i})}{1 + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_i + \psi_{-i})} \quad (2.13)$$

$$\bar{P}^* = b_1 + \bar{\theta} - \frac{b_2(b_1 + \bar{\theta} - d'_1)}{b_2 + d'_2(\psi_i + \psi_{-i})} = \frac{d'_1 + \frac{d'_2}{b_2}(b_1 + \bar{\theta})(\psi_i + \psi_{-i})}{1 + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_i + \psi_{-i})} \quad (2.14)$$

Le graphique ci-dessous représente les réalisations binaires de θ sur la fonction de

bénéfice marginal, ainsi que les conséquences de cette réalisation sur la détermination du prix d'équilibre et de la quantité d'émissions optimale.

2.1.2 Choix du planificateur dans l'application d'un type d'instrument

Lorsque le transfert d'informations entre le planificateur social et l'émetteur de pollution est imparfait, comme c'est le cas dans la situation actuelle où la fonction de bénéfice marginal est incertaine, le planificateur social a avantage à utiliser un instrument de marché de façon à contrôler le niveau d'émissions. Parmi les instruments de marché, 2 catégories existent soit : l'instrument prix et l'instrument quantité. Dans le cas d'un marché de réduction des émissions de GES, la possibilité de créer un incitatif passe soit par l'instauration d'une taxe à l'émission, incitatif qui hausse le prix permettant de dissuader l'émetteur, ou soit par l'instauration de quotas sur le niveau d'émissions, afin de limiter la quantité d'émissions. Inévitablement, l'incertitude sur la réalisation de la fonction de bénéfice marginal génèrera une perte sèche sur le marché suivant une mauvaise prévision du planificateur dans l'adoption de sa politique de réduction. En situation d'incertitude, le choix de l'instrument à adopter sera déterminé en fonction du niveau de perte sèche occasionnée par chacun. Celui qui sera en mesure de générer une plus petite perte sèche selon l'environnement entourant le marché, sera l'instrument à prioriser.

Dans le contexte actuel où la courbe de bénéfice marginal peut prendre deux réalisations, on introduit un instrument de marché afin de réduire la perte sèche en espérance occasionnée par l'incertitude. Si q_i^P est la quantité de permis échangeables émise et P^F le prix fixé par émission, qui correspond aux niveaux de prix et de quantité d'équilibre en espérance ; si la pente relative à la courbe de bénéfice marginal est plus inclinée (la valeur de la pente est plus grande en valeur absolue) que celle de la courbe de dommage marginal, alors l'utilisation d'un prix fixe sera

en mesure de générer une plus petite perte sèche que le permis échangeable. Dans le cas où la pente relative à la courbe de dommage marginal est plus inclinée que celle de la courbe de bénéfice marginal, alors l'utilisation de permis échangeables permet de générer une plus petite perte sèche que l'utilisation d'un prix fixe. On peut voir à la figure 2.2, une situation selon laquelle l'instrument prix est plus avantageux; dans la figure 2.3, nous sommes face à une situation selon laquelle l'instrument quantité est plus avantageux.

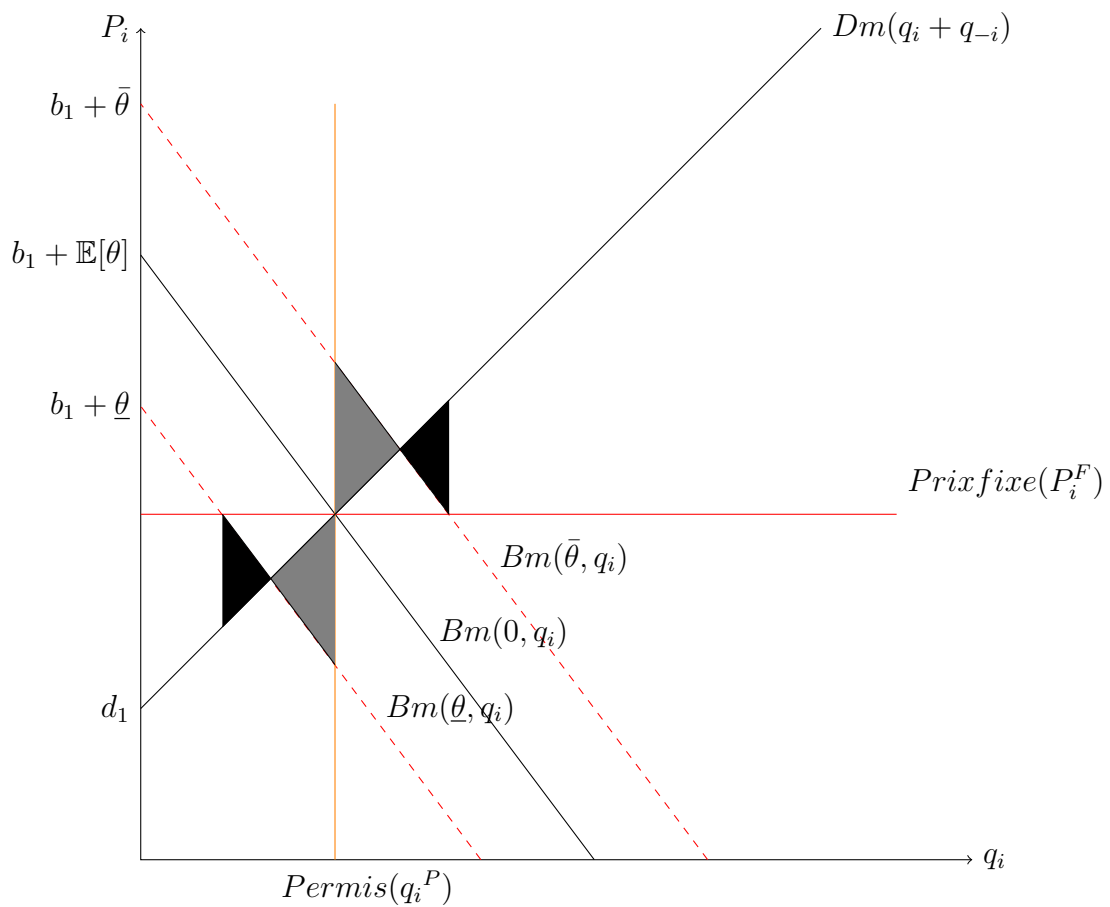


Figure 2.2 Perte sèche suivant l'utilisation de chaque instrument pour la région i (avantage instrument prix)

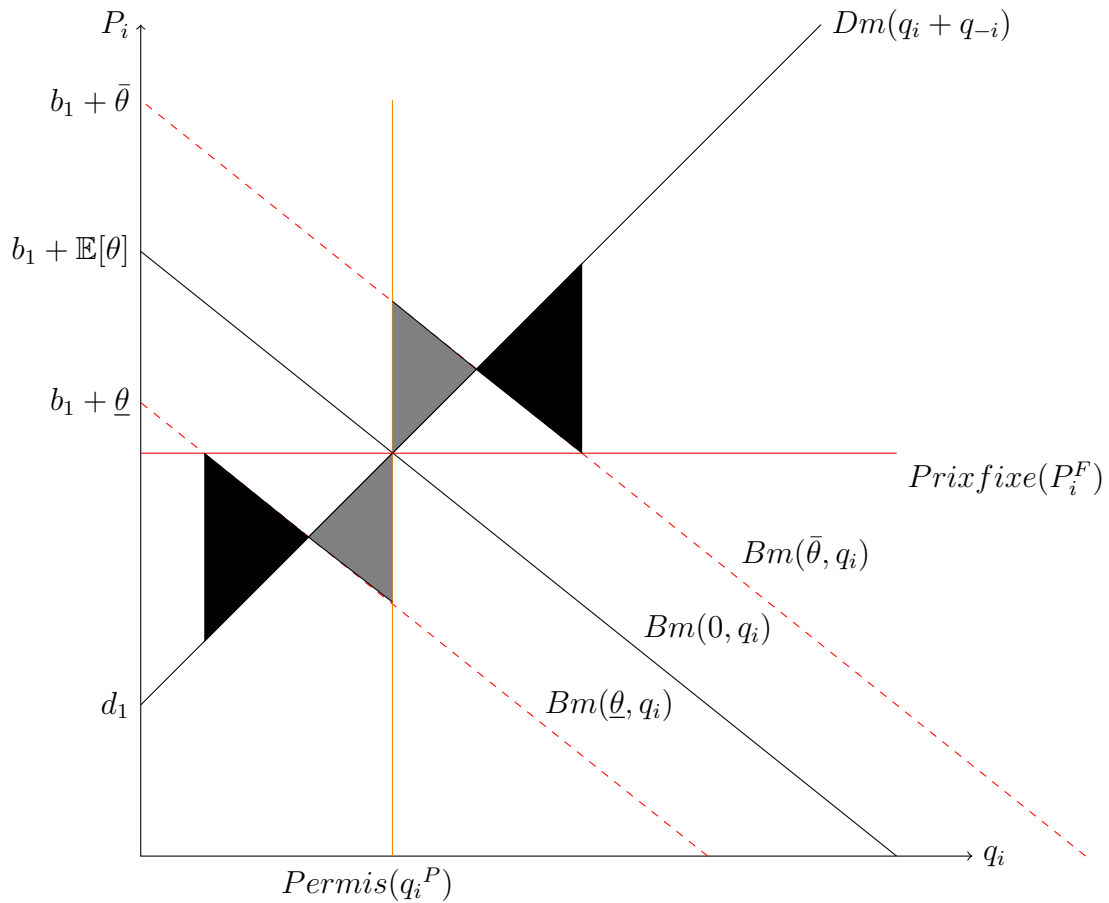


Figure 2.3 Perte sèche suivant l'utilisation de chaque instrument pour la région i (avantage instrument quantité)

2.1.3 Détermination de la perte sèche provenant de l'utilisation de chaque instrument sous forme analytique.

Si l'objectif du planificateur est de minimiser la perte sèche, il peut le faire soit en fixant le nombre de permis disponibles, soit en fixant le niveau de la taxe sur les émissions. Dans ce contexte, lorsqu'on regarde l'un ou l'autre des graphiques ci-dessus, on remarque qu'une mauvaise anticipation de θ occasionne une perte sèche sur le marché, suite à l'application de l'un ou l'autre des instruments.

Dans les graphiques ci-dessus, on représente, en noir, la perte sèche occasionnée

par l'utilisation de l'instrument prix, soit la taxe, alors qu'en gris, on représente la perte sèche provenant de l'utilisation de l'instrument quantité, soit le permis échangeable. Dans chaque graphique, la perte sèche est occasionnée pour les différentes réalisations binaires de θ .

Il est intéressant de constater que ni l'un ni l'autre des instruments ne permet d'éliminer complètement la perte sèche. À la suite de la réalisation du paramètre θ , les effets de l'utilisation d'un instrument unique génère une perte sèche, peu importe le choix de l'instrument.

Par exemple, dans un contexte de réalisation faible de θ , l'instrument prix, fixé pour minimiser la perte sèche en espérance, entraîne un niveau d'émissions moins important que celui qui équilibre le marché. À l'inverse, l'instrument quantité, fixé aussi pour minimiser la perte sèche en espérance, génère une perte sèche puisqu'il propose une plus grande quantité que la nouvelle situation d'équilibre.

Au contraire, dans un contexte d'une réalisation élevée de θ , l'instrument prix, fixé pour minimiser la perte sèche en espérance, entraîne, dans cette situation, un niveau d'émissions plus élevé que celui qui équilibre le marché. Dans cette situation, l'instrument quantité, fixé aussi pour minimiser la perte sèche en espérance, propose une moins grande quantité que la nouvelle situation d'équilibre.

Ces conclusions s'expliquent par le fait que l'utilisation d'un instrument prix détermine prématurément la valeur du permis et force la quantité de permis à s'ajuster, selon la réalisation du choc. À l'inverse, si l'instrument quantité est favorisé et la quantité de permis est choisie prématurément, le prix du permis s'ajuste en fonction de la réalisation du choc.

Dans la partie qui suit, nous nous intéresserons à la détermination de la perte sèche en fonction des paramètres, à la suite de l'utilisation indépendante des ins-

truments et suivant la réalisation du paramètre faible du choc (θ).

$$P.S. [q_i^P] = \frac{Base \times hauteur}{2}$$

$$P.S. [q_i^P] = \frac{\left[\left\{ (b_1 + \theta) - b_2 \left(\frac{b_1 + \theta - d_1}{b_2 + d_2} \right) \right\} - \left\{ (b_1 + \underline{\theta}) - b_2 \left(\frac{b_1 + \underline{\theta} - d_1}{b_2 + d_2} \right) \right\} \right] \times \left[\frac{b_1 + \theta - d_1}{b_2 + d_2} - \frac{b_1 + \underline{\theta} - d_1}{b_2 + d_2} \right]}{2}$$

$$P.S. [q_i^P] = \frac{[(\theta - \underline{\theta})] \times \left[\frac{(\theta - \underline{\theta})}{b_2 + d_2} \right]}{2} \quad (2.15)$$

$$P.S. [P^F] = \frac{Base \times hauteur}{2}$$

$$P.S. [P^F] = \frac{\left[\frac{\theta - \underline{\theta}}{b_2 + d_2} - \frac{\theta - \underline{\theta}}{b_2} \right] \times \left[(b_1 + \theta - d_1) - (b_2 + d_2) \left(\frac{b_1 + \theta - d_1}{b_2 + d_2} \right) - d_2 \left(\frac{\theta - \underline{\theta}}{b_2} \right) \right]}{2}$$

$$P.S. [P^F] = \frac{\left[\frac{d_2(\theta - \underline{\theta})}{b_2(b_2 + d_2)} \right] \times \left[d_2 \left(\frac{\theta - \underline{\theta}}{b_2} \right) \right]}{2} \quad (2.16)$$

Où lorsque : $b_2 > d_2$, alors le prix fixe génère une plus petite perte sèche que le permis échangeable (voir figure 2.2); $d_2 > b_2$, alors le permis échangeable génère une plus petite perte sèche que le prix fixe (voir figure 2.3).

2.1.4 Construction et adoption d'un instrument hybride

Les limites à l'utilisation d'un instrument pur ont mené au développement de l'instrument hybride. Ce type d'instrument utilise à la fois un instrument prix et quantité simultanément. Dans le cas du marché du carbone entre la Californie et le Québec, l'instrument hybride utilise un mécanisme de permis échangeables contraint de bornes par de prix planchers et de prix plafonds. D'un point de vue graphique, on suppose que ces bornes de prix sont déterminées par les intersections entre les différentes courbes de bénéfice marginal, à la suite des réalisations possibles du choc et de la courbe de dommage marginal.

D'un point de vue analytique, la détermination des bornes de prix sur un marché

qui opère en autarcie se fait en réponse à la condition de premier ordre. La figure 2.5 permet de représenter la situation ainsi que l'établissement des prix planchers.

Détermination du prix plancher (\underline{P})

$$\begin{aligned}
 Bm_i(q_i, \underline{\theta}) &= Dm_i(q_i) \\
 (b_1 + \underline{\theta}) - b_2 q_i &= \hat{d}_1 + d_2(q_i) \\
 \underline{q}_i &= \frac{b_1 + \underline{\theta} - \hat{d}_1}{b_2 + d_2} \\
 \underline{P}_i &= (b_1 + \underline{\theta}) - b_2 \underline{q}_i = (b_1 + \underline{\theta}) - b_2 \left(\frac{b_1 + \underline{\theta} - \hat{d}_1}{b_2 + d_2} \right) \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

Détermination du prix plafond (\bar{P})

$$\begin{aligned}
 Bm_i(q_i, \bar{\theta}) &= Dm_i(q_i) \\
 (b_1 + \bar{\theta}) - b_2 \bar{q}_i &= \hat{d}_1 + d_2(q_i) \\
 \bar{q}_i &= \frac{b_1 + \bar{\theta} - \hat{d}_1}{b_2 + d_2} \\
 \bar{P}_i &= (b_1 + \bar{\theta}) - b_2 \bar{q}_i = (b_1 + \bar{\theta}) - b_2 \left(\frac{b_1 + \bar{\theta} - \hat{d}_1}{b_2 + d_2} \right) \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

L'instrument hybride, comparativement à un instrument pur, permet de minimiser la perte sèche en contrôlant davantage la fluctuation des prix par des bornes tout en ciblant un niveau maximum d'émissions. Le prix de l'émission devient contraint

par des bornes représentées ci-dessous.

$$P_i = \begin{cases} (b_1 + \bar{\theta}) - b_2 \left(\frac{(b_1 + \bar{\theta} - d_1)}{b_2 + d_2} \right) \\ (b_1 + \underline{\theta}) - b_2 \left(\frac{(b_1 + \underline{\theta} - d_1)}{b_2 + d_2} \right) \end{cases}$$

La figure ci-dessous représente graphiquement l'utilisation d'un instrument hybride basé sur un niveau de permis échangeables contraint par des bornes de prix. Les bornes de prix sont fixées pour inclure les prix optimaux, à la suite des différentes possibilités de réalisation de la fonction de bénéfice marginal. La borne inférieure de prix revête aussi une grande importance afin de maintenir l'intérêt des entreprises à réduire leurs émissions.

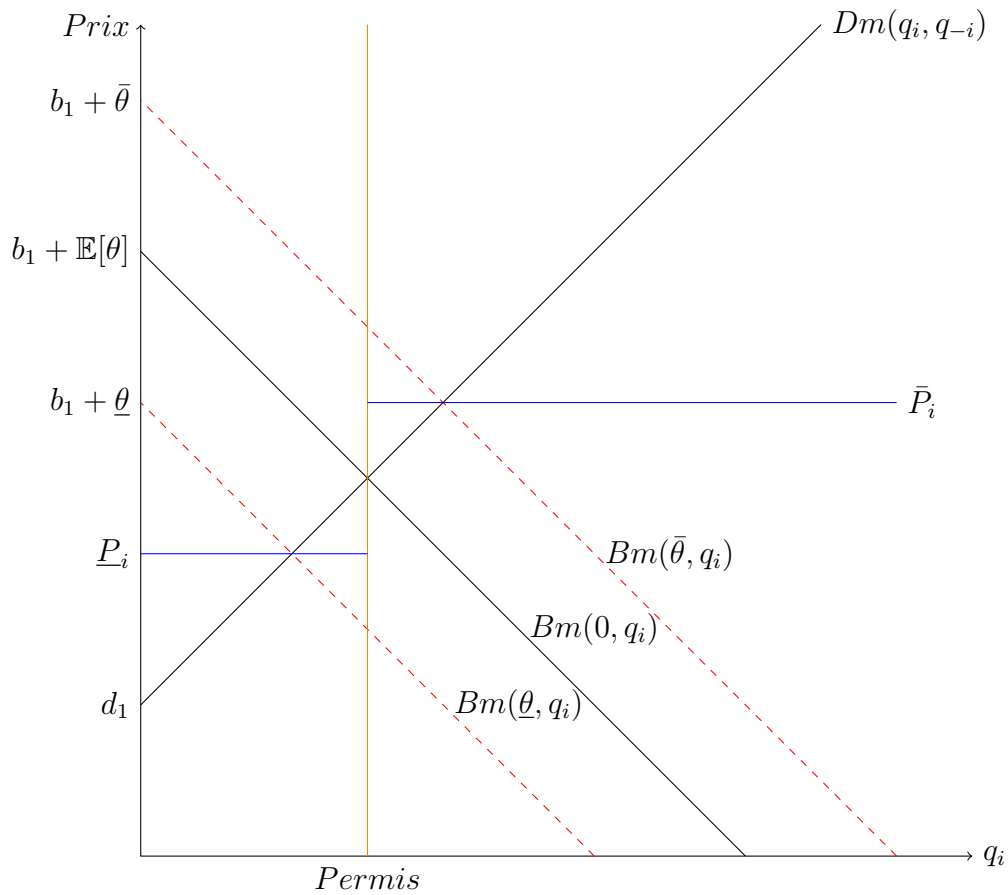


Figure 2.4 Construction de l'instrument hybride en tenant compte de l'incertitude du paramètre θ pour la région i

2.2 Situation d'incertitude sur le taux de change

Considérons une situation pour 2 marchés distincts soumis à la réglementation d'un marché conjoint. Nous étudierons désormais la situation selon laquelle ces marchés sont liés par une règle d'harmonisation pour la détermination du prix effectif sur le marché conjoint. Ces marchés se distinguent, entre autres, par l'utilisation de différentes devises. Dorénavant, l'incertitude proviendra exclusivement du taux de change (ϵ), puisque nous supposerons que la liaison des marchés s'ef-

fectue à la suite d'une réalisation faible du choc $(\underline{\theta})$ ². Nous supposons une réalisation binaire du taux de change soit : une réalisation élevée ($\bar{\epsilon}$) avec probabilité δ et une réalisation faible ($\underline{\epsilon}$) avec probabilité $(1 - \delta)$. Suivant la réalisation d'une appréciation de la monnaie sur un marché, la monnaie sera déprécié sur l'autre marché et vice versa. Nous supposons également qu'il n'y a aucun cout de liaison pour les juridictions.

$$P_1 = \epsilon P_2 \quad (2.19)$$

$$\text{où } \epsilon = \begin{cases} \bar{\epsilon} & \text{avec probabilité } \delta \\ \underline{\epsilon} & \text{avec probabilité } 1 - \delta \end{cases} \quad \text{et } E[\epsilon] = \delta \bar{\epsilon} + (1 - \delta) \underline{\epsilon} = 1$$

P_1 est le niveau général des prix exprimés en $\$1$ sur le marché 1 et P_2 est le niveau général des prix exprimés en $\$2$ sur le marché 2. Dans ce contexte, ϵ convertit la valeur de la devise de la juridiction 1 en valeur de la juridiction 2. Nous utiliserons strictement ce taux de change pour exprimer les prix entre les deux marchés soit : $P_1 = \epsilon P_2$ et $P_2 = \frac{P_1}{\epsilon}$. De plus, pour répondre à la condition portant sur l'espérance des réalisations, la valeur supérieure de epsilon ($\bar{\epsilon}$) est strictement plus grande que la valeur inférieure ($\underline{\epsilon}$).

Désormais, comme nous sommes en présence de deux marchés qui sont soumis à une réglementation commune sur les émissions de carbone, le choix d'une règle d'harmonisation est nécessaire. Cette règle décisionnelle concerne le choix du prix à adopter sur le marché commun. Dans un premier temps, nous choisirons une règle d'harmonisation qui adopte la valeur la plus élevée, une fois convertie dans la même devise, parmi les prix locaux (maximum des prix locaux). Dans un deuxième

2. Dans un contexte où une réalisation forte du choc ($\bar{\theta}$) se réalise, on constaterait une similitude avec la détermination du prix plafond.

temps, nous choisirons une règle d'harmonisation qui adopte le prix le plus faible des prix locaux, une fois la conversion effectuée (minimum des prix locaux).

2.2.1 Règle d'harmonisation avec maximum des prix locaux

On reprend la même incertitude binaire sur la réalisation du taux de change (ϵ). Cependant, dans cette situation, on opte pour une règle d'harmonisation qui adopte la valeur du prix local le plus élevé, une fois la conversion effectuée, comme référence sur le marché commun. Les figures (2.5) et (2.6) présentent la perte sèche espérée à la suite des réalisations binaires du taux de change sur chaque marché.

$\underline{P}_1^{max} = \max\{\underline{P}_1, \epsilon \underline{P}_2\}$ une fois la réalisation du taux de change, où \underline{P}_1 est le prix effectif sur le marché i .

$\underline{P}_2^{max} = \max\left\{\frac{\underline{P}_1}{\epsilon}, \underline{P}_2\right\}$ une fois la réalisation du taux de change, où \underline{P}_2 est le prix effectif sur le marché 2.

$$\underline{P}_1^{max} = \begin{cases} \underline{P}_2^{max} \bar{\epsilon} & \text{avec probabilité } \delta \\ \underline{P}_1^{max} & \text{avec probabilité } 1 - \delta \end{cases}$$

$$\underline{P}_2^{max} = \begin{cases} \underline{P}_2^{max} & \text{avec probabilité } \delta \\ \frac{\underline{P}_1^{max}}{\epsilon} & \text{avec probabilité } 1 - \delta \end{cases}$$

Compte tenu de l'application du taux de change et de la différence au niveau de la taille des marchés, il faut s'attendre à trouver des prix effectifs différents sur chaque marché.

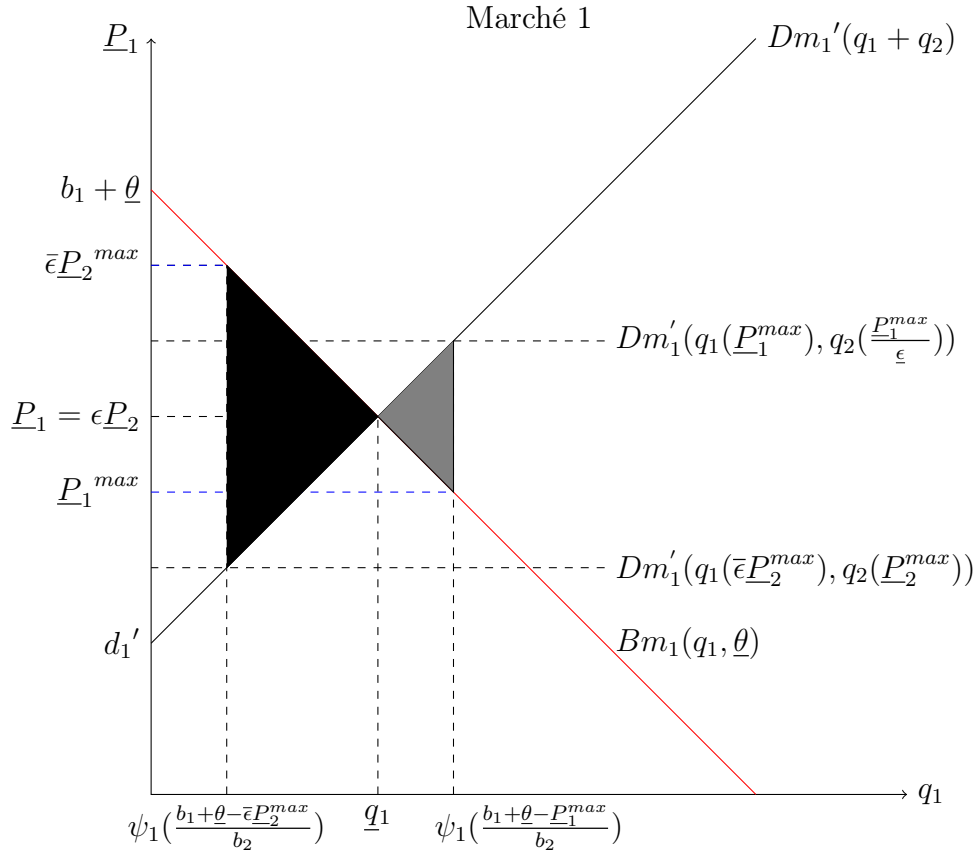


Figure 2.5 Perte sèche espérée suivant les réalisations du taux de change, sur le marché 1, lorsque la règle d'harmonisation adopte le prix local le plus élevé.

$$Dm_1'(q_1(\underline{P}_1^{max}), q_2(\frac{\underline{P}_1^{max}}{\epsilon})) = d_1' + d_2'(\psi_1(\frac{b_1 + \theta - \underline{P}_1^{max}}{b_2}) + \psi_2(\frac{b_1 + \theta - \underline{P}_1^{max}}{b_2 \epsilon}))$$

$$Dm_1'(q_1(\bar{\epsilon} \underline{P}_2^{max}), q_2(\underline{P}_2^{max})) = d_1' + d_2'(\psi_1(\frac{b_1 + \theta - \bar{\epsilon} \underline{P}_2^{max}}{b_2}) + \psi_2(\frac{b_1 + \theta - \bar{\epsilon} \underline{P}_2^{max}}{b_2}))$$

Étant donné la situation actuelle, le prix effectif sur le marché commun adopte comme référence la valeur du prix local dans le marché où la monnaie s'est appréciée. Puisque les deux marchés sont identiques, à l'exception de la capacité des émissions et du fait qu'ils sont affectés de façon inverse par la réalisation du taux de change, le choix du prix local va être déterminant sur le niveau de perte sèche occasionnée par le choix de la règle d'harmonisation. La prochaine étape est de préciser la valeur des prix effectifs sur chaque marché qui permet de minimiser la perte sèche.

$$E[P.S.] =$$

$$\begin{aligned} & \frac{\delta}{2} \left[\left(\frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} - \psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - \bar{\epsilon} P_2^{max}}{b_2} \right) \right) (\bar{\epsilon} P_2^{max} - d'_1 - d'_2 (\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - \bar{\epsilon} P_2^{max}}{b_2} \right) + \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - P_2^{max}}{b_2} \right))) + \right. \\ & \left. \left(\psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - P_2^{max}}{b_2} \right) - \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \right) (d'_1 + d'_2 (\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - \bar{\epsilon} P_2^{max}}{b_2} \right) + \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - P_2^{max}}{b_2} \right)) - P_2^{max}) \right] + \\ & \frac{(1 - \delta)}{2} \left[(d'_1 + d'_2 (\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - P_1^{max}}{b_2} \right) + \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - \frac{P_1^{max}}{\epsilon}}{b_2} \right)) - P_1^{max}) (\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - P_1^{max}}{b_2} \right) - \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)}) + \right. \\ & \left. \left(\frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} - \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - \frac{P_1^{max}}{\epsilon}}{b_2} \right) \right) \left(\frac{P_1^{max}}{\epsilon} - d'_1 - d'_2 (\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - P_1^{max}}{b_2} \right) + \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - \frac{P_1^{max}}{\epsilon}}{b_2} \right)) \right) \right] \end{aligned}$$

$$MIN_{\{P_1^{max}, P_2^{max}\}} E[P.S.]$$

C.P.O.

$$(\underline{P}_2^{max})$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E[P.S.]}{\partial P_2^{max}} \cdot \left(\frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} (\bar{\epsilon} + \frac{d'_2 \bar{\epsilon} \psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2}) + \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} (1 + \frac{d'_2 \bar{\epsilon} \psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2}) - \frac{(b_1 + \theta)\psi_1}{b_2} (\bar{\epsilon} + \right. \\ & \left. \frac{d'_2 \bar{\epsilon} \psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2}) - \frac{(b_1 + \theta)\psi_2}{b_2} (1 + \frac{d'_2 \bar{\epsilon} \psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2}) - \frac{\bar{\epsilon} \psi_1}{b_2} (-2\bar{\epsilon} P_2^{max} + d'_1 + \frac{d'_2 (b_1 + \theta)\psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 (b_1 + \theta)\psi_2}{b_2} - \right. \\ & \left. \frac{2d'_2 \bar{\epsilon} \psi_1 P_2^{max}}{b_2} - \frac{2d'_2 \psi_2 P_2^{max}}{b_2}) - \frac{\psi_2}{b_2} (-2P_2^{max} + d'_1 + \frac{d'_2 (b_1 + \theta)\psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 (b_1 + \theta)\psi_2}{b_2} - \frac{2d'_2 \bar{\epsilon} \psi_1 P_2^{max}}{b_2} - \right. \\ & \left. \frac{2d'_2 \psi_2 P_2^{max}}{b_2}) \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\underline{P}^* \left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) = \underline{P}_2^{max} \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right) \quad (2.20)$$

Où \underline{P}^* est le prix d'équilibre en situation d'autarcie à la suite de la réalisation de $\underline{\theta}$ (voir équation (2.13))

Proposition 1

Supposons que la valeur supérieure de réalisation du taux de change ($\bar{\epsilon}$) est supérieure à 1.

Dans ce cas, cela implique que :

$$\underline{P}^* > \underline{P}_2^{max} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \underline{P}_2^{max}}{\partial \psi_2} > 0 \quad (2.22)$$

Preuve :

$$(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) < (\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2)$$

$$(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) < \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)$$

$$\underline{P}^* > \underline{P}_2^{max}$$

Pour l'équation (2.22) , la preuve se trouve à l'annexe A.

■

$$(\underline{P}_1^{max})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[P.S.]}{\partial \underline{P}_1^{max}} &: \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \left(\frac{1}{\underline{\epsilon}} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2\underline{\epsilon}} + \frac{d'_2\psi_1}{b_2} \right) + \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \left(1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2\underline{\epsilon}} \right) - \frac{(b_1 + \theta)\psi_1}{b_2} \left(1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2\underline{\epsilon}} \right) - \frac{(b_1 + \theta)\psi_2}{b_2} \left(\frac{1}{\underline{\epsilon}} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2\underline{\epsilon}} + \frac{d'_2\psi_1}{b_2} \right) - \frac{\psi_1}{b_2} \left(-2\underline{P}_1^{max} + d'_1 + d'_2(\psi_1 + \psi_2) \right) \frac{(b_1 + \theta)}{b_2} - \frac{2d'_2\psi_1\underline{P}_1^{max}}{b_2} - \frac{2d'_2\psi_2\underline{P}_1^{max}}{\underline{\epsilon}b_2} \Big) - \frac{\psi_2}{b_2\underline{\epsilon}} \left(-\frac{2\underline{P}_1^{max}}{\underline{\epsilon}} + d'_1 + d'_2(\psi_1 + \psi_2) \right) \frac{(b_1 + \theta)}{b_2} - \frac{2d'_2\psi_1\underline{P}_1^{max}}{b_2} - \frac{2d'_2\psi_2\underline{P}_1^{max}}{\underline{\epsilon}b_2} \Big) = \\ 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{P}^* \left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right) = \\ \underline{P}_1^{max} \left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Proposition 2

Supposons que la valeur inférieure de réalisation du taux de change ($\underline{\epsilon}$) est inférieure à 1.

Dans ce cas, cela implique que :

$$\underline{P}^* > \underline{P}_1^{max} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \underline{P}_1^{max}}{\partial \psi_1} > 0 \quad (2.25)$$

Preuve :

$$(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2) < (\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2)$$

$$\frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) < \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)$$

$$\underline{P}^* > \underline{P}_1^{max}$$

Pour l'équation (2.25), la preuve se trouve à l'annexe A.



Dans cette situation, on remarque que pour chaque juridiction, le niveau d'un prix effectif local qui minimise la perte sèche doit être inférieur au prix qui serait adopté en situation autarcie. Ce résultat sous-entend qu'en situation d'incertitude sur la réalisation du taux de change, l'adoption de prix inférieurs au prix d'autarcie permettra au marché qui subit l'appréciation de sa devise de devenir la référence sur le marché commun. L'appréciation de la devise entraîne le prix sur le marché conjoint à se rapprocher du prix d'équilibre, une fois la conversion du taux de change réalisée.

Deuxièmement, on constate que parmi les paramètres qui affectent la détermination des prix effectifs, les réalisations binaires du taux de change ont un impact alors que les probabilités de réalisation n'en n'ont pas. L'absence des probabilités dans les équations de prix (2.20) et (2.23) tient uniquement au fait que l'incertitude est binaire. En effet, le prix de chaque juridiction n'est effectif que pour une des deux réalisations de l'incertitude. Si le choc de taux de change pouvait prendre plus de valeurs, chaque prix optimal dépendrait des probabilités des variations de taux de change conditionnelles à l'effectivité du plancher en question. Bien que les probabilités soient absentes, on constate que la variance des réalisations du taux de change a une influence sur la détermination du prix effectif. En effet, plus la variance des réalisations est élevée et plus la différence devient importante entre les valeurs des prix optimaux et celle du prix d'équilibre en situation d'autarcie. Il suffit d'attribuer des valeurs, aux réalisations binaires du taux de change, très rapprochées de 1 pour constater que le prix effectif tend à égaliser le prix d'équilibre en situation d'autarcie.

Parmi les autres paramètres qui affectent la détermination des prix effectifs, il y a aussi le paramètre de taille. Les résultats qui ressortent des équations (2.22)

et (2.25) montrent que le prix augmente avec la capacité du marché. Dans une situation où les marchés sont de tailles différentes et que leurs prix sont inférieurs au prix de référence en situation d'autarcie, le plus gros marché affichera un prix supérieur à celui du plus petit marché tout en étant inférieur au prix en situation d'autarcie. Dans cette situation, le plus petit marché devient le marché le plus affecté puisque la règle d'harmonisation favorise le prix le plus élevé une fois converti. Dans le marché qui nous intéresse, on remarque l'influence plus importante de la Californie sur le prix effectif commun, alors que le Québec joue un rôle effacé. Ce dernier subit le prix de l'autre marché, une fois converti.

2.2.2 Règle d'harmonisation avec minimum des prix locaux

Dans cette section, on reprend le marché du carbone à deux juridictions auquel on applique une nouvelle règle d'harmonisation. Dans ce cas-ci, la règle de liaison adopte le prix le plus bas, une fois converti dans la même devise, comme prix effectif sur le marché commun. Comme les deux marchés sont différents quant à leur taille et sont affectés de façon inverse par la réalisation du taux de change, le prix commun adoptera la valeur du prix effectif sur le marché où la monnaie aura été dépréciée. Les figures (2.7) et (2.8) représentent la perte sèche à la suite des réalisations binaires du taux de change, sur chaque marché.

Comme précédemment, le prix local peut prendre deux valeurs sur chaque marché, suivant la réalisation du taux de change (ϵ).

$\underline{P}_1^{min} = \min\{\underline{P}_1, \epsilon \underline{P}_2\}$ une fois la réalisation du taux de change, où \underline{P}_1 est le prix effectif sur le marché 1.

$\underline{P}_2^{min} = \min\left\{\frac{\underline{P}_1}{\epsilon}, \underline{P}_2\right\}$ une fois la réalisation du taux de change, où \underline{P}_2 est le prix effectif sur le marché 2.

$$\underline{P}_1^{min} = \begin{cases} \underline{P}_1^{min} & \text{avec probabilité } \delta \\ \underline{P}_j^{min} \underline{\epsilon} & \text{avec probabilité } 1 - \delta \end{cases}$$

$$\underline{P}_2^{min} = \begin{cases} \frac{\underline{P}_1^{min}}{\underline{\epsilon}} & \text{avec probabilité } \delta \\ \underline{P}_2^{min} & \text{avec probabilité } 1 - \delta \end{cases}$$

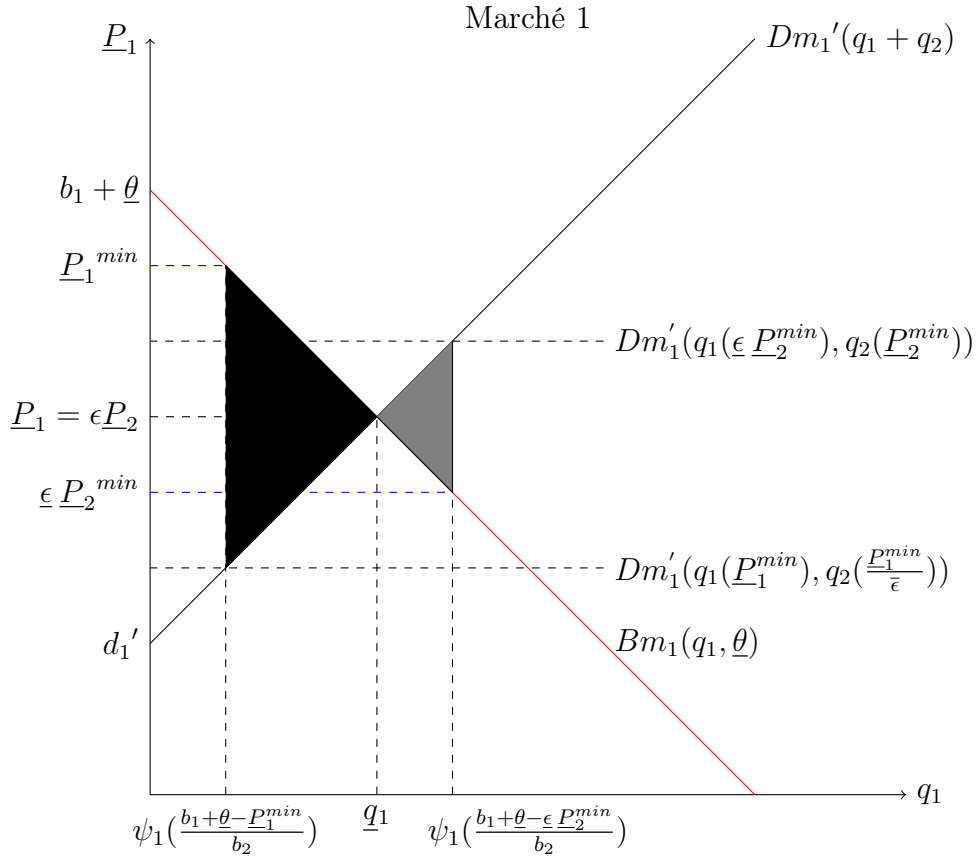


Figure 2.7 Perte sèche suivant la réalisation du taux de change, sur le marché 1, lorsque la règle d'harmonisation adopte le prix le plus faible.

$$Dm_1'(q_1(\underline{P}_1^{min}), q_2(\frac{\underline{P}_1^{min}}{\underline{\epsilon}})) = d_1' + d_2'(\psi_1(\frac{b_1 + \theta - \underline{P}_1^{min}}{b_2}) + \psi_2(\frac{b_1 + \theta - \frac{\underline{P}_1^{min}}{\underline{\epsilon}}}{b_2}))$$

$$Dm'_1(q_1(\underline{P}_2^{min}), q_2(\underline{P}_2^{min})) = d'_1 + d'_2(\psi_1(\frac{b_1+\theta-\epsilon \underline{P}_2^{min}}{b_2}) + \psi_2(\frac{b_1+\theta-\underline{P}_2^{min}}{b_2}))$$

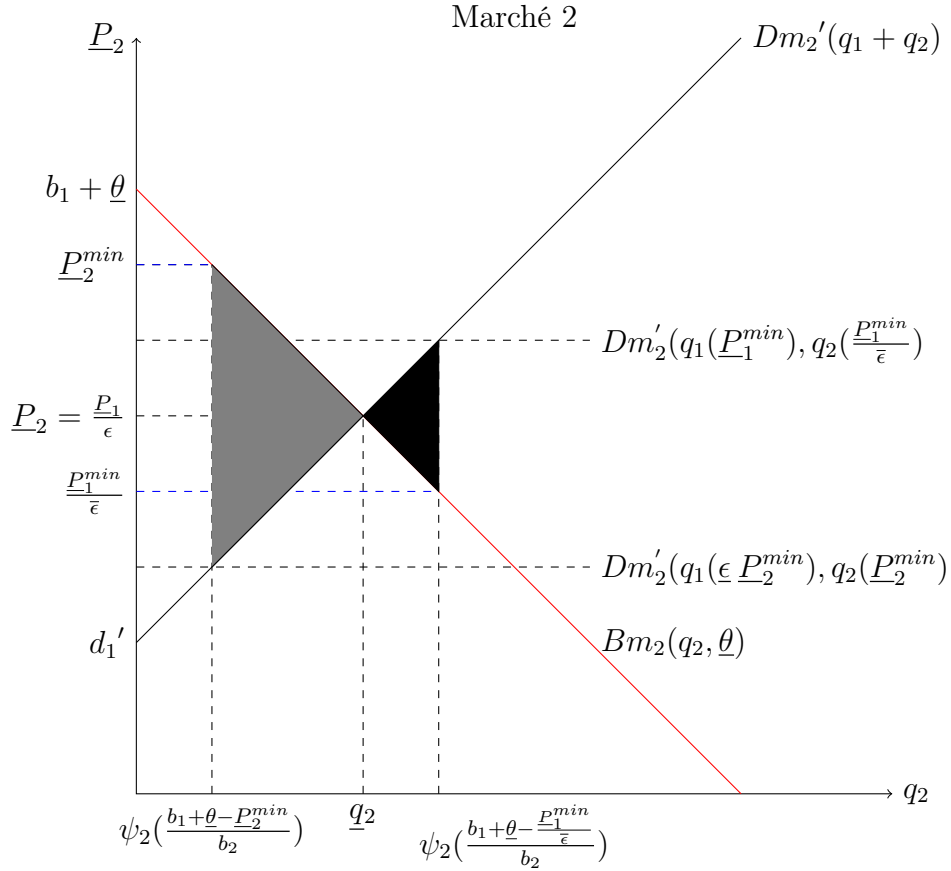


Figure 2.8 Perte sèche suivant la réalisation du taux de change, sur le marché 2, lorsque la règle d'harmonisation adopte le prix le plus faible.

$$Dm'_2(q_1(\underline{P}_1^{min}), q_2(\frac{P_1^{min}}{\epsilon})) = d'_1 + d'_2(\psi_1(\frac{b_1+\theta-\underline{P}_1^{min}}{b_2}) + \psi_2(\frac{b_1+\theta-\frac{P_1^{min}}{\epsilon}}{b_2}))$$

$$Dm'_2(q_1(\epsilon \underline{P}_2^{min}), q_2(\underline{P}_2^{min})) = d'_1 + d'_2(\psi_1(\frac{b_1+\theta-\epsilon \underline{P}_2^{min}}{b_2}) + \psi_2(\frac{b_1+\theta-\underline{P}_2^{min}}{b_2}))$$

L'objectif, comme dans la situation précédente, est de déterminer la valeur des prix effectifs qui permettent de minimiser la perte sèche en espérance, dans un contexte où la règle d'harmonisation adopte le minimum des prix locaux. Si on se fie aux résultats trouvés précédemment, on peut s'attendre à ce que les prix effectifs qui minimisent la perte sèche soient plus élevés que le prix d'équilibre en situation d'autarcie.

$$E[P.S.] =$$

$$\begin{aligned} & \frac{\delta}{2} \left[\left(\frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} - \psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - P_1^{min}}{b_2} \right) \right) (P_1^{min} - d'_1 - d'_2(\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - P_1^{min}}{b_2} \right) + \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - P_1^{min}}{b_2 \bar{\epsilon}} \right))) \right. \\ & + \left(\psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - P_1^{min}}{b_2 \bar{\epsilon}} \right) - \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \right) (d'_1 + d'_2(\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - P_1^{min}}{b_2} \right) + \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - P_1^{min}}{b_2 \bar{\epsilon}} \right)) - \frac{P_1^{min}}{\bar{\epsilon}}) \left. \right] + \\ & \frac{(1 - \delta)}{2} \left[(d'_1 + d'_2(\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - \epsilon P_2^{min}}{b_2} \right) + \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - P_2^{min}}{b_2} \right))) - \epsilon P_2^{min} \right) \left(\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - \epsilon P_2^{min}}{b_2} \right) - \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \right) + \\ & \left. \left(\frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} - \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - P_2^{min}}{b_2} \right) \right) (P_2^{min} - d'_1 - d'_2(\psi_1 \left(\frac{b_1 + \theta - \epsilon P_2^{min}}{b_2} \right) + \psi_2 \left(\frac{b_1 + \theta - P_2^{min}}{b_2} \right))) \right] \end{aligned}$$

$$MIN_{\{P_1^{min}, P_2^{min}\}} E[P.S.]$$

C.P.O.

$$(P_2^{min})$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E[P.S.]}{\partial P_2^{min}} \cdot \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \left(\underline{\epsilon} + \frac{d'_2 \underline{\epsilon} \psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2} \right) + \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \left(1 + \frac{d'_2 \underline{\epsilon} \psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2} \right) - \frac{(b_1 + \theta)\psi_1}{b_2} \left(\underline{\epsilon} + \right. \\ & \left. \frac{d'_2 \underline{\epsilon} \psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2} \right) - \frac{(b_1 + \theta)\psi_2}{b_2} \left(1 + \frac{d'_2 \underline{\epsilon} \psi_1}{b_2} + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2} \right) - \frac{\bar{\epsilon} \psi_1}{b_2} \left(-2 \underline{\epsilon} P_2^{min} + d'_1 + \frac{d'_2 (b_1 + \theta)(\psi_1 + \psi_2)}{b_2} - \right. \\ & \left. \frac{2d'_2 \underline{\epsilon} \psi_1 P_2^{min}}{b_2} - \frac{2d'_2 \psi_2 P_2^{min}}{b_2} \right) - \frac{\psi_2}{b_2} \left(-2 P_2^{min} + d'_1 + \frac{d'_2 (b_1 + \theta)(\psi_1 + \psi_2)}{b_2} - \frac{2d'_2 \underline{\epsilon} \psi_1 P_2^{min}}{b_2} - \frac{2d'_2 \psi_2 P_2^{min}}{b_2} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & P^* \left((\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2) \right) = \\ & P_2^{min} \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Proposition 3

Supposons que la valeur inférieure de réalisation du taux de change ($\underline{\epsilon}$) est inférieure à 1.

Dans ce cas, cela implique que :

$$\underline{P}_2^{min} > \underline{P}^* \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \underline{P}_2^{min}}{\partial \psi_2} < 0 \quad (2.28)$$

Preuve :

$$\frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2) > \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)$$

$$(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) > (\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2)$$

$$\underline{P}_2^{min} > \underline{P}^*$$

La preuve de l'équation (2.28) se trouve à l'annexe A.

■

(\underline{P}_1^{min})

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[P.S.]}{\partial \underline{P}_1^{min}} : & \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \left(\frac{1}{\bar{\epsilon}} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2\bar{\epsilon}} + \frac{d'_2\psi_1}{b_2} \right) + \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \left(1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2\bar{\epsilon}} \right) - \frac{(b_1 + \theta)\psi_1}{b_2} \left(1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2\bar{\epsilon}} \right) - \frac{(b_1 + \theta)\psi_2}{b_2} \left(\frac{1}{\bar{\epsilon}} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2\bar{\epsilon}} + \frac{d'_2\psi_1}{b_2} \right) - \frac{\psi_1}{b_2} \left(-2\underline{P}_1^{min} + d'_1 + d'_2(\psi_1 + \psi_2) \right) \frac{(b_1 + \theta)}{b_2} - \frac{2d'_2\psi_1\underline{P}_1^{min}}{b_2} - \frac{2d'_2\psi_2\underline{P}_1^{min}}{b_2\bar{\epsilon}} \Big) - \frac{\psi_2}{b_2\bar{\epsilon}} \left(-\frac{2\underline{P}_1^{min}}{\bar{\epsilon}} + d'_1 + d'_2(\psi_1 + \psi_2) \right) \frac{(b_1 + \theta)}{b_2} - \frac{2d'_2\psi_1\underline{P}_1^{min}}{b_2} - \frac{2d'_2\psi_2\underline{P}_1^{min}}{b_2\bar{\epsilon}} \Big) = \\ & 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{P}^* ((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)) = \\ \underline{P}_1^{min} \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Proposition 4

Supposons que la valeur supérieure de réalisation du taux de change ($\bar{\epsilon}$) est supérieure à 1.

Dans ce cas, cela implique que :

$$\underline{P}_1^{min} > \underline{P}^* \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \underline{P}_1^{min}}{\partial \psi_1} < 0 \quad (2.31)$$

Preuve :

$$\frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) < \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)$$

$$(\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) < (\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2)$$

$$\underline{P}_1^{min} > \underline{P}^*$$

Pour l'équation (2.31), la preuve se trouve à l'annexe A.

■

Dans cette situation où la règle d'harmonisation adopte le prix minimum au lieu du prix maximum, nous nous attendions à trouver des résultats qui présentent plusieurs analogies. Cependant, dans une situation où la règle d'harmonisation

adopte le minimum des prix effectifs locaux, la valeur des prix effectifs, qui minimise la perte sèche en espérance, devient supérieure au prix d'équilibre en situation d'autarcie, avant la réalisation du taux de change. Dans ce contexte, le prix du marché qui voit sa monnaie être dépréciée, à la suite de la réalisation du taux de change, devient la référence lors de l'enchère conjointe et sa valeur tend à se rapprocher du prix d'équilibre en situation d'autarcie. Ceci répond correctement à l'hypothèse développée pour la règle d'harmonisation précédente.

Concernant l'impact des paramètres sur la valeur des prix effectifs, on trouve l'influence des mêmes paramètres que dans la règle précédente. Par contre, les prix optimaux vont désormais varier au-dessus du prix d'équilibre d'autarcie et non au-dessous, pour cette règle d'harmonisation. Le rapport des paramètres de pentes, la variance des réalisations binaires de taux de change et les paramètres de taille sont les principaux paramètres qui affectent les prix.

Contrairement à la règle d'harmonisation précédente, le paramètre de taille influence à la baisse le prix local dans cette situation. Les résultats aux équations (2.28) et (2.31) montrent qu'une augmentation du paramètre de taille réduit le prix local à adopter pour minimiser la perte sèche. C'est donc dire, que le marché de plus petite taille aura un prix effectif inférieur au prix d'équilibre en situation d'autarcie, mais supérieur au prix d'équilibre du marché le plus imposant. À l'inverse, le marché le plus imposant aura un prix plus faible et bénéficiera d'une plus grande influence sur la détermination du prix effectif conjoint.

2.2.3 Règle d'harmonisation avec moyenne pondérée des prix locaux

Le prix effectif suit désormais une moyenne pondérée par η , où η est le pourcentage accordé au prix du marché 1, \underline{P}_1 , et $(1 - \eta)$ est le pourcentage accordé au prix du

marché 2, \underline{P}_2 .

$$\underline{P}_1 = \begin{cases} \eta \underline{P}_1 + (1 - \eta) \bar{\epsilon} \underline{P}_2 & \text{avec probabilité } \delta \\ \eta \underline{P}_1 + (1 - \eta) \underline{\epsilon} \underline{P}_2 & \text{avec probabilité } 1 - \delta \end{cases}$$

$$\underline{P}_2 = \begin{cases} (1 - \eta) \underline{P}_2 + \eta \frac{\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} & \text{avec probabilité } \delta \\ (1 - \eta) \underline{P}_2 + \eta \frac{\underline{P}_1}{\underline{\epsilon}} & \text{avec probabilité } 1 - \delta \end{cases}$$

Dans cette section, nous reprenons le marché du carbone à deux juridictions auquel nous appliquons une nouvelle règle d'harmonisation. Dans ce cas-ci, la règle de liaison suit une moyenne pondérée par η , où η correspond au pourcentage accordé au prix du marché 1, \underline{P}_1 , et $(1 - \eta)$ correspond au pourcentage accordé au prix du marché 2, \underline{P}_2 . Les figures (2.9) et (2.10) représentent la perte sèche espérée à la suite des réalisations binaires du taux de change sur chaque marché.

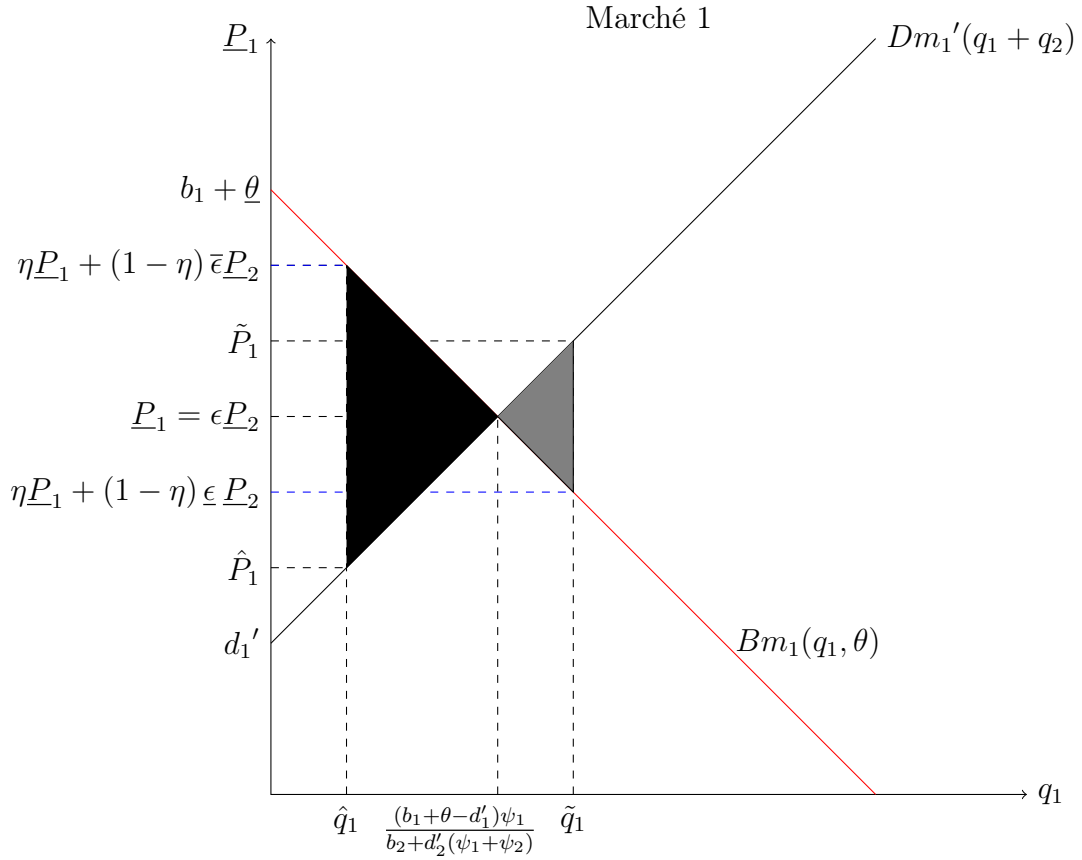


Figure 2.9 Perte sèche suivant la réalisation du taux de change, sur le marché 1, lorsque la règle d'harmonisation adopte une moyenne pondérée entre les deux prix locaux.

$$\hat{q}_1 = \frac{\psi_1}{b_2} (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \bar{\epsilon} \underline{P}_2)$$

$$\tilde{q}_1 = \frac{\psi_1}{b_2} (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \underline{\epsilon} \underline{P}_2)$$

$$\hat{P}_1 = d'_1 + d'_2 (\hat{q}_1 + \hat{q}_2) = d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \bar{\epsilon} \underline{P}_2) + \psi_2 (b_1 + \theta - \eta \frac{P_1}{\bar{\epsilon}} - (1 - \eta) \underline{P}_2))$$

$$\tilde{P}_1 = d'_1 + d'_2 (\tilde{q}_1 + \tilde{q}_2) = d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \underline{\epsilon} \underline{P}_2) + \psi_2 (b_1 + \theta - \eta \frac{P_1}{\underline{\epsilon}} - (1 - \eta) \underline{P}_2))$$

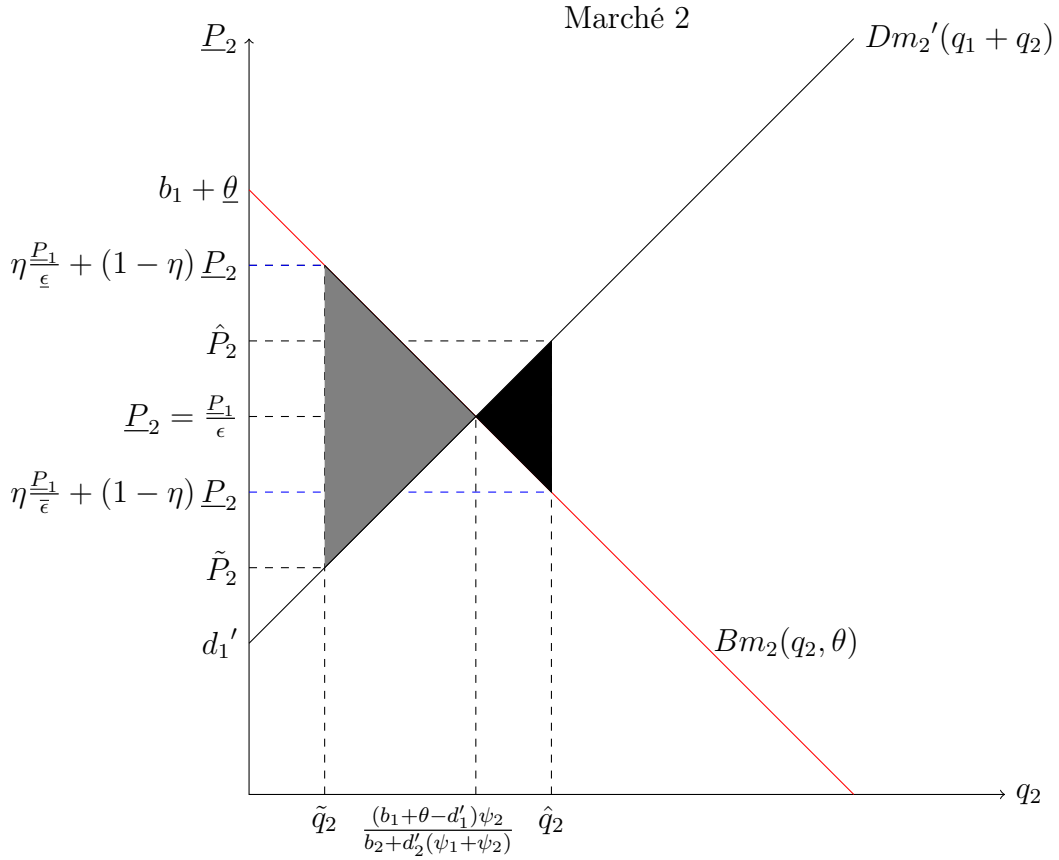


Figure 2.10 Perte sèche suivant la réalisation du taux de change, sur le marché 2, lorsque la règle d'harmonisation adopte une moyenne pondérée entre les deux prix locaux.

$$\hat{q}_2 = \frac{\psi_2}{b_2} (b_1 + \theta - \eta \frac{P_1}{\epsilon} - (1 - \eta) \underline{P}_2)$$

$$\tilde{q}_2 = \frac{\psi_2}{b_2} (b_1 + \theta - \eta \frac{P_1}{\epsilon} - (1 - \eta) \underline{P}_2)$$

$$\hat{P}_2 = d'_1 + d'_2 (\hat{q}_1 + \hat{q}_2) = d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \bar{\epsilon} \underline{P}_2) + \psi_2 (b_1 + \theta - \eta \frac{P_1}{\epsilon} - (1 - \eta) \underline{P}_2))$$

$$\tilde{P}_2 = d'_1 + d'_2 (\tilde{q}_1 + \tilde{q}_2) = d'_1 + d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \underline{\epsilon} \underline{P}_2) + \psi_2 (b_1 + \theta - \eta \frac{P_1}{\epsilon} - (1 - \eta) \underline{P}_2))$$

Dans cette situation, la complexité des conditions du premier ordre ne nous permettent pas de tirer des conclusions sur l'utilisation de cette règle. À l'inverse des règles précédentes, la règle actuelle nécessite l'utilisation des prix locaux sur les deux marchés dans la détermination du prix conjoint. Puisque la détermination du prix commun ne dépend plus juste d'un marché, on remarque que les pondérations aux réalisations binaires du taux de change s'ajoutent aux paramètres d'influence du prix optimal dans les conditions du premier ordre.

Bien que nous sommes dans l'incapacité de soumettre des résultats pour cette règle, notre hypothèse relative à l'utilisation d'une règle d'harmonisation optant pour une moyenne pondérée soit plus équitable et davantage en mesure de réduire l'influence du taux de change sur la détermination du prix effectif pour les différentes juridictions.

Pour les lecteurs intéressés, la minimisation de l'espérance de la perte sèche, dans un contexte où la règle d'harmonisation adopte une moyenne pondérée, se trouve à l'annexe B, tout comme les conditions du premier ordre et une résolution partielle de celles-ci.

CHAPITRE III

CALIBRATION

Dans cette section, nous allons procéder à la calibration des équations de dommage marginal et de bénéfice marginal dans le but de produire des scénarios sur le marché de plafonnement et d'échange nord-américain. Pour la calibration des paramètres de la fonction de bénéfice marginal, nous serons influencés par le cahier de recherche de Doda et Taschini (2016). Considérant les similitudes entre les structures économiques californienne et québécoise, les paramètres de la fonction de bénéfice marginal seront identiques à l'exception du paramètre de taille. Pour la calibration des paramètres de la fonction de dommage marginal, nous utiliserons les données aux enchères de 2014 ainsi que la fonction de bénéfice marginal calibrée. Une fois cette partie du travail réalisée, nous allons programmer les résultats des premières enchères entre la Californie et le Québec pour différentes règles d'harmonisation. Ces résultats serviront à vérifier nos résultats de la section précédente et nous permettront d'évaluer les prix aux différentes enchères de plafonnement et d'échange du carbone entre la Californie et le Québec, à évaluer le choix de la règle d'harmonisation sur l'efficacité du marché et à déterminer les possibles conséquences sur l'arrivée nouvelle de futures juridictions canadiennes et américaines. Nous terminerons avec nos recommandations sur l'utilisation de la règle d'harmonisation dans le cadre de ce marché.

3.1 Calibration des paramètres

3.1.1 Détermination des paramètres de la fonction de bénéfice

C'est à partir du travail de Doda et Taschini (2016) que nous avons calibré les paramètres de la fonction de bénéfice marginal. La première étape fut de trouver les données d'émissions ($e_{i,t}$) pour les différentes juridictions sur un horizon de temps prolongé. Les données américaines proviennent de la *World Resource Institute* (WRI), tandis que les données canadiennes proviennent de la *Climate Change Connection* (CCC). Par la suite, nous avons exprimé les données d'émissions en logarithme naturel avant de les décomposer en deux parties à l'aide d'un filtre HP, introduit par Hodrick et Prescott (1997), avec un paramètre $\lambda = 6, 25$. Ces parties sont : une tendance de long terme exprimée par la composante tendancielle, $e_{i,t}^t$, et les mouvements cycliques de court terme exprimés par la composante cyclique, $e_{i,t}^c$. Cette valeur du paramètre λ est introduite par Ravn et Uhlig (2002) pour la première fois afin de pondérer des données annuelles. Cette valeur est aussi reprise par Doda et Taschini (2016) dans leur cahier de recherche.

$$\ln(e_{i,t}) = e_{i,t}^t + e_{i,t}^c \quad (3.1)$$

où $e_{i,t}^c = \ln(b_1 + \theta_i)$ et $e_{i,t}^t = \ln(\frac{b_2}{\psi_i})$

La composante cyclique sera associée à la position de la fonction bénéfice ainsi qu'au paramètre de choc, tandis que la composante tendancielle le sera à la taille du marché.

$$\ln(e_{i,t}) = \ln(b_1 + \theta_i) + \ln\left(\frac{b_2}{\psi_i}\right) \quad (3.2)$$

où $\frac{b_2}{\psi_i}$ représente la pente de la fonction de bénéfice marginal et $(b_1 + \theta)$ représente l'ordonnée à l'origine.

Tout comme le fait Doda et Taschini (2016), nous endosserons l'hypothèse que la composante cyclique donne suffisamment d'informations pour être en mesure de déterminer les valeurs binaires du choc, $\bar{\theta}$ et $\underline{\theta}$.

Nous utiliserons les hypothèses suivantes concernant le paramètre de choc : $E(\theta_i) = 0$, $\text{Var}(\theta_i) = \sigma_i^2$, $\text{Corr}(\theta_1, \theta_2) = \rho \in [-1, 1]$.

Pour la détermination du paramètre ψ_i , nous utiliserons également la méthode utilisée par Doda et Taschini (2016) à laquelle nous appliquerons un paramètre, A . Cette méthode consiste à utiliser la composante tendancielle des émissions annuelles de GES pour déterminer la taille des économies. On suppose que la taille de l'économie pour chaque juridiction, est égale à la composante tendancielle des émissions, pour la dernière observation. Puisque nos données s'arrêtent à 2012, nous utiliserons cette dernière année pour la détermination de ψ .

Pour trouver les paramètres ψ_i pour chaque région, Doda et Taschini (2016) normalisent la taille du plus gros marché ($\psi = 100$) et calibre $b_2 = 0, 5$.

Nous utiliserons la formule suivante pour déterminer la taille des marchés :

$$\ln\left(\frac{b_2}{\psi_i}\right) \cdot A = e_{i,2012}^t \quad (3.3)$$

Dans notre cas, puisque la Californie représente le marché le plus important, c'est cette juridiction qui sera normalisée à 100. Elle déterminera la valeur du paramètre A .

Californie

$$\ln\left(\frac{b_2}{\psi_{Cal.}}\right) \cdot A = e_{Cal,2012}^t$$

$$\ln\left(\frac{0,5}{100}\right) \cdot A = 6,0869$$

$$A = -1,1488$$

À l'aide de l'équation (3.3), nous pouvons désormais déterminer les paramètres de tailles pour les différents marchés.

Tableau 3.1 Valeurs des paramètres de taille en fonction de la composante tendancielle des émissions pour l'année 2012.

	$e_{i,2012}^t$	ψ_i^*
Québec	4,4041	23,15
Ontario	5,1313	43,48
Québec + Ontario	5,5255	61,73
Québec + Californie	6,2574	116,28

*Le détail des calculs se trouvent à l'annexe A.

Considérant l'arrivée de l'Ontario en 2017 dans ce marché, nous réaliserons deux simulations, soit une première en tenant compte du marché actuel entre le Québec et la Californie et une deuxième en tenant compte de l'arrivée de l'Ontario. L'ajout de l'Ontario au marché du Québec fera augmenter significativement le paramètre de taille du côté canadien.

Nous récupérerons la composante cyclique afin de calibrer l'ordonnée à l'origine de la fonction de bénéfice marginal.

$$\ln(b_1 + \theta) = e_{Qc+Cal,t}^c$$

$$e^{\ln(b_1 + \theta)} = e^{e_{Qc+Cal,t}^c}$$

$$b_1 + \theta = e^{e_{Qc+Cal,t}} \quad (3.4)$$

De cette façon, on isole $b_1 + \theta$. Par la suite, on associera b_1 à la tendance de la série (1990-2012) et θ à la différence pour chaque période. La figure ci-dessous représente la tendance de la série ainsi que les variations de court terme.

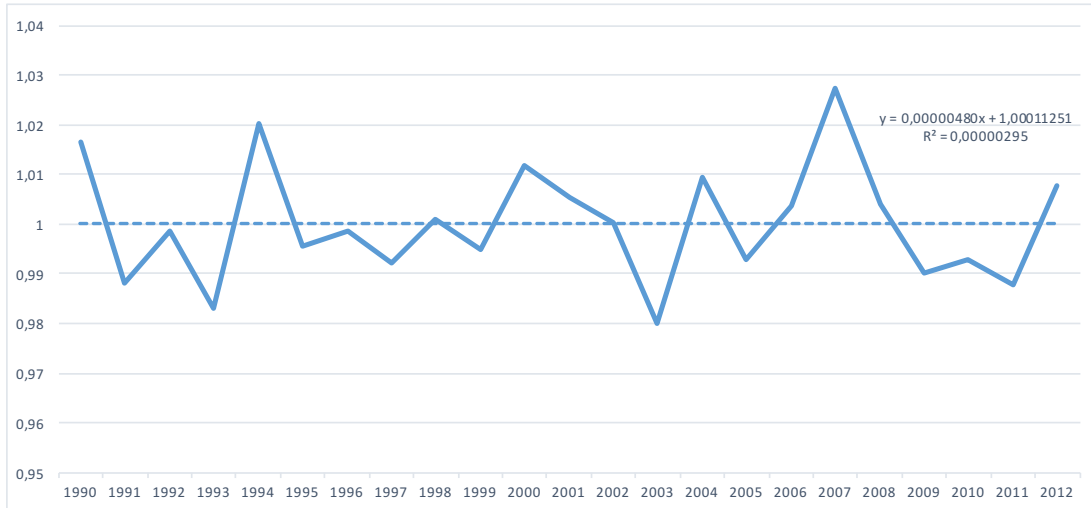


Figure 3.1 Évolution de la composante cyclique du logarithme des émissions pour le Québec et la Californie, entre 1990 et 2012.

Selon les résultats obtenus, $b_1 = 1$ et θ varie entre 0 et 0,03. Puisque nous avons choisi de représenter le paramètre de choc (θ) par une réalisation dichotomique, nous normaliserons les réalisations possibles du choc à deux valeurs comprises dans cette intervalle, soit : $\underline{\theta} = -0,02$ et $\bar{\theta} = 0,02$.

3.1.2 Choix des données binaires du taux de change ($\underline{\epsilon}$, $\bar{\epsilon}$)

Pour le choix de données du taux de change, nous utiliserons les données du taux à midi exprimé en devise américaine provenant de la Banque du Canada. Les données retenues couvrent un horizon de 10 ans, soit du 4 juillet 2006 au 4 juillet 2016. Durant cette période, la valeur moyenne du taux de change s'est maintenue à 1,0944 \$ CAN / \$ US. Afin de représenter les données binaires, plusieurs données

sont retenues pour différents scénarios sous différentes variances. Le tableau qui suit présente les données retenues pour les différents scénarios.

Tableau 3.2 Données binaires du taux de change en fonction des scénarios.

scénario		Taux de change (\$ Can / \$ Us)	rang centile
1 ^{er}	$\bar{\epsilon}$	1,2743	90 ^e
	$\underline{\epsilon}$	0,9883	10 ^e
2 ^e	$\bar{\epsilon}$	1,1539	75 ^e
	$\underline{\epsilon}$	1,0121	25 ^e
3 ^e	$\bar{\epsilon}$	1,4589	100 ^e
	$\underline{\epsilon}$	0,9170	1 ^{er}

Le premier scénario représente la situation de variance modérée ; le deuxième scénario représente la situation de variance faible ; le troisième scénario représente la situation de variance forte. Les différents scénarios permettront d'évaluer l'impact de la variance sur les résultats. De plus, bien que les scénarios 1 et 3 respectent les propositions du modèle, le scénario 2 ne respecte plus les propositions. Le scénario 2 demeure intéressant pour représenter les impacts du non-respect des propositions.

3.1.3 Paramètre de corrélation

Dans le chapitre précédent, nous avons décidé d'émettre comme hypothèse un choc identique aux deux régions. Cette dernière hypothèse suppose une corrélation parfaite entre les juridictions. Dans cette sous-section, nous allons comparer la corrélation entre les composantes cycliques des différentes juridictions, pour la période 1990-2012.

$\rho_{i,-i} = Corr(\exp^{(\epsilon_{i,t}^c)}, \exp^{(\epsilon_{-i,t}^c)})$, où i et $-i$ représente 2 régions durant la même horizon de temps t .

Résultats pour la période 1990-2012 :

$$\begin{aligned}
 \rho_{Qc,Ont} &= -0,0414 \\
 \rho_{Qc,Cal} &= 0,0137 \\
 \rho_{Cal,Ont} &= 0,3057 \\
 \rho_{Cal,Can} &= 0,3019
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Il est surprenant de constater que le coefficient de corrélation dans le marché du carbone actuel entre le Québec et la Californie est nul, ce qui montre l'absence de lien de corrélation entre les 2 marchés. Contrairement à l'hypothèse initiale, on ne peut démontrer une corrélation entre les marchés à partir de la composant cyclique des émissions de carbone sur la période 1990-2012. Cependant, les résultats montrent que l'ajout de l'Ontario favorise une augmentation du coefficient de corrélation ce qui vient renforcer l'hypothèse initiale. Bien que cet ajout permette au marché canadien, qui comprend maintenant le Québec et l'Ontario, d'enregistrer un lien de corrélation positif avec la Californie, le coefficient reste assez faible démontrant ainsi une corrélation plutôt faible entre les marchés.

3.2 Détermination des paramètres de la fonction de dommage marginal

Tableau 3.3 Données observées pour les différentes enchères de 2014.

	Québec		Californie		
Enchères	Prix (\$ Ca)	Qté	Prix (\$ Us)	Qté	Total
F. 14	11,39	1 035 000	11,48	19 538 695	20 573 695
M. 14	11,39	1 049 111	11,50	16 947 080	17 996 191
A. 14	11,39	694 000	11,50	22 473 043	23 167 043
N. 14*	13,68	23 070 987*	12,10	23 070 987*	23 070 987
Total					84 807 916

Reprenons les équations et les valeurs des paramètres connus. Nous utiliserons les données d'émissions globales de 2014 et le paramètre de taille représentant les deux marchés¹. Nous supposons que la quantité d'émissions globales en 2014 représente la quantité d'équilibre sachant que le prix effectif est dicté par la Californie. Ce dernier se situant à 11,34 \$ US pour l'année 2014, il représentera le prix d'équilibre pour la quantité d'émissions globales. Concernant l'équation de dommage marginal, comme le démontre Pizer (1997), le dommage occasionné par les GES est négligeable pour un niveau d'émissions faible, mais suit une trajectoire exponentielle à partir d'un certain niveau d'émissions assez élevé. Dans notre modèle, la fonction suit une trajectoire linéaire, à des fins de simplification. À la suite des affirmations de Pizer (1997), nous pouvons penser que le dommage marginal occasionné par les émissions de GES croît très lentement avec les émissions. Pour reproduire ce résultat, nous supposons une fonction de dommage qui augmente lentement avec le niveau d'émissions. Nous supposons donc un rapport entre les paramètres de la fonction de dommage marginal élevé afin que la pente soit légèrement croissante avec les émissions. Le rapport des paramètres équivalra à 9 et q_i se mesurera en millions de tonnes de carbone.

$$\frac{d_1}{d_2} = 9 \tag{3.6}$$

1. Québec + Californie

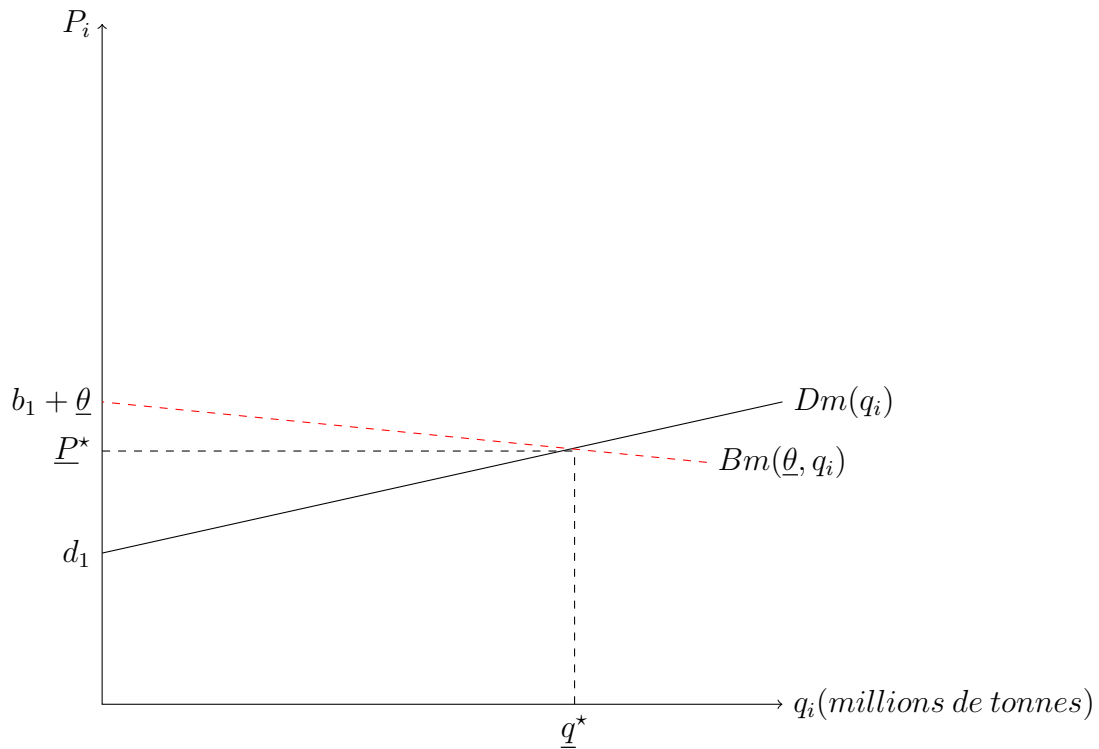


Figure 3.2 Marché d'équilibre partiel

Nous avons trouvé précédemment pour les paramètres de la fonction de bénéfice marginal : $b_2 = 0,5$, $b_1 = 1$ et $\underline{\theta} = -0,02$. Puisque nous utilisons les valeurs d'émissions globales, nous avons choisi d'utiliser le paramètre de taille pour les deux juridictions. Dans ce contexte, $\psi_{Qc+Cal} = 116,28$.

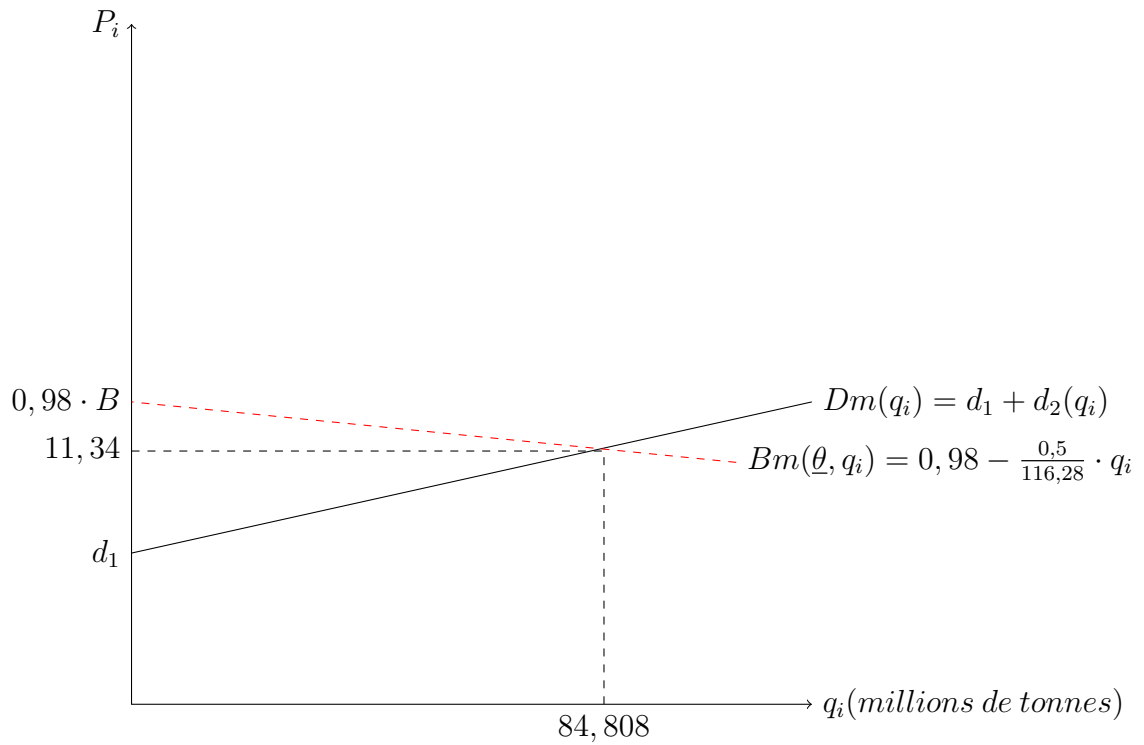


Figure 3.3 Marché d'équilibre partiel avec calibration des paramètres

Où B est un paramètre permettant la représentation du marché.

À l'intersection :

$$Bm_i(q_i, \underline{\theta}) = B \cdot (b_1 + \underline{\theta}) - \frac{b_2}{\psi_i} q_i = 11,34$$

$$B \cdot 0,98 - \frac{0,5}{116,28} (84,808) = 11,34$$

$$B = 11,94$$

Détermination du prix à l'ordonnée :

$$Bm_i(q_i, \underline{\theta}) = B \cdot (b_1 + \underline{\theta}) - \frac{b_2}{\psi_i} q_i = P$$

$$11,94 \cdot 0,98 - \frac{0,5}{116,28} \cdot 0 = P$$

$$P = 11,70$$

À l'intersection des deux courbes :

$$Dm_i(q_i) = d_1 + d_2(q_i)$$

$$11,34 = d_1 + \frac{d_1}{9}(84,808)$$

$$d_1 = 1,09$$

$$d_2 = 0,1209$$

3.3 Simulations

Puisque les valeurs du taux de change ont été choisies de façon à exprimer le taux de change en \$ Can / 1 \$ US et que $P_1 = \epsilon P_2$, le marché 1 représente le marché canadien (\$ Can) et le marché 2 représente le marché californien (\$ Us). Par conséquent, ψ_1 représente le Québec et ψ_2 représente la Californie.

Nous reprenons les équations (2.20) et (2.23) qui permettent de minimiser la perte sèche en espérance, dans la situation où la règle d'harmonisation retient le prix effectif le plus élevé parmi les locaux.

$$\underline{P}^* \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) =$$

$$\underline{P}_1^{max} \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)$$

$$\underline{P}^* \left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2) \right) = \\ \underline{P}_2^{max} \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right)$$

Dans la situation où la règle d'harmonisation retient le prix local le plus faible parmi les locaux, nous reprenons les équations (2.26) et (2.29) où seulement le paramètre de taux de change est modifié.

$$\underline{P}^* \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \bar{\epsilon}\psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon}\psi_1 + \bar{\epsilon}\psi_2) (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right) = \\ \underline{P}_1^{min} \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right)$$

$$\underline{P}^* \left((\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2) \right) = \\ \underline{P}_2^{min} \left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right)$$

Le prochain tableau rappelle les paramètres importants quant à la réalisation des simulations. Le premier scénario reprend les valeurs binaires du taux de change équivalentes au 10^e et au 90^e rang centile. Par la suite, deux autres scénarios seront réalisés pour des variances différentes du taux de change et un scénario dans lequel l'Ontario sera ajoutée au marché commun.

Tableau 3.4 Valeurs des paramètres trouvées précédemment

Paramètres estimés	
b_2	0, 5
d_2	0, 12
ψ_{Cal}	100
ψ_{Qc}	23, 15
$\psi_{Can.(Qc+Ont.)}$	61, 73

Le prochain tableau reprend les données aux différentes enchères pour les prix locaux et effectifs. Les prix effectifs représentent les prix une fois la règle d'harmonisation appliquée et la conversion des taux effectuée. On rappelle que la règle d'harmonisation retient le prix local le plus élevé après conversion comme référence lors de l'enchère conjointe.

Tableau 3.5 Prix locaux et prix effectifs observés lors des différentes enchères

Enchères	Locaux		Effectifs	
	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)
N.14	11,39	11,34	12,82	11,34
F.15	12,08	12,10	15,01	12,10
M.15	12,08	12,10	14,78	12,10
A.15	12,08	12,10	15,84	12,10
N.15	12,08	12,10	16,16	12,10
F.16	12,82	12,73	17,64	12,73
M.16	12,82	12,73	16,40	12,73
A.16	12,82	12,73	16,45	12,73

Tableau 3.6 Taux de change effectifs aux différentes enchères

Enchères	Taux de change
	\$ CAN / 1 \$ US
N.14	1,1305
F.15	1,2403
M.15	1,2213
A.15	1,3091
N.15	1,3353
F.16	1,3860
M.16	1,2885
A.16	1,2922

3.3.1 1^{er} scénario à variance modérée**Tableau 3.7** Prix recommandés et effectifs pour une règle d'harmonisation qui adopte le prix local le plus élevé, dans le cas d'un scénario à variance modérée

Enchères	Recommandés		Effectifs théoriques	
	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)
N.14	9,31	11,31	12,79	11,31
F.15	9,88	12,07	15,97	12,07
M.15	9,88	12,07	14,74	12,07
A.15	9,88	12,07	15,80	12,07
N.15	9,88	12,07	16,12	12,07
F.16	10,48	12,70	17,60	12,70
M.16	10,48	12,70	16,36	12,70
A.16	10,48	12,70	16,41	12,70

Dans le tableau ci-dessus, les prix recommandés représentent les valeurs des prix locaux qui permettent de minimiser la perte sèche en espérance. Puisque la valeur faible de réalisation du taux de change est proche de 1, on remarque que la différence entre le prix d'équilibre en situation d'autarcie et le prix recommandé de la Californie est minime, environ 0,03 \$. Puisque la Californie dicte le prix effectif dans cette situation par une valeur du taux de change avantageuse, les prix effectifs théoriques sont similaires aux prix effectifs. Comme dans la situation réelle, le Québec se trouve défavorisé et dépendant des variations du taux de change, tandis que la Californie voit son prix local suivre la croissance du prix plancher.

Tableau 3.8 Prix recommandés et effectifs pour une règle d’harmonisation qui adopte le prix le plus faible, dans le cas d’un scénario à variance modérée

Enchères	Recommandés		Effectifs théoriques	
	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)
N.14	11,50	11,82	11,50	10,17
F.15	12,20	12,61	12,20	9,84
M.15	12,20	12,61	12,20	9,99
A.15	12,20	12,61	12,20	9,32
N.15	12,20	12,61	12,20	9,14
F.16	12,94	13,26	12,94	9,34
M.16	12,94	13,26	12,94	10,04
A.16	12,94	13,26	12,94	10,01

Comme nous pouvons le remarquer dans cette situation, c’est le prix du Québec qui dicte le prix effectif ; par conséquent, la Californie se trouve affectée par les variations du taux de change. Cependant, l’influence du taux de change entraîne une baisse du prix dans cette situation pour la Californie puisque la règle d’harmonisation, qui opte pour le prix local le plus faible, et le taux de change favorise le dollar américain. On constate aussi que cette nouvelle règle réduit considérablement le prix effectif sur chaque marché, comparativement à la situation précédente.

Enfin, on constate que les prix effectifs répondent aux conclusions du modèle. C’est-à-dire que la valeur des prix locaux, qui minimisent la perte sèche pour les deux régions, est plus élevée que celle des prix d’équilibre en situation d’autarcie, dans le cas où la règle d’harmonisation adopte le minimum des prix locaux. Dans la situation où la règle retient le prix local le plus élevé, les prix effectifs sont désormais plus faibles que les prix effectifs en situation d’autarcie.

3.3.2 2^e scénario, ajout de l'Ontario

Avec l'annonce de l'ajout de l'Ontario au marché du carbone en janvier 2017, nous avons répété le premier scénario en tenant compte cette fois-ci de l'ajout de la province canadienne. Si nous nous fions aux résultats des propositions 1 à 4, nous devrions observer une hausse du prix canadien dans le cas où la règle opte pour le prix le plus élevé et une baisse du prix canadien dans le cas où la règle opte pour le prix le plus faible.

Tableau 3.9 Prix recommandés et effectifs pour une règle d'harmonisation qui adopte le prix le plus élevé et dans un contexte où l'Ontario a intégré le marché

Enchères	Recommandés		Effectifs théoriques	
	Can (\$ CAN)	Cal. (\$ US)	Can (\$ CAN)	Cal. (\$ US)
N.14	9,74	11,29	12,76	11,29
F.15	10,32	12,05	14,95	12,05
M.15	10,32	12,05	14,72	12,05
A.15	10,32	12,05	15,77	12,05
N.15	10,32	12,05	16,09	12,05
F.16	10,96	12,67	17,56	12,67
M.16	10,96	12,67	16,33	12,67
A.16	10,96	12,67	16,37	12,67

Tableau 3.10 Prix recommandés et effectifs pour une règle d'harmonisation qui adopte le prix le plus faible et dans un contexte où l'Ontario a intégré le marché

Enchères	Recommandés		Effectifs théoriques	
	Can (\$ Ca)	Cal (\$ Us)	Can (\$ Ca)	Cal (\$ Us)
N.14	11,47	12,35	11,47	10,15
F.15	12,17	13,18	12,17	9,81
M.15	12,17	13,18	12,17	9,96
A.15	12,17	13,18	12,17	9,30
N.15	12,17	13,18	12,17	9,11
F.16	12,91	13,86	12,91	9,31
M.16	12,91	13,86	12,91	10,02
A.16	12,91	13,86	12,91	9,99

Comme on peut le remarquer, l'ajout de l'Ontario entraîne très peu de changements aux prix effectifs. Ce résultat s'explique par le fait que l'ajout de l'Ontario a très peu d'influence sur le marché dominant dans chaque situation. Par contre, l'ajout de la province influence davantage le positionnement du prix local sur les marchés non influents; celui des provinces canadiennes dans le cas où la règle d'harmonisation opte pour le prix le plus élevé et celui de la Californie dans le cas où la règle d'harmonisation opte pour le prix le plus faible. On peut facilement expliquer ce résultat à la suite des conclusions des propositions 1 à 4 de la partie modélisation. Dans cette section, nous avons vu que la hausse du paramètre de taille entraînait une augmentation du prix dans le cas où la règle d'harmonisation adopte le prix le plus élevé et la diminution du prix dans le cas où la règle d'harmonisation adopte le prix le plus faible. Dans chaque cas, la distance entre le prix local et le prix d'équilibre en situation d'autarcie a tendance à diminuer avec la taille du marché.

Bien qu'aucune démonstration n'ait été réalisée à ce sujet, il semble que la hausse du paramètre de taille pour un marché influence aussi le prix du second marché. Dans le cas où la règle d'harmonisation opte pour le prix le plus élevé, nous pouvons observer que le prix de la Californie a légèrement diminué. Puisque la Californie influence la réalisation du prix conjoint, la légère diminution entraîne très peu de changement sur les prix effectifs. Dans le cas où le marché opte pour une règle d'harmonisation qui fixe le prix effectif le plus faible, on remarque que l'ajout de l'Ontario hausse significativement le prix de la Californie, mais diminue très peu celui du Québec. Puisque la Californie ne dicte pas les prix effectifs dans cette situation, l'impact de la hausse du prix pour la Californie n'a aucun effet sur la détermination du prix commun.

3.3.3 3^e scénario à variance faible

Dans ce scénario, nous utiliserons de nouveaux paramètres quant aux réalisations binaires du taux de change. Nous utiliserons le 25^e et le 75^e rang centile. Pour le reste, l'ensemble des valeurs pour les différents paramètres demeurent identiques et nous négligeons la présence de la province ontarienne dans ce cas.

Tableau 3.11 Prix recommandés et effectifs pour une règle d'harmonisation qui adopte le prix le plus élevé, dans le cas d'un scénario à variance faible

Enchères	Recommandés		Effectifs théoriques	
	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)
N.14	10,12	11,37	12,85	11,37
F.15	10,74	12,13	15,04	12,13
M.15	10,74	12,13	14,81	12,13
A.15	10,74	12,13	15,88	12,13
N.15	10,74	12,13	16,20	12,13
F.16	11,39	12,76	17,69	12,76
M.16	11,39	12,76	16,44	12,76
A.16	11,39	12,76	16,49	12,76

Dans cette situation, on constate que le prix local de la Californie est plus élevé que le prix d'équilibre d'autarcie, ce qui est contraire aux conclusions obtenues dans la section précédente. Cette irrégularité est possible puisque les propositions 2 et 3 ne sont pas respectées. Ainsi, nous constatons que la détermination du prix local, permettant de minimiser la perte sèche par rapport à la position du prix d'équilibre en situation d'autarcie, dépend des réalisations du taux de change. Aussi longtemps que la valeur inférieure du taux de change est inférieure à 1, le prix optimal reste au-dessous du prix d'autarcie. Lorsque cette valeur devient supérieure à 1, alors le prix local a tendance à être plus élevé que celui en situation d'autarcie. Contrairement à la situation précédente, nous constatons une augmentation des prix effectifs théoriques.

Tableau 3.12 Prix recommandés et effectifs pour une règle d'harmonisation qui adopte le prix local le plus faible, dans le cas d'un scénario à variance faible

Enchères	Recommandés		Effectifs théoriques	
	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)	Qc (\$ CAN)	Cal. (\$ US)
N.14	11,28	11,63	11,28	9,98
F.15	11,96	12,41	11,96	9,64
M.15	11,96	12,41	11,96	9,79
A.15	11,96	12,41	11,96	9,14
N.15	11,96	12,41	11,96	8,96
F.16	12,70	13,06	12,70	9,16
M.16	12,70	13,06	12,70	9,86
A.16	12,70	13,06	12,70	9,83

Dans le même ordre d'idées, le prix optimal du Québec, dans cette situation, est inférieur au prix d'équilibre d'autarcie, pour une règle d'harmonisation qui opte le prix le plus faible parmi les locaux, alors que les conclusions prévoyaient le contraire. Encore une fois, la valeur inférieure du taux de change est responsable de ce bouleversement. On remarque ainsi que les prix effectifs théoriques sont plus faibles par rapport à la simulation précédente.

3.3.4 4^e scénario à variance forte

Dans cette sous-section, nous utiliserons la valeur maximale et minimale quand aux réalisations binaires du taux de change, pour réaliser les simulations. Nous utiliserons la valeur la plus élevée enregistrée durant la période de 10 ans ainsi que la valeur la plus faible. Pour le reste, l'ensemble des paramètres demeurent inchangés.

Tableau 3.13 Prix recommandés et effectifs pour une règle d’harmonisation qui adopte le prix local le plus élevé, dans le cas d’un scénario à variance élevée

Enchères	Recommandés		Effectifs théoriques	
	Qc (\$ CAN)	Cal (\$ US)	Qc (\$ CAN)	Cal (\$ US)
N.14	8,29	11,15	12,61	11,15
F.15	8,80	11,90	14,75	11,90
M.15	8,80	11,90	14,52	11,90
A.15	8,80	11,90	15,57	11,90
N.15	8,80	11,90	15,88	11,90
F.16	9,33	12,52	17,34	12,52
M.16	9,33	12,52	16,12	12,52
A.16	9,33	12,52	16,17	12,52

Tableau 3.14 Prix recommandés et effectifs pour une règle d’harmonisation qui adopte le prix le plus faible, dans le cas d’un scénario à variance élevée

Enchères	Recommandés		Effectifs théoriques	
	Qc (\$ CAN)	Cal (\$ US)	Qc (\$ CAN)	Cal (\$ US)
N.14	12,21	12,05	12,21	10,80
F.15	12,95	12,85	12,95	10,44
M.15	12,95	12,85	12,95	10,60
A.15	12,95	12,85	12,95	9,89
N.15	12,95	12,85	12,95	9,70
F.16	13,75	13,52	13,75	9,91
M.16	13,75	13,52	13,75	10,66
A.16	13,75	13,52	13,75	10,63

Dans cette situation, les réalisations binaires du taux de change ont une variance plus élevée. Nous observons que les prix recommandés sont plus élevés pour les deux marchés quand la règle d’harmonisation adopte le prix le plus faible. Cependant, quand il s’agit de la règle d’harmonisation qui opte pour le prix le plus élevé, les prix recommandés sont plus faibles pour les deux juridictions comparativement aux autres situations. C’est donc dire qu’une augmentation de la variance pour les réalisations du taux de change accroît l’écart entre la valeur des prix recommandés et la valeur des prix locaux.

CONCLUSION

L'intérêt poursuivi par cette recherche consistait à émettre des recommandations sur le fonctionnement du SPEDE et sur la façon de minimiser l'impact du taux de change entre les juridictions concernées. Dans un contexte de réduction des émissions de GES, le marché du carbone représente un outil politique et économique intéressant, mais encore limité par le nombre de juridictions et par le manque de connaissances. Cependant, de nouvelles juridictions commencent à s'intéresser au SPEDE, représentant ainsi une belle opportunité de développer un marché à plusieurs juridictions. C'est cette intérêt à développer un mécanisme de contrôle et de gestion des émissions de GES dans un contexte à plusieurs juridictions et plusieurs devises qui nous a mené à réaliser ce travail de recherche. Nous estimons qu'un marché du carbone au niveau mondial représenterait une option efficace dans un objectif de réduction et de contrôle des émissions globales.

Ce travail de recherche a permis de réaliser 2 constats. En premier lieu, les simulations ont démontré que l'impact du taux de change dépend de la règle d'harmonisation et non du niveau des prix locaux. À la suite des différentes simulations, le choix d'une règle d'harmonisation qui opte soit pour le prix effectif le plus élevé ou le plus faible ne permet pas de régler la question de l'incertitude des taux de change, puisque pour ces règles, une juridiction se trouve systématiquement affectée par la réalisation du taux de change. Dans un marché où la règle d'harmonisation opte pour le prix le plus élevé, c'est le région qui possède la devise la plus forte qui dicte le marché et l'autre juridiction se voit désormais affectée par les fluctuations du taux de change. À l'inverse, dans une situation où la règle opte pour le prix local le plus faible, c'est le marché qui possède la devise la

plus faible qui dicte le marché et la juridiction qui détient la devise la plus forte voit son prix varier selon la réalisation du taux de change. Bien que les résultats obtenus lors de la modélisation ne nous aient pas permis de générer des conclusions pour une règle d'harmonisation qui opte pour une moyenne pondérée, les résultats concernant les autres règles d'harmonisation nous permettent d'émettre certaines hypothèses sur l'adoption d'une telle règle. Pour réduire l'incertitude et l'impact du taux de change sur la juridiction affectée par les fluctuations du taux de change, nous pensons qu'une règle d'harmonisation qui adopte une moyenne pondérée entre les prix effectifs, une fois converti dans la même devise, permettrait de résoudre efficacement les variations du taux de change. Dans ce contexte, l'intérêt de démontrer analytiquement l'avantage d'une règle d'harmonisation qui emploie une moyenne pondérée, afin de limiter l'impact des fluctuations du taux de change, pourrait faire l'objet d'une nouvelle étude qui partirait des constats réalisés ici.

En deuxième lieu, nous avons constaté que l'ajout d'une province canadienne, ici l'Ontario, générerait des changements sur la détermination des prix locaux, mais très peu concernant les prix effectifs théoriques. Si l'ajout de différentes juridictions permettrait d'étendre le marché et de mieux contrôler le niveau d'émissions régional, l'ajout de juridictions ne permet toutefois pas de minimiser l'impact de l'incertitude des taux de change, puisque cet aspect dépend du choix de la règle d'harmonisation. Cependant, nous remarquons, dans les résultats aux propositions 1 à 4 et dans la simulation, que l'ajout d'une province permet aussi de réduire la distance entre le prix effectif et le prix d'équilibre en situation d'autarcie, par la hausse du paramètre de taille. Ainsi, l'ajout de différentes provinces et états permettrait de réduire l'écart entre les prix effectifs locaux avant conversion.

Bien qu'il existe encore peu de littérature économique entourant la liaison des marchés, la tendance laisse présager que de nouveaux marchés et de nouvelles

devises s'ajouteront dans un avenir proche au marché du carbone actuel rendant pertinente toutes nouvelles études se penchant sur cette question.

ANNEXE A

DÉMONSTRATION DES PREUVES POUR LA SECTION MODÉLISATION

Niveau optimal des émissions indépendamment de la décision de l'autre marché (équation (5)).

$$\bar{q}_1 = \frac{b_1 + \theta - d_1 - d_2 \left(\frac{b_1 + \theta - d_1 - d_2 \bar{q}_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} \right)}{\frac{b_2}{\psi_1} + d_2} \implies \frac{b_1 + \theta - d_1 - \frac{d_2 \theta}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} - \frac{d_2 (b_1 - d_1)}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} + \frac{d_2^2 \bar{q}_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2}}{\frac{b_2}{\psi_1} + d_2}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{\frac{(b_1 - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2} + d_2 \right)}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} + \frac{\theta \left(\frac{b_2}{\psi_2} + d_2 \right)}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} - \frac{d_2 \theta}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} - \frac{d_2 (b_1 - d_1)}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} + \frac{d_2^2 \bar{q}_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2}}{\frac{b_2}{\psi_1} + d_2}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{\frac{(b_1 - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2} + d_2 \right)}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} + \frac{\theta}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} \left(\frac{b_2}{\psi_2} \right) - \frac{d_2 (b_1 - d_1)}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} + \frac{d_2^2 \bar{q}_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2}}{\frac{b_2}{\psi_1} + d_2}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{\frac{(b_1 + \theta - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2} \right)}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2} + \frac{d_2^2 \bar{q}_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + d_2}}{\frac{b_2}{\psi_1} + d_2}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{(b_1 + \theta - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2} \right) + d_2^2 \bar{q}_1}{\left(\frac{b_2}{\psi_1} + d_2 \right) \left(\frac{b_2}{\psi_2} + d_2 \right)}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{(b_1 + \theta - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2} \right) + d_2^2 \bar{q}_1}{\left(\frac{b_2}{\psi_1 \psi_2} + d_2 \left(\frac{b_2}{\psi_2} + \frac{b_2}{\psi_1} \right) + d_2^2 \right)}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{d_2^2 \bar{q}_1}{\left(\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + d_2 \left(\frac{b_2}{\psi_2} + \frac{b_2}{\psi_1}\right) + d_2^2\right)} = \frac{(b_1 + \theta - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2}\right)}{\left(\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + d_2 \left(\frac{b_2}{\psi_2} + \frac{b_2}{\psi_1}\right) + d_2^2\right)}$$

$$\bar{q}_1 \left(\frac{\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + d_2 \left(\frac{b_2}{\psi_2} + \frac{b_2}{\psi_1}\right)}{\left(\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + d_2 \left(\frac{b_2}{\psi_2} + \frac{b_2}{\psi_1}\right) + d_2^2\right)}\right) = \frac{(b_1 + \theta - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2}\right)}{\left(\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + d_2 \left(\frac{b_2}{\psi_2} + \frac{b_2}{\psi_1}\right) + d_2^2\right)}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{(b_1 + \theta - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2}\right)}{\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + d_2 b_2 \left(\frac{1}{\psi_2} + \frac{1}{\psi_1}\right)}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{(b_1 + \theta - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2}\right)}{\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + d_2 b_2 \left(\frac{\psi_1}{\psi_2 \psi_1} + \frac{\psi_2}{\psi_1 \psi_2}\right)}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{(b_1 + \theta - d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2}\right)}{\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + d_2 b_2 \left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{\psi_1 \psi_2}\right)}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{(b_1 + \theta - d_1)}{\frac{b_2}{\psi_1} + d_2 \left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{\psi_1}\right)}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{(b_1 + \theta - d_1)}{\frac{b_2}{\psi_1} + \frac{d_2}{\psi_1} (\psi_1 + \psi_2)}$$

Niveau optimal des émissions en fonction du niveau de dommage qu'occasionne les émissions totales (équation (6)).

$$\bar{q}_1 = \frac{b_1 + \theta - 2d_1 - 2d_2 \left(\frac{b_1 + \theta - 2d_1 - 2d_2 \bar{q}_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2}\right)}{\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2} \implies \frac{b_1 + \theta - 2d_1 - 2d_2 \left(\frac{b_1 + \theta - 2d_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2}\right) + 2d_2 \left(\frac{2d_2 \bar{q}_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2}\right)}{\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{\frac{(b_1 + \theta - 2d_1) \left(\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2\right)}{\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2} - 2d_2 \left(\frac{b_1 + \theta - 2d_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2}\right) + 2d_2 \left(\frac{2d_2 \bar{q}_1}{\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2}\right)}{\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{(b_1 + \theta - 2d_1) \frac{b_2}{\psi_2}}{\left(\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2\right) \left(\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2\right)} + \frac{4d_2^2 \bar{q}_1}{\left(\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2\right) \left(\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2\right)}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{4d_2^2 \bar{q}_1}{\left(\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2\right) \left(\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2\right)} = \frac{(b_1 + \theta - 2d_1) \frac{b_2}{\psi_2}}{\left(\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2\right) \left(\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2\right)}$$

$$\begin{aligned} \bar{q}_1 &= \frac{(\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2)(\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2) - 4d_2^2}{(\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2)(\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2)} = \frac{(b_1 + \theta - 2d_1) \frac{b_2}{\psi_2}}{(\frac{b_2}{\psi_2} + 2d_2)(\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2)} \\ \bar{q}_1 &= \frac{\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + 2d_2(\frac{b_2}{\psi_2} + \frac{b_2}{\psi_1})}{(\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + 2d_2(\frac{b_2}{\psi_2} + \frac{b_2}{\psi_1}) + 4d_2^2)} = \frac{(b_1 + \theta - 2d_1)(\frac{b_2}{\psi_2})}{(\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + 2d_2(\frac{b_2}{\psi_2} + \frac{b_2}{\psi_1}) + 4d_2^2)} \\ \bar{q}_1 &= \frac{(b_1 + \theta - 2d_1)(\frac{b_2}{\psi_2})}{\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + 2d_2 b_2 (\frac{1}{\psi_2} + \frac{1}{\psi_1})} \\ \bar{q}_1 &= \frac{(b_1 + \theta - 2d_1)(\frac{b_2}{\psi_2})}{\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + 2d_2 b_2 (\frac{\psi_1}{\psi_2 \psi_1} + \frac{\psi_2}{\psi_1 \psi_2})} \\ \bar{q}_1 &= \frac{(b_1 + \theta - 2d_1)(\frac{b_2}{\psi_2})}{\frac{b_2^2}{\psi_1 \psi_2} + 2d_2 b_2 (\frac{\psi_1 + \psi_2}{\psi_1 \psi_2})} \\ \bar{q}_1 &= \frac{(b_1 + \theta - 2d_1)}{\frac{b_2}{\psi_1} + 2d_2 (\frac{\psi_1 + \psi_2}{\psi_1})} \\ \bar{q}_1 &= \frac{(b_1 + \theta - 2d_1)}{\frac{b_2}{\psi_1} + \frac{2d_2}{\psi_1} (\psi_1 + \psi_2)} \end{aligned}$$

Minimisation de l'espérance de la perte sèche dans un contexte d'incertitude des taux de change ; lorsque le choix de la règle d'harmonisation adopte le prix local le plus élevé.

Démonstration équation 17.

$$\begin{aligned} (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) + \underline{P}^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) \right) &= \\ 2\underline{P}_2^{max*} \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)^2 \right) & \\ (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \left(\underline{P}^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) + \underline{P}^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) \right) &= \\ 2\underline{P}_2^{max*} \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)^2 \right) & \end{aligned}$$

Où $\underline{P}^*(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2)) = d'_1 + \frac{d'_2}{b_2}(b_1 + \theta)(\psi_1 + \psi_2)$, voir équation (9).

$$2\underline{P}^*(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2)\right) = 2\underline{P}_2^{max*} \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)^2\right)$$

$$\underline{P}^* \left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)\right) = \underline{P}_2^{max*} \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)^2\right)$$

$$\underline{P}_2^{max} < \underline{P}^*$$

Démonstration équation 19.

$$\begin{aligned} \underline{P}^* \left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)\right) = \\ \underline{P}_2^{max} \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) \end{aligned}$$

$$\underline{P}_2^{max} = \frac{\left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)\right)}{\left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)} \underline{P}^*$$

$$\frac{\partial \underline{P}_2^{max}}{\partial \psi_2} = \frac{\left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2)\right) \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)}{\left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)^2} \underline{P}^*$$

$$- \frac{\left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) \left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)\right)}{\left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)^2} \underline{P}^* \leq 0$$

Puisque les deux termes possèdent le même dénominateur, on peut seulement comparer les numérateurs.

$$\left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2)\right) \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) - \left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) \left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)\right) \leq 0$$

Puisque :

$$\left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) > \left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)\right)$$

cela implique que :

$$\left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) - \left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) \left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)\right) > 0$$

Alors il ne reste qu'à comparer un terme de l'équation.

$$\frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2) \left((\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) - \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \left((\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)\right) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) - \frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2}((\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) - (\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\bar{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}^2\psi_1^2 + \psi_1\psi_2 + \bar{\epsilon}^2\psi_1\psi_2 + \psi_2^2 - \bar{\epsilon}^2\psi_1^2 - \bar{\epsilon}\psi_1\psi_2 - \bar{\epsilon}\psi_1\psi_2 - \psi_2^2) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2}(\psi_1\psi_2 + \bar{\epsilon}^2\psi_1\psi_2 - \bar{\epsilon}\psi_1\psi_2 - \bar{\epsilon}\psi_1\psi_2) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2}(1 + \bar{\epsilon}^2 - \bar{\epsilon} - \bar{\epsilon})\psi_1\psi_2 \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2}(\bar{\epsilon}^2 + 1 - 2\bar{\epsilon})\psi_1\psi_2 \leq 0$$

Puisque $\bar{\epsilon} > 1$, alors :

$$\frac{d'_2}{b_2} \psi_1 \psi_2 (\bar{\epsilon}^2 + 1 - 2\bar{\epsilon}) > 0$$

$$\frac{\partial P_2^{max}}{\partial \psi_2} > 0$$

Démonstration équation 20.

$$(\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) + P^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) \right) = \frac{2P_1^{max*}}{\underline{\epsilon}} \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)^2 \right)$$

$$(\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \left(P^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) + P^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) \right) = \frac{2P_1^{max*}}{\underline{\epsilon}} \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)^2 \right)$$

$$2P^* (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) = \frac{2P_1^{max*}}{\underline{\epsilon}} \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)^2 \right)$$

$$P^* \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) = \frac{P_1^{max*}}{\underline{\epsilon}} \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)^2 \right)$$

$$\underline{P}_1^{max} < \underline{P}^*$$

Démonstration équation 22.

$$\underline{P}^* \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) = \underline{P}_1^{max} \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)$$

$$\underline{P}_1^{max} = \frac{\left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)}{\left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)} \underline{P}^*$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_1^{max}}{\partial \psi_1} &= \frac{\left(\underline{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2}(2\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2 + \underline{\epsilon}^2\psi_2)\right) \left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)}{\left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)^2} \underline{P}^* - \\
&\frac{\left(\underline{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2}(2\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2 + \underline{\epsilon}\psi_2)\right) \left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)}{\left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)^2} \underline{P}^* \leq 0 \\
&\frac{\left(\underline{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}^2\psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)\right) \left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)}{\left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)^2} \underline{P}^* - \\
&\frac{\left(\underline{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)\right) \left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)}{\left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)^2} \underline{P}^* \leq 0
\end{aligned}$$

Puisque les dénominateurs sont identiques et positifs, tout comme \underline{P}^* , on peut simplifier de façon à retrouver seulement les numérateurs.

$$\begin{aligned}
&\left(\underline{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}^2\psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)\right) \left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) - \\
&\left(\underline{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)\right) \left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) \leq \\
&0
\end{aligned}$$

Puisque :

$$\begin{aligned}
&\left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) > \\
&\left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right)
\end{aligned}$$

alors cela implique qu'une partie de l'équation devient connue.

$$\begin{aligned}
&\left(\underline{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)\right) \left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) - \\
&\left(\underline{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)\right) \left(\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \underline{\epsilon}\psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)\right) > 0
\end{aligned}$$

Il reste seulement une partie de l'équation à déterminer le signe.

$$\left(\frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \underline{\epsilon}^2 \psi_2) \right) \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) - \left(\frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) \right) \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \leq 0$$

$$\left(\frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon}^2 (\psi_1 + \psi_2) \right) \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) - \left(\frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \left((\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon} (\psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon}^2 (\psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) - \frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon} (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \underline{\epsilon} \psi_2) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2} (\underline{\epsilon}^2 (\psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) - \underline{\epsilon}^2 (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon}^2 ((\psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) - (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\underline{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon}^2 ((\underline{\epsilon}^2 \psi_1^2 + \psi_1 \psi_2 + \underline{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2 + \psi_2^2) - (\underline{\epsilon}^2 \psi_1^2 + \underline{\epsilon} \psi_1 \psi_2 + \underline{\epsilon} \psi_1 \psi_2 + \psi_2^2)) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon}^2 ((\psi_1 \psi_2 + \underline{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2) - (\underline{\epsilon} \psi_1 \psi_2 + \underline{\epsilon} \psi_1 \psi_2)) \leq 0$$

$$\frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2 (\underline{\epsilon}^2 + 1 - 2\underline{\epsilon}) \leq 0$$

Puisque $\underline{\epsilon} < 1$, alors

$$\frac{d'_2}{b_2} \underline{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2 (\underline{\epsilon}^2 + 1 - 2\underline{\epsilon}) > 0$$

Alors :

$$\frac{\partial P_1^{max}}{\partial \psi_1} > 0$$

Minimisation de l'espérance de la perte sèche dans un contexte d'incertitude des taux de change ; lorsque le choix de la règle d'harmonisation adopte le prix local le plus faible. Démonstration de l'équation 22.

$$(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2}(b_1 + \theta)(\psi_1 + \psi_2) + P^*(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2)) \right) = 2\underline{P}_2^{min*} \left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)^2 \right)$$

$$(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \left(P^*(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2)) + P^*(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2)) \right) = 2\underline{P}_2^{min*} \left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)^2 \right)$$

$$(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \left(2P^*(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2)) \right) = 2\underline{P}_2^{min*} \left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)^2 \right)$$

$$P^*(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\psi_1 + \psi_2) \right) = \underline{P}_2^{min*} \left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)^2 \right)$$

Démonstration de l'équation 23.

$$\underline{P}^* \left((\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2) \right) = \underline{P}_2^{min} \left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right)$$

$$\underline{P}^* \frac{\left((\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2) \right)}{\left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right)} = \underline{P}_2^{min}$$

$$\frac{\partial \underline{P}_2^{min}}{\partial \psi_2} = \frac{\left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_1 + 2\psi_2) \right) \left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right)}{\left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right)^2} \underline{P}^* - \frac{\left(1 + \frac{d'_2}{b_2}(2\underline{\epsilon}\psi_1 + 2\psi_2) \right) \left((\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2) \right)}{\left((\underline{\epsilon}^2\psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2}(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2)(\underline{\epsilon}\psi_1 + \psi_2) \right)^2} \underline{P}^*$$

$$\underline{\epsilon}^3 \psi_1^2 - \underline{\epsilon} \psi_1^2 < 0$$

$$2\underline{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2 - 2\underline{\epsilon} \psi_1 \psi_2 < 0$$

$$\underline{\epsilon}^3 \psi_1^3 - \underline{\epsilon}^2 \psi_1^3 < 0$$

$$2\underline{\epsilon}^2 \psi_1^2 \psi_2 - 2\underline{\epsilon} \psi_1^2 \psi_2 < 0$$

$$\underline{\epsilon} \psi_1 \psi_2^2 - \psi_1 \psi_2^2 < 0$$

$$\frac{\partial \underline{P}_2^{min}}{\partial \psi_2} < 0$$

Démonstration de l'équation 25.

$$\begin{aligned} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) + P^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) \right) &= \\ \frac{2\underline{P}_1^{min*}}{\bar{\epsilon}} \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)^2 \right) & \\ (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \left(P^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) + P^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) \right) &= \\ \frac{2\underline{P}_1^{min*}}{\bar{\epsilon}} \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)^2 \right) & \\ (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \left(2P^* \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) \right) &= \frac{2\underline{P}_1^{min*}}{\bar{\epsilon}} \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)^2 \right) \\ 2P^* (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \left(1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) \right) &= \frac{2\underline{P}_1^{min*}}{\bar{\epsilon}} \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)^2 \right) \\ P^* (\bar{\epsilon} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) + \bar{\epsilon} \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2)) &= \\ \underline{P}_1^{min*} \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) & \\ \underline{P}_1^{min} &> \underline{P}^* \end{aligned}$$

Démonstration équation 26.

$$\begin{aligned} \underline{P}^* \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) &= \\ \underline{P}_1^{min} \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\underline{P}_1^{min} &= \frac{\left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)}{\left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)} \underline{P}^* \\
\frac{\partial \underline{P}_1^{min}}{\partial \psi_1} &= \frac{\left(\bar{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2 + \bar{\epsilon}^2 \psi_2) \right) \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)}{\left(\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)^2} \underline{P}^* - \\
&\quad \frac{\left(\bar{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + 2\bar{\epsilon} \psi_2) \right) \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)}{\left(\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right)^2} \underline{P}^* - \\
&\quad \left(\bar{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2 + \bar{\epsilon}^2 \psi_2) \right) \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) - \\
&\quad \left(\bar{\epsilon}^2 + \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + 2\bar{\epsilon} \psi_2) \right) \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \geq 0 \\
&\quad \bar{\epsilon}^2 \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \\
&\quad - \bar{\epsilon}^2 \left((\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \\
&\quad + \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2 + \bar{\epsilon}^2 \psi_2) (\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \psi_2) - \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + 2\bar{\epsilon} \psi_2) (\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) \\
&\quad + \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2 + \bar{\epsilon}^2 \psi_2) \left(\frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \\
&\quad - \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 + 2\bar{\epsilon} \psi_2) \left(\frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 + \bar{\epsilon} \psi_2) (\bar{\epsilon} \psi_1 + \psi_2) \right) \geq 0 \\
&\quad \bar{\epsilon}^2 \left(\psi_2 + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon} \psi_1 \psi_2) \right) - \bar{\epsilon}^2 \left(\bar{\epsilon} \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2} (\bar{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2) \right) \\
&\quad + \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^4 \psi_1^2 + 2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2 + \bar{\epsilon}^3 \psi_1 \psi_2 + \bar{\epsilon}^4 \psi_1 \psi_2 + \bar{\epsilon} \psi_2^2 + \bar{\epsilon}^2 \psi_2^2) \\
&\quad - \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^4 \psi_1^2 + 4\bar{\epsilon}^3 \psi_1 \psi_2 + 2\bar{\epsilon}^2 \psi_2^2) \\
&\quad + \left(\frac{d'_2}{b_2} \right)^2 (2\bar{\epsilon}^4 \psi_1^3 + 5\bar{\epsilon}^3 \psi_1^2 \psi_2 + 4\bar{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2^2 + \bar{\epsilon} \psi_2^3 + \bar{\epsilon}^2 \psi_2^3 + \bar{\epsilon}^4 \psi_1^2 \psi_2 + 2\bar{\epsilon}^3 \psi_1 \psi_2^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{d'_2}{b_2} \right)^2 (2\bar{\epsilon}^4 \psi_1^3 + 4\bar{\epsilon}^3 \psi_1^2 \psi_2 + 2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2^2 + 2\bar{\epsilon}^2 \psi_2^3 + 2\bar{\epsilon}^4 \psi_1^2 \psi_2 + 4\bar{\epsilon}^3 \psi_1 \psi_2^2) \geq 0 \\
& \quad \bar{\epsilon}^2 \psi_2 - \bar{\epsilon}^3 \psi_2 + \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2 + \bar{\epsilon} \psi_2^2) - \frac{d'_2}{b_2} (2\bar{\epsilon}^3 \psi_1 \psi_2 + \bar{\epsilon}^2 \psi_2^2) \\
& + \left(\frac{d'_2}{b_2} \right)^2 (\bar{\epsilon}^3 \psi_1^2 \psi_2 + 2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2^2 + \bar{\epsilon} \psi_2^3) - \left(\frac{d'_2}{b_2} \right)^2 (\bar{\epsilon}^2 \psi_2^3 + \bar{\epsilon}^4 \psi_1^2 \psi_2 + 2\bar{\epsilon}^3 \psi_1 \psi_2^2) \geq 0
\end{aligned}$$

où :

$$\bar{\epsilon}^2 \psi_2 - \bar{\epsilon}^3 \psi_2 < 0$$

$$\bar{\epsilon} \psi_2^2 - \bar{\epsilon}^2 \psi_2^2 < 0$$

$$2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2 - 2\bar{\epsilon}^3 \psi_1 \psi_2 < 0$$

$$\bar{\epsilon}^3 \psi_1^2 \psi_2 - \bar{\epsilon}^4 \psi_1^2 \psi_2 < 0$$

$$2\bar{\epsilon}^2 \psi_1 \psi_2^2 - 2\bar{\epsilon}^3 \psi_1 \psi_2^2 < 0$$

$$\bar{\epsilon} \psi_2^3 - \bar{\epsilon}^2 \psi_2^3 < 0$$

$$\frac{\partial P_1^{min}}{\partial \psi_1} < 0$$

ANNEXE B

LES CONDITIONS DE PREMIÈRE ORDRE PROVENANT DE LA MINIMISATION DE L'ESPÉRANCE DE LA PERTE SÈCHE ASSOCIÉE À UNE RÈGLE PONDÉRÉE

Espérance de perte sèche

$$\begin{aligned}
 E(P.S.) &= \frac{\delta}{2} \left[\left(\frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} - \frac{\psi_1}{b_2} (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \bar{\epsilon} \underline{P}_2) \right) (\eta \underline{P}_1 + (1 - \eta) \bar{\epsilon} \underline{P}_2 - \right. \\
 & d'_1 - \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \bar{\epsilon} \underline{P}_2) + \psi_2 (b_1 + \theta - \eta \frac{\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} - (1 - \eta) \underline{P}_2))) \\
 & + \left(\frac{\psi_2}{b_2} (b_1 + \theta - \eta \frac{\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} - (1 - \eta) \underline{P}_2) - \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \right) (d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \bar{\epsilon} \underline{P}_2) + \\
 & \psi_2 (b_1 + \theta - \eta \frac{\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} - (1 - \eta) \underline{P}_2)) - \eta \frac{\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} - (1 - \eta) \underline{P}_2)] \\
 & + \frac{(1 - \delta)}{2} \left[\left(\frac{\psi_1}{b_2} (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \underline{\epsilon} \underline{P}_2) - \frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_1}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} \right) (d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 (b_1 + \theta - \eta \underline{P}_1 - \right. \\
 & (1 - \eta) \underline{\epsilon} \underline{P}_2) + \psi_2 (b_1 + \theta - \eta \frac{\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} - (1 - \eta) \underline{P}_2)) - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \underline{\epsilon} \underline{P}_2) \\
 & + \left. \left(\frac{(b_1 + \theta - d'_1)\psi_2}{b_2 + d'_2(\psi_1 + \psi_2)} - \frac{\psi_2}{b_2} (b_1 + \theta - \eta \frac{\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} - (1 - \eta) \underline{P}_2) \right) (\eta \frac{\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} + (1 - \eta) \underline{P}_2 - d'_1 - \frac{d'_2}{b_2} (\psi_1 (b_1 + \right. \\
 & \theta - \eta \underline{P}_1 - (1 - \eta) \underline{\epsilon} \underline{P}_2) + \psi_2 (b_1 + \theta - \eta \frac{\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} - (1 - \eta) \underline{P}_2)))]
 \end{aligned}$$

$$MIN_{\{\underline{P}_1, \underline{P}_2\}} E(P.S.)$$

C.P.O.

(\underline{P}_1)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(P.S.)}{\partial P_1} : & \frac{\delta}{2} \left[\frac{\psi_1}{b_2} (2P_1\eta + 2P_2\bar{\epsilon}(1-\eta) - P^*) \left(\eta + \frac{d'_2\psi_1\eta}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2\eta}{b_2\bar{\epsilon}} \right) - \frac{\psi_1\eta}{b_2} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) \right. \\ & \left. + \frac{\psi_2}{b_2} \left(\frac{2P_1\eta}{\bar{\epsilon}} + 2P_2(1-\eta) - P^* \right) \left(\frac{\eta}{\bar{\epsilon}} + \frac{d'_2\psi_1\eta}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2\eta}{b_2\bar{\epsilon}} \right) - \frac{\psi_2\eta}{b_2\bar{\epsilon}} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) \right] + \\ & \frac{(1-\delta)}{2} \left[\frac{\psi_1}{b_2} (2P_1\eta + 2P_2\epsilon(1-\eta) - P^*) \left(\eta + \frac{d'_2\psi_1\eta}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2\eta}{b_2\epsilon} \right) - \frac{\psi_1\eta}{b_2} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) \right. \\ & \left. + \frac{\psi_2}{b_2} \left(\frac{2P_1\eta}{\epsilon} + 2P_2(1-\eta) - P^* \right) \left(\frac{\eta}{\epsilon} + \frac{d'_2\psi_1\eta}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2\eta}{b_2\epsilon} \right) - \frac{\psi_2\eta}{b_2\epsilon} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\underline{P}_2 =$$

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{\eta^2}{b_2} P_1 [\delta [\psi_1 (\frac{d'_2\psi_2}{b_2}) (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) + \psi_2 (\frac{1}{\bar{\epsilon}^2} - \frac{1}{\epsilon^2}) (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2}) + \psi_2 (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) (\frac{d'_2\psi_1}{b_2})] + \frac{2d'_2\psi_1\psi_2}{b_2\epsilon} + \psi_1 (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \frac{\psi_2}{\bar{\epsilon}^2} (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})]}{\frac{\eta(1-\eta)}{b_2} [\delta [\psi_1 (\bar{\epsilon} - \epsilon) (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \psi_2 (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})] + \frac{2d'_2\psi_1\psi_2}{b_2} + \psi_1\epsilon (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \frac{\psi_2}{\bar{\epsilon}} (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})]} \\ & - P^* \frac{\eta [\frac{\delta}{b_2} [\psi_1 (\frac{d'_2\psi_2}{b_2}) (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) + \psi_2 (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})] - (\frac{d'_2\psi_1}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2\epsilon}) (\frac{\psi_1}{b_2} + \frac{\psi_2}{b_2}) - \frac{\psi_1}{b_2} - \frac{\psi_2}{b_2\epsilon}]}{2\frac{\eta(1-\eta)}{b_2} [\delta [\psi_1 (\bar{\epsilon} - \epsilon) (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \psi_2 (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})] + \frac{2d'_2\psi_1\psi_2}{b_2} + \psi_1\epsilon (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \frac{\psi_2}{\bar{\epsilon}} (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})]} \\ & - \frac{[\delta \frac{\psi_2\eta}{b_2} (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) - (\frac{\psi_1\eta}{b_2} + \frac{\psi_2\eta}{b_2\epsilon})] (d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2))}{2\frac{\eta(1-\eta)}{b_2} [\delta [\psi_1 (\bar{\epsilon} - \epsilon) (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \psi_2 (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})] + \frac{2d'_2\psi_1\psi_2}{b_2} + \psi_1\epsilon (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \frac{\psi_2}{\bar{\epsilon}} (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})]} \end{aligned}$$

$$(\underline{P}_2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(P.S.)}{\partial P_2} : & \frac{\delta}{2} \left[\frac{\psi_1}{b_2} (2\eta\underline{P}_1 + 2\bar{\epsilon}(1-\eta)\underline{P}_2 - P^*) \left((1-\eta)\bar{\epsilon} + \frac{d'_2\psi_1(1-\eta)\bar{\epsilon}}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2(1-\eta)}{b_2} \right) - \frac{\psi_1(1-\eta)\bar{\epsilon}}{b_2} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) \right. \\ & \left. + \frac{\psi_2}{b_2} \left(\frac{2\eta\underline{P}_1}{\bar{\epsilon}} + 2(1-\eta)\underline{P}_2 - P^* \right) \left((1-\eta) + \frac{d'_2\psi_1(1-\eta)\bar{\epsilon}}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2(1-\eta)}{b_2} \right) - \frac{\psi_2(1-\eta)}{b_2} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) \right] + \\ & \frac{(1-\delta)}{2} \left[\frac{\psi_1}{b_2} (2\eta\underline{P}_1 + 2\epsilon(1-\eta)\underline{P}_2 - P^*) \left((1-\eta)\epsilon + \frac{d'_2\psi_1(1-\eta)\epsilon}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2(1-\eta)}{b_2} \right) - \frac{\psi_1(1-\eta)\epsilon}{b_2} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) \right. \\ & \left. + \frac{\psi_2(1-\eta)}{b_2} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) \right] + \\ & \frac{d'_2\psi_1(1-\eta)\epsilon}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2(1-\eta)}{b_2} - \frac{\psi_1(1-\eta)\epsilon}{b_2} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) + \frac{\psi_2}{b_2} \left(\frac{2\eta\underline{P}_1}{\epsilon} + 2(1-\eta)\underline{P}_2 - P^* \right) \left((1-\eta) + \frac{d'_2\psi_1(1-\eta)\epsilon}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2(1-\eta)}{b_2} \right) - \frac{\psi_2(1-\eta)}{b_2} \left(d'_1 + \frac{d'_2}{b_2} (b_1 + \theta) (\psi_1 + \psi_2) \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\underline{P}_1 =$$

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{(1-\eta)^2}{b_2} \underline{P}_2 [\delta [\psi_1 (\bar{\epsilon}^2 - \epsilon^2) (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \psi_1 (\bar{\epsilon} - \epsilon) (\frac{d'_2\psi_2}{b_2}) + \psi_2 (\bar{\epsilon} - \epsilon) (\frac{d'_2\psi_1}{b_2})] + 2\frac{d'_2\psi_1\psi_2\epsilon}{b_2} + \psi_1\epsilon^2 (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \psi_2 (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})]}{\frac{(1-\eta)\eta}{b_2} [\delta [\psi_1 (\bar{\epsilon} - \epsilon) (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \psi_2 (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})] + 2\frac{d'_2\psi_1\psi_2}{b_2} + \psi_1\epsilon (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \frac{\psi_2}{\bar{\epsilon}} (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})]} \\ & - P^* \frac{(1-\eta) [\delta (\bar{\epsilon} - \epsilon) [\frac{\psi_1}{b_2} (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \frac{\psi_2}{b_2} (\frac{d'_2\psi_1}{b_2})] - (\frac{\psi_1}{b_2} + \frac{\psi_2}{b_2}) (\frac{d'_2\psi_1\epsilon}{b_2} + \frac{d'_2\psi_2}{b_2}) - \frac{\psi_1\epsilon}{b_2} - \frac{\psi_2}{b_2}]}{2\frac{(1-\eta)\eta}{b_2} [\delta [\psi_1 (\bar{\epsilon} - \epsilon) (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \psi_2 (\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\epsilon}) (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})] + 2\frac{d'_2\psi_1\psi_2}{b_2} + \psi_1\epsilon (1 + \frac{d'_2\psi_1}{b_2}) + \frac{\psi_2}{\bar{\epsilon}} (1 + \frac{d'_2\psi_2}{b_2})]} \end{aligned}$$

$$\frac{[\delta \frac{\psi_1(1-\eta)}{b_2} (\underline{\epsilon} - \bar{\epsilon}) - (\frac{\psi_1(1-\eta)\underline{\epsilon}}{b_2} + \frac{\psi_2(1-\eta)}{b_2})](d'_1 + \frac{d'_2}{b_2}(b_1 + \theta)(\psi_1 + \psi_2))}{2 \frac{(1-\eta)\eta}{b_2} [\delta[\psi_1(\bar{\epsilon} - \underline{\epsilon})(1 + \frac{d'_2 \psi_1}{b_2}) + \psi_2(\frac{1}{\bar{\epsilon}} - \frac{1}{\underline{\epsilon}})(1 + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2})] + 2 \frac{d'_2 \psi_1 \psi_2}{b_2} + \psi_1 \underline{\epsilon}(1 + \frac{d'_2 \psi_1}{b_2}) + \frac{\psi_2}{\underline{\epsilon}}(1 + \frac{d'_2 \psi_2}{b_2})]}$$

ANNEXE C

DÉMONSTRATION DES RÉSULTATS POUR LES PARAMÈTRES DE TAILLE

Ontario

$$\ln\left(\frac{b_2}{\psi_{Ont.}}\right) \cdot A = e_{Ont.,2012}^t$$

$$\ln\left(\frac{0,5}{\psi_{Ont.}}\right) \cdot (-1, 1488) = 5, 1313$$

$$\ln\left(\frac{0,5}{\psi_{Ont.}}\right) = -4, 4667$$

$$\frac{0,5}{\psi_{Ont.}} = 0, 0115$$

$$\psi_{Ont.} = 43, 48$$

Québec

$$\ln\left(\frac{b_2}{\psi_{Qc.}}\right) \cdot A = e_{Qc.,2012}^t$$

$$\ln\left(\frac{0,5}{\psi_{Qc.}}\right) \cdot (-1, 1488) = 4, 4041$$

$$\ln\left(\frac{0,5}{\psi_{Qc.}}\right) = -3, 8337$$

$$\frac{0,5}{\psi_{Qc.}} = 0,0216$$

$$\psi_{Qc.} = 23,15$$

Provinces canadiennes (Québec + Ontario)

$$\ln\left(\frac{b_2}{\psi_{Can.}}\right) \cdot A = e^t_{Can.,2012}$$

$$\ln\left(\frac{0,5}{\psi_{Can.}}\right) \cdot (-1,1488) = 5,5255$$

$$\ln\left(\frac{0,5}{\psi_{Can.}}\right) = -4,8098$$

$$\frac{0,5}{\psi_{Can.}} = 0,0081$$

$$\psi_{Can.} = 61,73$$

Québec + Californie

$$\ln\left(\frac{b_2}{\psi_{Qc.+Cal.}}\right) \cdot A = e^t_{Qc.+Cal.,2012}$$

$$\ln\left(\frac{0,5}{\psi_{Qc.+Cal.}}\right) \cdot (-1,1488) = 6,2574$$

$$\ln\left(\frac{0,5}{\psi_{Qc.+Cal.}}\right) = -5,4469$$

$$\frac{0,5}{\psi_{Qc.+Cal.}} = 0,0043$$

$$\psi_{Qc.+Cal.} = 116,28$$

BIBLIOGRAPHIE

- Ackerman, F., Stanton, E. A. et Bueno, R. (2013). Cred : A new model of climate and development. *Ecological Economics*, 85, 166–176.
- Banque mondiale, I. F. H. M. et Evaluation. (2016). *Le coût de la pollution atmosphérique*.
- Caillaud, B. et Demange, G. (2015). Joint design of emission tax and trading systems.
- Caillaud, B. et Demange, G. (2014). Emission tax and trading systems : Scope and linking. *Working paper*.
- Clarke, L., Edmonds, J., Krey, V., Richels, R., Rose, S. et Tavoni, M. (2009). International climate policy architectures : Overview of the emf 22 international scenarios. *Energy Economics*, 31, S64–S81.
- Cline, W. R. (2010). Economic analysis and climate change policy. *Climatic Change*, 101(3), 387–394.
- Connection, C. C. (2014). *Le niveau d'émissions de gaz à effet de serre par région canadienne*.
- Doda, B. (2014). Evidence on business cycles and emissions. *Journal of Macroeconomics*, 40, 214 – 227.
- Doda, B. et Taschini, L. (2016). Carbon dating : When is it beneficial to link etss ? *working paper*.
- GIEC. (2013). *Changements Climatiques 2013*.
- Hardin, G. (1968). The tragedy of the commons. *Science*, 162(3859), 1243–1248.
- Hepburn, C. (2006). Regulation by prices, quantities, or both : A review of instrument choice. *Oxford Review of Economic Policy*, 22(2), 226–247.
- Hodrick, R. J. et Prescott, E. C. (1997). Postwar us business cycles : an empirical investigation. *Journal of Money, credit, and Banking*, 1–16.

- Holland, S. P. et Yates, A. J. (2015). Optimal trading ratios for pollution permit markets. *Journal of Public Economics*, 125, 16 – 27.
- Institute, W. R. (2015). *Le niveau d'émissions de gaz à effet de serre pour la Californie*.
- Kolstad, C. D. (1996). Learning and stock effects in environmental regulation : The case of greenhouse gas emissions. *Journal of Environmental Economics and Management*, 31(1), 1 – 18.
- McKibbin, W. J. et Wilcoxon, P. J. (1997). A better way to slow global climate change.
- Montgomery, W. D. *Markets in Licenses and Efficient Pollution Control Programs*. Working Papers 9, California Institute of Technology, Division of the Humanities and Social Sciences.
- Morris, J., Paltsev, S. et Reilly, J. (2012). Marginal abatement costs and marginal welfare costs for greenhouse gas emissions reductions : results from the eppa model. *Environmental Modeling & Assessment*, 17(4), 325–336.
- Newell, R. G. et Pizer, W. A. (2003). Regulating stock externalities under uncertainty. *Journal of Environmental Economics and Management*, 45(2, Supplement), 416 – 432.
- Nordhaus, W. D. (1992). An optimal transition path for controlling greenhouse gases. *Science*, 258, 1315–1319.
- Nordhaus, W. D. (2010). Economic aspects of global warming in a post-copenhagen environment. *National Academy of Sciences*, 107(26), 11721–11726.
- Pizer, W. A. (1997). Prices vs. quantities revisited : The case of climate change. *Resources for the future, Discussion paper 98-02*.
- Pizer, W. A. (1999). The optimal choice of climate change policy in the presence of uncertainty. *Resource and Energy Economics*, 21(3–4), 255 – 287.
- Pizer, W. A. (2002). Combining price and quantity controls to mitigate global climate change. *Journal of Public Economics*, 85(3), 409 – 434.
- Ravn, M. O. et Uhlig, H. (2002). On adjusting the hodrick-prescott filter for the frequency of observations. *Review of economics and statistics*, 84(2), 371–376.
- Roberts, M. J. et Spence, M. (1976). Effluent charges and licenses under uncertainty. *Journal of Public Economics*, 5(3–4), 193 – 208.

Weitzman, M. L. (1974). Prices vs. quantities. *The Review of Economic Studies*, 41(4), 477–491.

Weitzman, M. L. (1978). Optimal rewards for economic regulation. *The American Economic Review*, 68(4), pp. 683–691.