

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LA FLEXIBILITÉ DU PROCESSUS DE PRODUCTION DES HÔPITAUX
QUÉBÉCOIS : UNE APPROCHE BASÉE SUR LA FONCTION DE
PRODUCTION

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR

DAVID BINET

MARS 2016

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de mémoire, Monsieur Pierre Ouellette, pour tous ses conseils et surtout pour sa générosité. Merci pour tout le temps que vous avez consacré à mon endroit et d'avoir cru en moi.

Je tiens ensuite à remercier Valérie Tamine pour son support moral et surtout pour son aide avec la base de données.

J'aimerais remercier mes parents et ma sœur, qui m'ont soutenu tout le long de mes études. Ils m'ont permis de réaliser mes études dans les meilleures conditions possible. Merci de m'avoir aidé lors des moments les plus difficiles et de n'avoir jamais douté de ma réussite.

Merci à ma copine Marie-Claude qui m'a épaulé tout au long de mes études universitaires. Je tiens à te remercier pour ton soutien et de tes nombreux encouragements. Merci pour tes commentaires et tes suggestions lors de la correction de ce mémoire.

Finalement, je tiens remercies mes amis et collègues Laurence, Isabelle, Dominique et Maxime qui m'ont permis de passer deux belles années à la maîtrise. De plus, je remercie tout le personnel du département d'économie de l'UQAM.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES	v
LISTE DES TABLEAUX	vi
RÉSUMÉ	vii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I LA MESURE DE LA FLEXIBILITÉ.....	6
CHAPITRE II MÉTHODOLOGIE	9
2.1 Représentation primale et duale de la technologie.....	9
2.2 Mesures duales de la flexibilité.....	11
2.3 Mesures primales de la flexibilité	14
CHAPITRE III DONNÉES	20
3.1 Inputs variables.....	21
3.1.1 Main-d'œuvre	22
3.1.2 Indice multilatéral des médicaments et des fournitures.....	22
3.1.3 Denrées alimentaires.....	23
3.1.4 Énergie	24
3.1.5 Autres.....	24
3.2 Inputs quasi-fixes.....	25

3.3 Outputs	25
3.3.1 Patients hospitalisés	26
3.3.2 Cliniques externes.....	26
3.3.3 Laboratoires	27
3.3.4 Services d’hôtellerie	27
3.3.5 Éducation	28
 CHAPITRE IV MODÉLISATION ÉCONOMÉTRIQUE	 30
4.1 Estimateur de l’inefficience avec des données de panel en présence d’hétérogénéité.....	30
4.2 Généralisation au cas multi-output	33
 CHAPITRE V RÉSULTATS	 36
5.1 Résultats de l’estimation	36
5.2 Tests de la théorie	38
5.3 Caractéristiques de la technologie	38
5.3.1 Rendements d’échelle	38
5.3.2 Changement technologique	40
5.4 Flexibilité	42
5.4.1 Mesures de flexibilité uni-output	42
5.4.2 Mesure de flexibilité multi-output	45
5.5 Mesure de l’efficience	46
 CONCLUSION	 51
 BIBLIOGRAPHIE	 54

LISTE DES FIGURES

Tableau		Page
1	Histogramme de l'efficience pour l'échantillon complet	47
2	Histogramme de l'efficience selon le statut universitaire	48

LISTE DES TABLEAUX

Tableau		Page
1	Statistiques descriptives	29
2	Les résultats de l'estimation de la fonction de production	37
3	Les résultats des rendements d'échelle	39
4	Les résultats des moyennes des rendements d'échelle et des tailles moyennes d'outputs d'hôpitaux par rapport aux statuts universitaires des hôpitaux	40
5	Mesure du changement technologique, diverses années	41
6	Mesures de la flexibilité uni-output par catégorie d'output	43
7	Mesures relatives de la flexibilité uni-output par catégorie d'output	43
8	Moyenne de la flexibilité uni-output selon le statut universitaire	44
9	Mesures de la flexibilité multi-output	45
10	Moyenne de la flexibilité multi-output selon le statut universitaire	46
11	Nombre d'hôpitaux-années selon l'efficience	50

RÉSUMÉ

La médecine et les soins de santé ont évolué rapidement. La progression en matière d'hygiène, de connaissance scientifique, de méthodes opératoires et la technologie ont toutes connu des découvertes majeures. En fait, le gouvernement québécois attribue près de la moitié des dépenses budgétaires au système de soins de santé. Certaines perspectives disent même que ces dépenses s'élèveront au-delà de 60 %. Étant conscient de l'ampleur de la problématique, le gouvernement québécois est à la recherche de moyens afin de réduire les coûts dans les établissements de santé. Cette étude propose une méthode qui évalue l'efficacité des hôpitaux québécois en termes de production d'outputs. Ce travail de recherche se concentre sur l'évaluation de la flexibilité des hôpitaux québécois sur la période de 1981-2009. Par flexibilité, on entend la capacité des hôpitaux à s'adapter aux modifications de la demande. Il s'inscrit dans la foulée des travaux de Crémieux et *al.* (2005), Renner et *al.* (2014 et 2015). Cette analyse tire avantage de l'utilisation d'une base de données médicale compilée par la Régie de l'assurance maladie du Québec (RAMQ) et du Ministère de la Santé et des services sociaux du Québec. Cette base de données regroupe près de trente ans d'information sur tous les établissements de santé. En utilisant le modèle de frontière stochastique, les principaux résultats de l'étude suggèrent que les hôpitaux sont trop petits pour exploiter les rendements d'échelle et que les hôpitaux universitaires sont moins flexibles que les non universitaires.

MOTS-CLÉS : système de soins de santé, flexibilité, efficacité, Québec

INTRODUCTION

Au 20^e siècle, la médecine et les soins de santé ont évolué rapidement. La progression en matière d'hygiène, de connaissance scientifique, de méthodes opératoires et la technologie ont toutes connu des découvertes majeures. Aux yeux du public, le domaine de la santé est devenu tellement important qu'à la fin du 20^e siècle presque tous les pays occidentaux ont mis en place un système de santé public et universel. Plus près de nous, les gouvernements du Canada et du Québec se sont donné comme mission d'améliorer l'accès aux soins de santé. En fait, les citoyens canadiens ont maintenant des soins de santé et des services sociaux universels et gratuits. Les programmes gouvernementaux couvrent les services médicaux et les soins en institution. De plus, tous les Québécois doivent posséder une assurance-médicaments.

Un système de soins de santé comme celui du Québec implique des dépenses publiques majeures. Si l'on utilise les prévisions budgétaires du gouvernement du Québec pour l'année 2013-2014, les dépenses publiques en santé seront à 31,3 milliards de dollars, ce qui représente 42,9 % des dépenses publiques totales. Ainsi, les dépenses totales en santé représenteront 11,8 % du PIB du Québec. De plus, selon Clavet *et al.* (2013), les dépenses en santé représenteront, en 2030, près de 69 % des dépenses publiques totales (une augmentation de 29,8 milliards de dollars entre 2013 et 2030). Étant donné ces faits, il sera de plus en plus difficile pour le gouvernement du Québec de financer le système de santé. En plus, la population est vieillissante et les changements technologiques tirent vers le haut les coûts unitaires en santé. Le niveau élevé d'endettement au Québec ne fait qu'aggraver ce problème de finances publiques alors que le gouvernement peine à trouver les fonds nécessaires au financement du système de santé et de ses autres missions comme

l'éducation. Cette pression à la hausse des dépenses en santé entraînera des modifications importantes dans la gestion des dépenses publiques. Le gouvernement ne pourra continuer à remplir ses divers rôles sans modification majeure des missions comme l'éducation ou la santé ou encore dans le niveau des impôts et des taxes, en plus de l'endettement du gouvernement.

Étant conscient de l'ampleur de cette problématique, le gouvernement cherche des moyens afin de réduire les coûts dans les établissements de santé. Plusieurs avenues sont envisageables.

La première avenue est centrée sur l'adéquation entre ce qui est produit et offert par le système de santé et ce qui nécessaire pour assurer la santé de la population. Autrement dit, on se demande si les institutions de santé font les bonnes choses. Cette question est la plus difficile et relève avant tout de l'analyse avantages-coûts. Nous n'aborderons pas cet aspect dans notre mémoire.

La deuxième avenue porte sur la méthode de gestion du système de santé. On se demande si les institutions de santé sont efficaces par rapport à leurs services. Ici, il n'est pas question des choix des services offerts, mais de la façon de produire. Depuis un demi-siècle, on a traité plusieurs aspects connexes à la production parmi ceux-ci, il y a l'inefficience. L'inefficience est en fait un gaspillage de ressources coûteuses. En utilisant la meilleure combinaison d'inputs disponible, celle qui se situe sur la frontière de production ou de coût, on réduit la pression sur les coûts. Diverses approches ont été proposées pour mesurer la distance par rapport à cette frontière de coût (ou de production). On retrouve des méthodes de régression dites déterministes ou stochastiques selon la modélisation de l'inefficience ou encore des méthodes dites non paramétriques basées sur des outils de programmation mathématique en recherche opérationnelle. Ouellette et Petit (2010a et 2010 b)

présentent une revue de littérature de plusieurs centaines d'articles et de livres ayant abordé la question de l'efficacité organisationnelle en santé. Outre la question de l'efficacité, il y a la détermination de la structure optimale des institutions. On pense à la taille optimale par exemple, celle qui minimise le coût moyen de production. Cette question dépend des rendements d'échelle et de la relation entre le prix de marché et le prix implicites des inputs quasi-fixes. Dans le cas des hôpitaux, les inputs quasi-fixes sont particulièrement importants, car ils représentent une part importante des ressources utilisées par ce type d'institutions, les principaux étant les bâtiments, les équipements et les médecins. Une autre question porte sur la nature de l'hôpital qui peut être spécialisé (comme l'Institut de cardiologie de Montréal) ou général (comme la plupart des hôpitaux au Québec). Dans ce cas, on cherche à quantifier les économies de diversification ou de gamme. Ces questions ont été abordées à de nombreuses reprises et le seront aussi dans notre mémoire. Toutefois, une question qui a moins retenu l'attention est celle de la flexibilité des hôpitaux. Pourtant le concept de flexibilité a été introduit par Stigler dès 1939. Par flexibilité, nous entendons la capacité d'une entreprise à pouvoir s'adapter aux fluctuations de la demande sans de grandes répercussions sur le coût moyen de production. Le concept de flexibilité a connu au fil des années divers raffinements. Parmi ceux-ci, Crémieux *et al.* (2005) ont généralisé la mesure uni-output proposée par Stigler au cas multi-outputs et aussi avec la présence d'inputs quasi-fixes. Ils ont aussi étudié l'impact du changement technologique sur cette nouvelle capacité de mesurer la flexibilité. Renner *et al.* (2015) ont étudié les relations de dualité entre les mesures duales standards basées sur les fonctions de coût et les mesures primales basées sur les fonctions de distance. Ce dernier résultat est important dans la mesure où les méthodes économétriques contemporaines se concentrent sur les mesures primales plutôt que duales sous le prétexte que les prix ne sont pas toujours observables.

En économie de la santé, la flexibilité a été l'aspect le moins traité. Dans notre mémoire, nous essayerons de combler cette lacune en mesurant la flexibilité productive du secteur hospitalier au Québec. Le but sera d'examiner et de comparer la capacité d'adaptation des hôpitaux québécois.

Comme les hôpitaux produisent une multitude d'extrants à partir d'une multitude d'intrants, il sera nécessaire de mettre sur pied une base de données caractérisant au mieux l'ensemble de la réalité productive des hôpitaux québécois. À cette fin, nous utiliserons les données de Bilodeau *et al.* (2000, 2002, 2009). Ces données annuelles proviennent principalement du Ministère de la Santé et des services sociaux du Québec et de la RAMQ (Régie de l'assurance-maladie du Québec) qui portent sur la période 1981 à 1993. Nous les compléterons afin de couvrir la période 1981 à 2009. Nous utiliserons une approche économétrique basée sur les frontières stochastiques. Cela implique l'estimation d'une fonction de production multi-outputs. Il sera nécessaire d'utiliser une mesure primale de la flexibilité basée sur la fonction de production. Nous utiliserons la généralisation proposée par Ouellette (2015) qui reprend le travail de Renner *et al.* (2015), mais en prenant la fonction de production plutôt que la fonction de distance. Cette généralisation a l'avantage de se prêter plus facilement aux outils économétriques couramment programmés dans les logiciels comme Stata, le logiciel que nous utiliserons.

Nos résultats permettront de mieux saisir l'évolution des coûts hospitaliers dans le contexte des hausses des services et de mieux comprendre où se situent les hausses plus marquées dans les établissements de santé. Ainsi, on pourra identifier les centres de services qui ont un niveau d'adaptation moins élevé.

Notre mémoire sera réparti en cinq chapitres. Le premier chapitre sera un survol de la littérature pour établir la provenance de la mesure de flexibilité en économie de la

santé. Au second chapitre, nous présenterons la méthodologie afin de mesurer la flexibilité à l'aide d'une fonction de production. On présentera un modèle formel sous forme économétrique. Le troisième chapitre décrira la base de données. Ce chapitre sera divisé en trois sections soit la mesure des inputs variables, des inputs quasi-fixes et des outputs. Le quatrième chapitre sera la description de la modélisation économétrique. Le cinquième chapitre analysera les résultats que nous aurons obtenus à partir du modèle économétrique. Finalement, nous résumerons les faits saillants dans la conclusion.

CHAPITRE I

LA MESURE DE LA FLEXIBILITÉ

Dans tous les secteurs de l'économie, les firmes font face à des changements économiques. Les fluctuations de la demande provoquent des modifications dans le coût moyen de production des firmes. Dans un marché concurrentiel, ces fluctuations peuvent avoir des conséquences importantes en affectant la compétitivité d'une firme; dans un secteur public, ce sera plutôt le montant des subventions accordées par le gouvernement qui assumera les contrecoups. Pour ces raisons, il est d'autant plus important de connaître la capacité des firmes à s'adapter à leur environnement, car celui-ci est volatile. La capacité plus ou moins grande que peut avoir une firme à absorber les chocs de demande est appelée flexibilité. Une firme sera dite flexible si une modification de sa demande ou de son échelle de production a peu de répercussions sur son coût moyen. On comprend que face à un environnement changeant, il y a intérêt à opter pour une technologie plus flexible. Ce problème est aussi délicat au moment de choisir le programme d'investissement. En présence de plusieurs outputs, une firme aura intérêt à identifier les secteurs d'activité où le problème de manque de flexibilité sera plus critique afin d'évaluer les possibilités d'accroître sa capacité de réaction ou de modifier sa technologie. De ce qui précède, il ressort qu'une définition « naturelle » de la flexibilité découle de la nature plus ou moins « évasée » de la fonction de coût moyen. En termes mathématiques, la flexibilité est mesurée par la courbure de cette fonction.

Un des premiers à avoir abordé cette question a été Stigler (1939). La contribution de Stigler se limite au cas à un seul output dans un environnement concurrentiel et suppose que la firme est à l'équilibre de long terme. Il a proposé une mesure de

flexibilité afin d'observer le changement de niveau de production sur le coût moyen. La contribution de Stigler a fortement influencé les théories et les analyses empiriques dans la littérature microéconomique.

Après l'article de Stigler (1939), plusieurs ont repris son modèle pour mesurer la flexibilité sous différents horizons. Par exemple, Marschak *et al.* (1962) ont utilisé la dérivée seconde de la fonction de coût moyen afin de mesurer la flexibilité. D'autres (Tisdell, 1968; Mills, 1984; Zimmermann, 1995) proposent une mesure de flexibilité basée sur la fonction de coût total. En plus, Mills et Schumann (1985) proposent une mesure de flexibilité sous forme d'élasticité. Il n'y a pas de consensus officiel quant au type de mesure que l'on peut utiliser. Par contre, selon Hiebert (1989) et Mills (1986) toutes ces mesures sont *a priori* limitées puisque les fonctions de coût ne dépendent que des hypothèses faites par rapport à l'output et ne tiennent pas compte du prix des inputs. Ils évoquent un autre problème, les différentes contributions depuis Stigler ne peuvent s'adapter à la réalité des hôpitaux puisque ceux-ci utilisent un modèle à un seul output.

En sachant que tous les hôpitaux sont des producteurs multi-outputs, Crémieux *et al.* (2004) ont généralisé la mesure de Stigler au cas multi-output. Ils ont réussi à trouver la mesure de flexibilité pour une fonction de coût multi-outputs tant à court terme (hors de l'équilibre de long terme) qu'à long terme alors que tous les inputs, y compris les inputs quasi-fixes, sont supposés à leur niveau optimal. Tout comme Stigler, ils ont travaillé dans le cas dual, c'est-à-dire en utilisant la fonction de coût. Leur méthode permet de mesurer la courbure de la fonction de coût moyen multi-output, ce qui permet de trouver le niveau de flexibilité des hôpitaux.

La recherche récente se caractérise par un recours aux fonctions de production ou de distance plutôt qu'aux fonctions de coût. Une approche primale plutôt que duale est

donc de mise pour la mesure de la flexibilité. Selon Hajargasht *et al.* (2008), la fonction de distance a un avantage sur la fonction de coût, car la mesure primale de la flexibilité peut être calculée ou estimée même s'il est impossible d'estimer les fonctions de coût à cause du manque de données sur les prix des inputs. On peut en dire de même des fonctions de production.

Glauben *et al.* (2014) et Renner *et al.* (2015) font le pont entre les mesures duales de la flexibilité définies à partir d'une fonction de coût et des résultats empiriques obtenus à partir d'une fonction de distance, donc définies dans l'espace primal. Renner *et al.* ont montré comment retrouver les mêmes résultats dans l'espace primal en utilisant les relations de dualité pour exprimer la mesure de la flexibilité à partir de la fonction de distance. Ils ont aussi généralisé la mesure de Crémieux *et al.* au cas où le capital s'ajuste de façon optimale en introduisant un modèle dynamique menant au choix des investissements.

Ouellette (2015) reprend le travail de Renner *et al.* (2015) et montre comment on peut récupérer les mesures de dualité dans le cas où on utilise la fonction de production. Cette généralisation est essentielle à des fins empiriques alors que l'estimation de frontières de production stochastique est devenue l'une des deux méthodes les plus utilisées en mesure de l'efficacité et en caractérisation des ensembles de possibilités de production.¹

¹ L'autre méthode est basée sur une approche de recherche opérationnelle, la programmation linéaire. Elle est connue sous le nom de *Data Envelopment Analysis* ou DEA.

CHAPITRE II

MÉTHODOLOGIE

Dans cette section, nous présenterons la méthodologie que nous avons adoptée afin de mesurer la flexibilité de production par la fonction de distance. En trois sous-sections, nous décrirons le processus afin d'atteindre la mesure de flexibilité par la fonction de production. Dans un premier temps, nous décrirons les représentations primales et duales de la technologie. Ensuite, nous présenterons les mesures de flexibilité à court et à long terme par rapport aux fonctions de coût variable et de coût total. Finalement, nous nous servirons des relations de dualité pour faire la transition entre les mesures duales, basées sur les fonctions de coût, et les mesures primales, basées sur la fonction de production.

2.1 Représentation primale et duale de la technologie : Fonction de production et fonction de coût

La fonction de coût variable $C(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})$, une représentation duale de la technologie, est associée au problème suivant :

$$C(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}) = \min_{\mathbf{x} > 0} \{\mathbf{w}'\mathbf{x} | f(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \mathbf{y})\}$$

où \mathbf{x} est un vecteur $(n \times 1)$ d'inputs variables, \mathbf{w} est un vecteur $(n \times 1)$ de prix des inputs variables, \mathbf{k} est un vecteur $(m \times 1)$ d'inputs quasi-fixes, \mathbf{y} est un vecteur $(s \times$

1) d'outputs et f est la fonction de production,² une représentation primale de la technologie.³

Le coût fixe est défini par la somme des dépenses en inputs quasi-fixes, la dépense du $j^{\text{ième}}$ input quasi-fixe étant le produit de la quantité en facteur quasi-fixe (k_j) multipliée par son prix (r_j). On peut le représenter comme :

$$CF = \mathbf{r}'\mathbf{k}.$$

La fonction de coût total est la somme des coûts variables minimisés et des coûts fixes. Par la minimisation de la somme de la fonction de coût variable et des coûts fixes, on peut définir le coût total à long terme :

$$CT = \min_{\mathbf{k} > 0} \{C(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}) + \mathbf{r}'\mathbf{k}\}.$$

Le résultat de cette minimisation nous permet de trouver la valeur optimale du coût total à long terme. La condition de premier ordre est $\mathbf{r} = -\mathbf{C}_k(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})$ et la solution donne le stock de capital optimal $\mathbf{k}^* = \mathbf{k}(\mathbf{w}, \mathbf{r}, \mathbf{y})$. On peut représenter la fonction de coût total optimale à long terme par :

$$CT = C(\mathbf{w}, \mathbf{k}(\mathbf{w}, \mathbf{r}, \mathbf{y}), \mathbf{y}) + \mathbf{r}'\mathbf{k}(\mathbf{w}, \mathbf{r}, \mathbf{y}).$$

On utilisera la fonction de coût variable pour mesurer la flexibilité à court terme et la fonction de coût total pour le long terme.

Afin d'assurer la solution du problème de minimisation des coûts (variable ou total), il est nécessaire d'imposer des propriétés de monotonie et de courbure à la fonction de production, au moins localement autour de la solution (voir, entre autres,

² La fonction f est parfois appelée fonction de transformation pour la distinguer de la fonction de production à un seul output qui s'écrit $y = f(\mathbf{x}, \mathbf{k})$. Dans notre cas, cette distinction est inutile, car nous ne travaillerons qu'avec le cas multi-outputs.

³ Par convention, nous représentons un vecteur au moyen d'une lettre minuscule en caractères gras.

Varian, 1987, et Diewert, 1982). Par exemple, on peut imposer la monotonie positive en (\mathbf{x}, \mathbf{k}) et négative en \mathbf{y} . De même, on peut imposer la quasi-concavité en \mathbf{x} (minimisation du coût variable) ou en (\mathbf{x}, \mathbf{k}) (minimisation du coût total). Dans la suite, nous supposons que la solution existe. Naturellement, les propriétés de la fonction de production se répercutent sur les propriétés de la fonction de coût (variable ou total). Par exemple, on peut démontrer que la fonction de coût (variable et total) est homogène de degré un, monotone croissante et concave en \mathbf{w} , que la fonction de coût variable est monotone décroissante et convexe en \mathbf{k} et qu'elle est monotone croissante en \mathbf{y} . On peut aussi relier les rendements d'échelle à la courbure de la fonction de transformation. Toutefois, dans la suite, nous nous intéresserons plus précisément à la relation entre les coûts et les outputs. Pour cette raison, nous jugeons inutile de nous attarder sur les propriétés des fonctions de coût par rapport aux prix des inputs variables et aux quantités des inputs quasi-fixes.

2.2 Mesures duales de la flexibilité

Nous commençons par la mesure duale de la flexibilité dans le cas à un seul output proposée par Stigler (1939). Cette mesure de Stigler relate l'effet d'un changement de niveau de production par rapport au coût moyen en supposant que tous les inputs sont variables. Le coût moyen est défini par :

$$CM = C(\mathbf{w}, y)/y$$

La courbure par rapport à l'output est la mesure de flexibilité :

$$Flex = \frac{\partial^2 CM}{\partial y^2} = \frac{1}{y^3} [C_{yy} y^2 - 2C_y y + 2C]$$

Cette définition est la mesure de flexibilité à court terme d'une firme à un output. CM est le coût moyen, y est l'output et C est la fonction de coût.

Crémieux *et al.* (2004) ont généralisé cette mesure de flexibilité au cas multi-outputs. Ils ont utilisé la méthode proposée par Baumol *et al.* (1988) dans le calcul du coût moyen calculé le long d'un rayon ou *ray average cost*. On peut résumer cette méthode comme suit. La fonction de coût d'une firme avec multi-output est $C(\mathbf{y}_0)$, où \mathbf{y}_0 est un vecteur représentant les outputs observés. L'agrégat d'outputs est $Y = Y(\mathbf{y})$. Par définition, notre agrégat est tel que $Y((1 + \tau)\mathbf{y}) = (1 + \tau)Y(\mathbf{y})$ où τ est un scalaire positif. De plus, la normalisation de l'agrégat des vecteurs d'outputs $Y(\mathbf{y}_0) = 1$ nous permet de reformuler l'agrégat tel que $Y((1 + \tau)\mathbf{y}_0) = (1 + \tau)$. Lorsque les outputs changent proportionnellement le long du rayon $(1 + \tau)\mathbf{y}_0$, alors l'agrégat est tel que $Y((1 + \tau)\mathbf{y}_0) = (1 + \tau)$. Donc, on a $C(\mathbf{y}_0) = C(Y(\mathbf{y}_0)) = C(1)$. Ainsi, notre coût moyen devient $CM = C(Y((1 + \tau)\mathbf{y}_0))/Y((1 + \tau)\mathbf{y}_0) = C((1 + \tau))/(1 + \tau)$. Cette dernière expression nous permet de mesurer la flexibilité d'une firme multi-output :

$$Flex(\mathbf{w}, \mathbf{y}) = \mathbf{y}'\mathbf{C}_{yy}(\mathbf{w}, \mathbf{y})\mathbf{y} - 2\mathbf{C}_y(\mathbf{w}, \mathbf{y})'\mathbf{y} + 2C(\mathbf{w}, \mathbf{y})$$

Il est possible d'utiliser ce raisonnement afin de définir la flexibilité à court terme et à long terme. À court terme, il suffit de remplacer la fonction de coût total par la fonction de coût variable. La mesure de flexibilité de court terme est :

$$Flex^{St}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}) = \mathbf{y}'\mathbf{C}_{yy}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})\mathbf{y} - 2\mathbf{C}_y(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})'\mathbf{y} + 2C(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})$$

et celle à long terme :

$$Flex^{Lt}(\mathbf{w}, \mathbf{r}, \mathbf{y}) = \mathbf{y}'\mathbf{CT}_{yy}\mathbf{y} - 2\mathbf{CT}'_y\mathbf{y} + 2CT .$$

L'utilisation du théorème de l'enveloppe au problème de minimisation du coût total par choix des inputs quasi-fixes nous donne :

$$\mathbf{CT}_y = \mathbf{C}_y \text{ et } \mathbf{CT}_{yy} = \mathbf{C}_{yy} + \mathbf{C}_{yk}\mathbf{k}.$$

Il est possible de trouver la mesure de flexibilité à long terme d'une firme multi-output à partir de la fonction de coût variable en appliquant le théorème de l'enveloppe au problème de minimisation du coût total par choix des inputs quasi-fixes. On obtient ainsi :

$$\mathbf{CT}_y = \mathbf{C}_y \text{ et } \mathbf{CT}_{yy} = \mathbf{C}_{yy} + \mathbf{C}_{yk}\mathbf{k},$$

ce qui implique :

$$\begin{aligned} Flex^{Lt}(\mathbf{w}, \mathbf{r}, \mathbf{y}) &= \mathbf{y}'(\mathbf{C}_{yy} - \mathbf{C}_{yk}(\mathbf{C}_{kk})^{-1}\mathbf{C}_{ky})\mathbf{y} - 2\mathbf{C}'_y\mathbf{y} - 2\mathbf{C}'_k\mathbf{k} + 2C \\ &= (\mathbf{y}'\mathbf{C}_{yy}\mathbf{y} - 2\mathbf{C}'_y\mathbf{y} + 2C) - \mathbf{y}'\mathbf{C}_{yk}(\mathbf{C}_{kk})^{-1}\mathbf{C}_{ky}\mathbf{y} - 2\mathbf{C}'_k\mathbf{k} \\ &= Flex^{st}(\mathbf{w}, \mathbf{k}^*, \mathbf{y}) - \mathbf{y}'\mathbf{C}_{yk}(\mathbf{C}_{kk})^{-1}\mathbf{C}_{ky}\mathbf{y} - 2\mathbf{C}'_k\mathbf{k}. \end{aligned}$$

La mesure de flexibilité de court terme est évaluée au point $\mathbf{k}^*=\mathbf{k}(\mathbf{w}, \mathbf{r}, \mathbf{y})$, la quantité d'équilibre de long terme des inputs quasi-fixes.

À ce point, il est possible de faire une analyse empirique. On n'aurait qu'à évaluer l'élasticité des différentes dérivées afin d'estimer notre fonction de coût. Par contre, l'estimation la fonction de coût peut être problématique, car les prix des inputs sont nécessaires pour l'estimation de la fonction de coût et il est possible qu'ils ne soient pas disponibles.

2.3 Mesures primales de la flexibilité

On va utiliser l'approche primale proposée par Ouellette (2015) pour contourner les problèmes associés aux fonctions de coût. Par le principe de dualité, on va estimer la fonction de production comme alternative pour représenter la technologie de production. Il faut préciser que cette méthode de calcul est équivalente à celle utilisée par la fonction de coût. La différence est que la fonction de production n'a besoin que des données en quantités des inputs et outputs contrairement à la fonction de coût qui exige le recours à des données en prix. Rappelons la définition de la fonction de coût variable :

$$C(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}) = \min_{\mathbf{x} > 0} \{ \mathbf{w}'\mathbf{x} \mid f(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \mathbf{y}) = 0 \},$$

où $f(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \mathbf{y})$ représente la fonction de production.

Le lien dual entre la fonction de coût et la fonction de production est basé sur les conditions de premier ordre et le théorème de l'enveloppe. En respectant les propriétés de \mathbf{x} et de λ (le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte technologique), les conditions de premier ordre sont $\mathbf{w} = \lambda \mathbf{f}_x(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \mathbf{y})$ et $f(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \mathbf{y}) = 0$. Le résultat de la minimisation est $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})$ et $\lambda = \lambda(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})$. De plus, en substituant la solution optimale dans la fonction Lagrangien et en appliquant le théorème de l'enveloppe, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_w &= \mathbf{x}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}) \\
0 &= f(\mathbf{x}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}), \mathbf{k}, \mathbf{y}) \\
\mathbf{w} &= \frac{C(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})}{\mathbf{f}_x(\mathbf{x}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}), \mathbf{k}, \mathbf{y})' \mathbf{x}} \times \mathbf{f}_x(\mathbf{x}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}), \mathbf{k}, \mathbf{y}) \\
\mathbf{C}_k &= -\frac{C(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})}{\mathbf{f}_x(\mathbf{x}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}), \mathbf{k}, \mathbf{y})' \mathbf{x}} \times \mathbf{f}_k(\mathbf{x}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}), \mathbf{k}, \mathbf{y}) \\
\mathbf{C}_y &= -\frac{C(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y})}{\mathbf{f}_x(\mathbf{x}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}), \mathbf{k}, \mathbf{y})' \mathbf{x}} \times \mathbf{f}_y(\mathbf{x}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}), \mathbf{k}, \mathbf{y})
\end{aligned}$$

La première relation (le lemme de Shephard) ainsi que les quatrième et cinquième découlent du théorème de l'enveloppe. Les deux autres découlent des conditions de premier ordre. En dérivant ces relations par rapport à l'output et substituant la relation $\mathbf{C}_{wy} = \mathbf{x}_y$ (découlant de la dérivation du lemme de Shephard) dans les diverses dérivées ainsi obtenues, il s'ensuit :

$$\begin{bmatrix}
0 & C \times \mathbf{f}_x' & \mathbf{0}_{(1 \times m)} & \mathbf{0}_{(1 \times s)} \\
\mathbf{f}_x & C \times \left[\mathbf{f}_{xx} - \frac{\mathbf{f}_x(\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}'\mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] & \mathbf{0}_{(n \times m)} & \mathbf{0}_{(n \times s)} \\
\mathbf{f}_k & C \times \left[\mathbf{f}_{kx} - \frac{\mathbf{f}_k(\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}'\mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] & (\mathbf{f}_x' \mathbf{x}) \mathbf{E}_{(m \times m)} & \mathbf{0}_{(m \times s)} \\
\mathbf{f}_y & C \times \left[\mathbf{f}_{yx} - \frac{\mathbf{f}_y(\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}'\mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] & \mathbf{0}_{(s \times m)} & (\mathbf{f}_x' \mathbf{x}) \mathbf{E}_{(s \times s)}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\mathbf{C}_y' \\
\mathbf{C}_{wy} \\
\mathbf{C}_{ky} \\
\mathbf{C}_{yy}
\end{bmatrix}
= -C \times \begin{bmatrix}
\mathbf{f}_y' \\
\mathbf{f}_{xy} \\
\mathbf{f}_{ky} \\
\mathbf{f}_{yy}
\end{bmatrix}
+ \frac{C}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \times \begin{bmatrix}
0 \\
\mathbf{f}_x \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy} \\
\mathbf{f}_k \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy} \\
\mathbf{f}_y \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}
\end{bmatrix}$$

Afin d'obtenir la mesure primale de la flexibilité, il est nécessaire de résoudre ce système d'équations pour isoler les dérivées partielles de la fonction de coût variable. Pour y arriver, il faut inverser la première matrice de gauche. Nous supposons que l'inverse existe. On commence par partitionner cette matrice comme suit :

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 0 & C \times \mathbf{f}_x' & \mathbf{0}_{(1 \times m)} & \mathbf{0}_{(1 \times s)} \\ \mathbf{f}_x & C \times \left[\mathbf{f}_{xx} - \frac{\mathbf{f}_x (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] & \mathbf{0}_{(n \times m)} & \mathbf{0}_{(n \times s)} \\ \mathbf{f}_k & C \times \left[\mathbf{f}_{kx} - \frac{\mathbf{f}_k (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] & (\mathbf{f}_x' \mathbf{x}) \mathbf{E}_{(m \times m)} & \mathbf{0}_{(m \times s)} \\ \mathbf{f}_y & C \times \left[\mathbf{f}_{yx} - \frac{\mathbf{f}_y (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] & \mathbf{0}_{(s \times m)} & (\mathbf{f}_x' \mathbf{x}) \mathbf{E}_{(s \times s)} \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & C \times \mathbf{f}_x' \\ \mathbf{f}_x & C \times \left[\mathbf{f}_{xx} - \frac{\mathbf{f}_x (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(1 \times m)} & \mathbf{0}_{(1 \times s)} \\ \mathbf{0}_{(m \times s)} & \mathbf{0}_{(m \times s)} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{f}_k & C \times \left[\mathbf{f}_{kx} - \frac{\mathbf{f}_k (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \\ \mathbf{f}_y & C \times \left[\mathbf{f}_{yx} - \frac{\mathbf{f}_y (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} (\mathbf{f}_x' \mathbf{x}) \mathbf{E}_{(m \times m)} & \mathbf{0}_{(m \times s)} \\ \mathbf{0}_{(s \times m)} & (\mathbf{f}_x' \mathbf{x}) \mathbf{E}_{(s \times s)} \end{bmatrix} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

L'inverse de cette matrice partitionnée est (voir Ouellette, 2015) :

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & C \times \mathbf{f}_x' \\ \mathbf{f}_x & C \times \left[\mathbf{f}_{xx} - \frac{\mathbf{f}_x (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(1 \times m)} & \mathbf{0}_{(1 \times s)} \\ \mathbf{0}_{(m \times s)} & \mathbf{0}_{(m \times s)} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{f}_k & C \times \left[\mathbf{f}_{kx} - \frac{\mathbf{f}_k (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \\ \mathbf{f}_y & C \times \left[\mathbf{f}_{yx} - \frac{\mathbf{f}_y (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} (\mathbf{f}_x' \mathbf{x}) \mathbf{E}_{(m \times m)} & \mathbf{0}_{(m \times s)} \\ \mathbf{0}_{(s \times m)} & (\mathbf{f}_x' \mathbf{x}) \mathbf{E}_{(s \times s)} \end{bmatrix} \end{bmatrix}^{-1} \\
& = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -\alpha & \alpha \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \\ \frac{\alpha}{C} \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x & \frac{\alpha}{C} \mathbf{G}_x^{-1} \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right) \mathbf{E}_{(n \times n)} - \mathbf{f}_x \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \right] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(1 \times m)} & \mathbf{0}_{(1 \times s)} \\ \mathbf{0}_{(m \times s)} & \mathbf{0}_{(m \times s)} \end{bmatrix} \\ -\frac{\alpha}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \begin{bmatrix} (-\mathbf{f}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x) & \left(\mathbf{f}_k \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} + \mathbf{G}_k \mathbf{G}_x^{-1} \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right) \mathbf{E}_{(n \times n)} - \mathbf{f}_x \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \right] \right) \\ (-\mathbf{f}_y + \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x) & \left(\mathbf{f}_y \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} + \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right) \mathbf{E}_{(n \times n)} - \mathbf{f}_x \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \right] \right) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \mathbf{E}_{(m \times m)} & \mathbf{0}_{(m \times s)} \\ \mathbf{0}_{(s \times m)} & \frac{1}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \mathbf{E}_{(s \times s)} \end{bmatrix} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

où

$$\mathbf{G}_x = \left[\mathbf{f}_{xx} - \frac{\mathbf{f}_x (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right], \mathbf{G}_k = \left[\mathbf{f}_{kx} - \frac{\mathbf{f}_k (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right], \mathbf{G}_y = \left[\mathbf{f}_{yx} - \frac{\mathbf{f}_y (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right]$$

$$\text{et } \alpha = (\mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x)^{-1}.$$

À l'aide de cet inverse, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_y' \\ \mathbf{C}_{wy} \\ \mathbf{C}_{ky} \\ \mathbf{C}_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \mathbf{C} \left\{ \mathbf{f}_y' - \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \left[\mathbf{f}_{xy} - \frac{\mathbf{f}_x \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \right\} \\ \left\{ -\alpha \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_y' - \left[\mathbf{G}_x^{-1} - \alpha \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \right] \left[\mathbf{f}_{xy} - \frac{\mathbf{f}_x \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \right\} \\ \left(\frac{\alpha \mathbf{C}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right) \left\{ \begin{array}{l} (-\mathbf{f}_k \mathbf{f}_y' + \mathbf{G}_k \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_y') \\ \left(\mathbf{f}_k \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} + \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right) \mathbf{G}_k \mathbf{G}_x^{-1} - \mathbf{G}_k \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \right] \right) \left[\mathbf{f}_{xy} - \frac{\mathbf{f}_x \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \end{array} \right\} \\ - \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left[\mathbf{f}_{ky} - \frac{\mathbf{f}_k \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \\ \left(\frac{\alpha \mathbf{C}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right) \left\{ \begin{array}{l} (-\mathbf{f}_y \mathbf{f}_y' + \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_y') \\ \left(\mathbf{f}_y \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} + \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right) \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} - \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \right] \right) \left[\mathbf{f}_{xy} - \frac{\mathbf{f}_x \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \end{array} \right\} \\ - \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left[\mathbf{f}_{yy} - \frac{\mathbf{f}_y \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \end{bmatrix}$$

Finalement, les dérivées partielles de premier ordre et de deuxième ordre du coût variable par rapport à l'output peuvent réécrite :

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_y' &= \frac{C}{(\mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x)} \left\{ \mathbf{f}_y' - \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \left[\mathbf{f}_{xy} - \frac{\mathbf{f}_x \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \right\} \\
&= \frac{C}{\left(\mathbf{f}_x' \left[\mathbf{f}_{xx} - \frac{\mathbf{f}_x (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right]^{-1} \mathbf{f}_x \right)} \left\{ \mathbf{f}_y' - \mathbf{f}_x' \left[\mathbf{f}_{xx} - \frac{\mathbf{f}_x (\mathbf{f}_x' + \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xx})}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right]^{-1} \mathbf{f}_{xy} \right\} + \frac{C}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{yy} &= \left(\frac{\alpha C}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right) \left\{ \begin{aligned} & \left(-\mathbf{f}_y \mathbf{f}_y' + \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_y' \right) \\ & + \left(\mathbf{f}_y \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} + \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right) \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} - \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \right] \right) \left[\mathbf{f}_{xy} - \frac{\mathbf{f}_x \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \\ & - \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left[\mathbf{f}_{yy} - \frac{\mathbf{f}_y \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \end{aligned} \right\} \\
&= \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{\alpha C}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right) \left(-\mathbf{f}_y \mathbf{f}_y' + \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_y' \right) \\ & + \left(\left(\frac{\alpha C}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right) \mathbf{f}_y \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_{xy} + \left[\left(\frac{C}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right) \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_{xy} - \left(\frac{\alpha C}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right) \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_{xy} \right] \right) \\ & - \left(\frac{C}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right) \mathbf{f}_{yy} \end{aligned} \right\}
\end{aligned}$$

La substitution de ces résultats dans la définition de la flexibilité de court terme donne :

$$\begin{aligned}
Flex^{St}(\mathbf{w}, \mathbf{k}, \mathbf{y}) &= \mathbf{y}' \mathbf{C}_{yy} \mathbf{y} - 2\mathbf{C}_y' \mathbf{y} + 2C \\
&= C \times \mathbf{y}' \left[\left(\frac{\alpha}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right) \left\{ \left(-\mathbf{f}_y \mathbf{f}_y' + \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_y' \right) - \left[\mathbf{f}_{yy} - \frac{\mathbf{f}_y \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(\mathbf{f}_y \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} + \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right) \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} - \mathbf{G}_y \mathbf{G}_x^{-1} \mathbf{f}_x \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \right] \right) \left[\mathbf{f}_{xy} - \frac{\mathbf{f}_x \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \right\} \right] \mathbf{y} \\
&\quad - 2C \times \left[\alpha \left\{ \mathbf{f}_y' - \mathbf{f}_x' \mathbf{G}_x^{-1} \left[\mathbf{f}_{xy} - \frac{\mathbf{f}_x \mathbf{x}' \mathbf{f}_{xy}}{\mathbf{f}_x' \mathbf{x}} \right] \right\} \right] \mathbf{y} + 2C.
\end{aligned}$$

Ces résultats sont essentiels, car ils permettent le calcul des mesures de flexibilité au moyen de la fonction de production. Ils constituent l'équivalent des mesures proposées par Renner *et al.* (2015) dans le cas des fonctions de distance. Les mesures de flexibilité deviennent calculables même lorsque les données sur les prix ne sont pas disponibles.

CHAPITRE III

BASE DE DONNÉES

L'estimation des fonctions de production requiert la connaissance des prix et des quantités des inputs et des outputs des hôpitaux québécois. Conséquemment, on utilisera une base de données qui provient du Ministère de la Santé et des services sociaux du Québec et de la RAMQ pour le Québec. Notre étude se porte sur les centres de courte durée pour la période de 1981-1982 à 2009-2010.⁴

Pour mener à terme notre travail, il nous a fallu récupérer les quantités d'inputs et d'outputs utilisés par les hôpitaux. Dans un premier temps, il nous a fallu comprendre le processus de production des services de santé fournis par les établissements hospitaliers.

Un hôpital produit des services de santé qui sont transformés en santé par les propriétés biologiques et psychologiques des personnes traitées. La première constatation est que les hôpitaux produisent une très grande diversité de services de santé et que ces services sont rendus à une grande diversité de personnes. Pour des questions de degrés de liberté, il est impossible de quantifier tous ces outputs et de les utiliser dans un modèle de régression. Il est impératif de regrouper (d'agréger) les outputs et les inputs afin de diminuer le nombre de variables et ainsi obtenir un nombre suffisant de degrés de liberté.

⁴ Ce système de double année découle de la période financière qui commence au 1^{er} avril d'une année et se termine le 31 mars de l'année suivante. Ainsi, l'année 1981-1982 commence le 1^{er} avril 1981 et se termine le 31 mars 1982.

Comme mentionné en introduction, nous avons obtenu de notre directeur les données de la période 1981-1982 à 1993-1994 ainsi que les programmes de transformation de données brutes. Notre travail a consisté en la poursuite du travail afin de prolonger la période échantillonnale jusqu'en 2012-2013. La banque de données finale comprend cinq agrégats d'outputs, six agrégats d'inputs variables et trois agrégats d'inputs quasi-fixes. La description de la base de données est directement inspirée de Bilodeau *et al.* (2000). Le Ministère de la Santé et des Services sociaux nous a transmis les rapports financiers annuels (AS-471) et les rapports statistiques annuels des centres hospitaliers (AS-477 et AS-478). La RAMQ nous a fourni les données sur les médecins œuvrant en milieu hospitalier.

Notre banque de données est composée d'une centaine d'hôpitaux de courte durée. Nous avons dû éliminer neuf observations puisqu'elles ne concordaient pas avec la base de données. De plus, deux hôpitaux ont fusionné en 1982. Pour ces hôpitaux, nous n'avons conservé que les années après la fusion.

En 1986, le MSSS (Ministère de la Santé et des Services sociaux) a reformulé au complet le rapport financier AS-471 le rendant plus détaillé. Il a fallu apporter des corrections aux variables afin de permettre l'homogénéité des définitions durant toute la période. Afin d'enlever toute ambiguïté, on utilisera le terme d'anciens rapports pour les rapports financiers datant de 1981-1982 à 1985-1986 et nouveaux rapports pour ceux entre 1986-1987 et 2012-2013. Pour ce qui est des rapports statistiques (AS-477 et AS-478), il n'y a pas eu de modifications majeures.

3.1 Inputs variables

La première catégorie d'inputs contient tous les inputs sous le contrôle immédiat de l'équipe de direction de l'hôpital. Nous les appellerons des inputs variables. Ce sont

les inputs qui sont détaillés dans le rapport financier (AS-471) de chacun des hôpitaux. Pour le travail, nous aurons directement accès aux heures travaillées qui sont la quantité d'input pour le travail. Pour les autres inputs, nous aurons les dépenses et il faudra les diviser par un indice de prix pour obtenir les quantités correspondantes.

D'un point de vue administratif, les dépenses sont de deux types : celles subventionnées par le ministère de la Santé et des Services sociaux, ce sont les dépenses associées aux centres d'activités principales, et celles financées autrement, ce sont les centres d'activités secondaires. Ces informations sont à la page 200 des nouveaux rapports et aux pages 3, 21, 22, 24, 25, 26 et 32 des anciens rapports.

Ces dépenses sont regroupées en six catégories : main d'œuvre, médicaments, denrées alimentaires, fournitures, énergie et une catégorie résiduelle appelée « Autres ».

3.1.1 Main-d'œuvre

Les heures réellement travaillées serviront d'indice de quantité de la main-d'œuvre. Nous avons pris la somme des heures à la ligne 7 des pages 320 et 351 des nouveaux rapports et celle des pages 24 et 26 des anciens rapports de 1985-86. Les pages 320 et 351 ou 24 et 26 sont les pages concernant les activités principales et secondaires des nouveaux et anciens rapports respectivement.

3.1.2 Indice multilatéral des médicaments et des fournitures

Nous avons commencé par créer deux indices de quantité pour les médicaments et les fournitures. Les dépenses en médicaments sont celles de la ligne 11 pour les nouveaux rapports à la page 200 et à la ligne 11, colonne 2 de la page 22 des anciens. L'indice de prix est celui des médicaments et produits pharmaceutiques de

Statistique Canada (CANSIM, matrice 7468). La quantité de médicaments est obtenue en divisant la dépense en médicaments par l'indice de prix des médicaments.

Pour les fournitures médicales et chirurgicales, nous avons additionné les lignes 12, 14 et 15 que nous retrouvons à la page 342 des nouveaux rapports. Nous avons déduit de ce montant les avantages sociaux particuliers qui se trouve à la ligne 10 de la page 3 des anciens rapports et de la page 21 des nouveaux rapports. Dans le cas des anciens rapports, les dépenses en fournitures médicales et chirurgicales sont à la page 22, ligne 11, colonne 3. Alors que nous avons fait la somme des lignes 14 des pages 24 de chaque centre d'activité énuméré à la page 343 des nouveaux rapports pour les dépenses des frais des services administratifs et celle des pages 24 pour les dépenses des frais d'entretien, de sécurité et de fonctionnement des installations. Étant donné que ces dépenses sont classées dans la rubrique fourniture, l'indice de prix retenu est celui des articles d'ameublement de Statistique Canada (CANSIM, matrice 7468). La quantité de fournitures est obtenue en divisant la dépense en fournitures par l'indice de prix des fournitures. De ce montant, il faut exclure celui de l'énergie.

Nous avons agrégé ces deux inputs à l'aide d'un indice multilatéral d'input proposé par Caves, Christensen et Diewert (1982). Ce processus permet de créer une variable en pondérant les différents inputs qui sont utilisés. Dans notre cas, les médicaments ont une part plus importante que celles des fournitures de bureau et l'indice est corrélé d'assez près avec cette variable.

3.1.3 Denrées alimentaires

Pour les denrées alimentaires, nous avons retenu le montant de la ligne 13, page 200, dans les nouveaux rapports ou la ligne 11, colonne 1, de la page 22 des anciens. L'indice de prix des aliments achetés au restaurant inclut les boissons non alcoolisées de Statistique Canada (CANSIM, matrice 7468). La quantité des denrées

alimentaires est obtenue en divisant la dépense en denrée par l'indice de prix des denrées alimentaires.

3.1.4 Énergie

En matière d'énergie, nous possédons les dépenses et les quantités sur les achats de combustible (l'huile et le gaz naturel) et d'électricité alors que pour les achats de vapeur ou chauffage et les autres combustibles nous connaissons seulement le montant. Les dépenses et les quantités se retrouvent à la page 22 ou à la page 342 dans la section « Fonctionnement des installations (7700) » des anciens et nouveaux rapports respectivement. Certaines données ont dû être modifiées en raison d'incohérences causées par des erreurs de transcription des données. Nous avons calculé un indice de prix de Fisher à partir des prix et quantités de l'huile, du gaz et de l'électricité. La première observation de chaque établissement sert de référence pour le calcul de l'indice alors que pour la première observation, c'est l'observation de la même année de l'hôpital Notre-Dame qui est la référence. Puisque ces trois éléments sont les plus importants du secteur énergie, nous avons supposé que l'indice de prix obtenu est représentatif de l'intrant énergie. La quantité a été obtenue en divisant la somme des dépenses des cinq catégories par l'indice de prix.

3.1.5 Autres inputs variables

Cette variable inclut toutes les autres dépenses en intrants et nous supposons que la composition des dépenses ressemble à celle de la demande intérieure d'où l'utilisation du déflateur de la demande intérieure de Statistique Canada (CANSIM, matrice 6722) comme indice de prix. La quantité des variables autres est obtenue en divisant la dépense des autres variables par l'indice de prix de celles-ci. Cette variable se retrouve à la ligne libellée « autre » des pages 200 des niveaux rapports. En ce qui concerne les anciens rapports, cette variable est la somme des lignes 12 et 14. Cette somme représente le coût total excluant les dépenses en salaire. De ce

montant, il faut soustraire le montant des dépenses de tous les intrants ci-haut mentionnés.

3.2 Input quasi-fixe

Dans notre base de données, on n'utilise qu'un input quasi-fixe. Par quasi-fixe, nous entendons que ce poste de dépense est hors du contrôle immédiat de la direction de l'hôpital. Nous aurons une catégorie d'input quasi-fixe afin de capter la taille de l'hôpital. Toute variation de cette variable prend beaucoup de temps et requiert l'obtention de budgets spéciaux et parfois de permis ministériels. La quantité de bâtiments est donnée par la superficie en mètres carrés établie par le contrat d'entretien ménager des hôpitaux que l'on retrouve à la page 24 des anciens des anciens rapports et 650 des nouveaux rapports sous le centre d'activité 7640 à la rubrique « unités de mesure A : le mètre carré pour l'établissement » (ligne 25).

3.3 Outputs

Les mesures d'output proviennent des rapports statistiques AS-477 et AS-478 fournis par le MSSS. Nous avons regroupé les outputs en cinq catégories. Nous avons distingué les services rendus aux patients inscrits de l'hôpital des autres services. En ce qui concerne les patients inscrits, nous avons retenu deux groupes. Dans un premier groupe, les patients étaient admis et occupaient un lit. Nous les nommerons patients hospitalisés (en anglais, *inpatients*) et les quantifierons par le nombre de jours-patients. Dans un deuxième groupe, nous regroupons les patients qui consommaient des services des cliniques externes sans occuper de lit. Nous les nommerons patients externes (en anglais, *outpatients*) et les quantifierons par le nombre de visites en clinique externe. Les services produits par l'hôpital mais non rendus aux patients inscrits sont de trois ordres : les services d'hôtellerie; les

services de laboratoires; et la formation médicale. Les services d'hôtellerie sont associés aux services alimentaires rendus aux visiteurs et au personnel de l'hôpital (la cafétéria) et les ventes de services de buanderie à l'extérieur de l'hôpital. Les examens de laboratoires (incluant les tests sanguins et les tests de microbiologie) sont rendus à des patients non-inscrits ou à des laboratoires externes (privés ou publics). Finalement, certains hôpitaux ont un statut universitaire et assurent la formation des résidents en médecine.

3.3.1 Patients hospitalisés

À la page 2 des rapports statistiques, nous retrouvons neuf catégories de patients hospitalisés : médecine, chirurgie, soins intensifs, gynécologie obstétrique, pédiatrie, médecine et chirurgie (non répartie), gériatrie active (depuis 1988-89), psychiatrie et autres. Pour chaque catégorie, on a retenu le nombre de jours-présence comme unité de mesure. Cette variable représente mieux l'évolution annuelle des unités de soins de santé que le nombre de lits qui est identifié comme un stock comptabilisé le 31 mars de chaque année.

3.3.2 Cliniques externes

Les cliniques externes sont énumérées à la page 10 des rapports statistiques. L'unité de mesure pour les cliniques externes est le nombre de visites des bénéficiaires externes. Un bénéficiaire externe est défini, selon le MSSS, comme étant une personne qui, suite à une ordonnance du médecin, se présente au centre hospitalier et y est inscrite pour y recevoir des traitements. Mentionnons qu'une personne est considérée inscrite dans un établissement lorsqu'elle y reçoit des services qui ne nécessitent pas son hospitalisation ou son hébergement ou qu'elle n'occupe pas un lit compris dans un nombre figurant au permis de l'établissement.

3.3.3 Laboratoires

Un indice de quantité de Fisher a été calculé à l'aide des prix et quantités d'un ensemble de centres d'activités qui vient se greffer aux unités de soins internes. Les mesures de quantités de chaque centre d'activité sont définies comme suit : il s'agit des unités normalisées effectuées par les laboratoires (centre d'activités 6600) et la médecine nucléaire (c/a⁵ 6780), le nombre d'examens de l'hémodynamie (c/a 6750), les examens pondérés de l'électrocardiographie (c/a 6760) et de l'électroencéphalographie (c/a 6770), le nombre total d'unités techniques provinciales de radiodiagnostic (c/a 6830), le nombre de traitements de radiodiagnostic (c/a 6840), le nombre de séances en inhalothérapie (c/a 6350), le nombre de malades traités en audiologie et orthophonie (c/a 6860), le nombre d'unités pondérées en physiothérapie (c/a 6870) et en ergothérapie (c/a 6880) et le nombre de traitements en hémodialyse (c/a 6790). En 1990, la mesure de quantité de l'hémodynamie a été modifiée pour le nombre d'examens au nombre d'unités techniques alors qu'en 1992, la mesure de quantité pour l'inhalothérapie passa du nombre de séances au nombre d'unités techniques provinciales. Les corrections ont été faites pour tenir compte de ces changements.

La quantité attribuée aux bénéficiaires externes sert de mesure de quantité alors que le prix est le coût unitaire. Le calcul de l'indice est le même que pour celui de l'énergie.

3.3.4 Services d'hôtellerie

Un autre indice de quantité de Fisher a été calculé pour la cafétéria et la buanderie. Dans ce cas, le nombre de kilogrammes de linge blanchi fourni à d'autres établissements et le nombre de jours repas préparés servent de mesures de quantité. Le prix est le coût unitaire.

⁵ c/a est l'abréviation de centre d'activités.

3.3.5 Éducation

La variable éducation est calculée par le nombre de résidents dans un hôpital (plutôt que de prendre une simple variable dichotomique). Le but de cette variable est de faire la distinction entre les hôpitaux qui forment des résidents et ceux qui n'en forment pas tout en mesurant l'intensité de l'effort de formation.

Le tableau 1 présente les statistiques descriptives des variables énoncées dans le chapitre 3.

Tableau 1. Statistiques descriptives

Variable	Libellé	Obs.	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
x_1	Nombre d'heures réellement travaillées	2892	1 622 398	1 803 077	28 534	$1,57 \cdot 10^7$
x_2	Quantité des denrées alimentaires	2892	27 142,67	43 362,13	0	414 457,20
x_3	Indice multilatéral de quantité d'inputs pour les médicaments et les fournitures	2892	114 869,00	171 623,30	2 576,25	1 678 799
x_4	Indice de quantité de l'énergie	2892	1 941 489	11 228 879	1 122	179 948 537
x_5	Indice de quantité des autres inputs variables	2892	58 614,40	127 172,50	17,50	2 040 017
k	Mètres carrés de bâtiments	2892	38 028,44	38 283,37	1526	324 086
t	Année	2892	13,76	8,06	1	29
y_1	Nombre de jours-patients	2892	103 833,50	90 538,00	2029	585 673
y_2	Nombre de visites en cliniques externes	2892	109 235,30	142 693,60	0	1 263 806
y_3	Indice de quantité de Fisher - Labo et examens	2892	0,71	2,56	0	88,94
y_4	Indice de quantité de Fisher - Cafétéria et buanderie	2892	0,25	0,32	0	2,06
y_5	Nombre de médecins résidents	2892	20,64	62,76	0	562

CHAPITRE IV

MODÉLISATION ÉCONOMÉTRIQUE

4.1 Estimateur de l'inefficience avec des données de panel en présence d'hétérogénéité

L'analyse de l'efficience est un sujet important en économie de la santé et le modèle de frontière stochastique, introduit par Aigner *et al.* (1977) et Meeusen *et al.* (1977), représente un outil populaire pour les études empiriques. Dans ces deux articles, on propose un modèle de frontière stochastique à un seul output :

$$y_t = f(\mathbf{x}_t, \mathbf{k}_t, t) \varepsilon_t e^{v_t}.$$

où y_t est l'output, \mathbf{x}_t est le vecteur d'inputs variables et \mathbf{k}_t est le vecteur d'inputs quasi-fixes. Le terme ε_t est une mesure d'écart entre la production réalisée et la production optimale, se situant sur la frontière de production. Par définition, on a $0 \leq \varepsilon_t \leq 1$. Le terme v_t est le terme d'erreur observationnel.

Ce modèle est le plus souvent exprimé sous sa forme log-linéaire :

$$\ln y_t = \ln f(\mathbf{x}_t, \mathbf{k}_t, t) + \ln \varepsilon_t + v_t.$$

On redéfinit le terme d'inefficience ainsi : $-\ln \varepsilon_t = u_t \geq 0$, et ainsi :

$$\ln y_t = \ln f(\mathbf{x}_t, \mathbf{k}_t, t) + v_t - u_t.$$

Puisque le terme d'inefficience est non négatif, on dit qu'il est unilatère.

Il est usuel d'utiliser une forme fonctionnelle logarithmique, soit Cobb-Douglas ou Translog pour la fonction de production. Si on prend la forme Cobb-Douglas, on obtient :

$$\ln y_t = \alpha + \beta_x \ln x_t + \beta_k \ln k_t + \beta_l t + v_t - u_t .$$

À ce stade, il ne reste qu'à spécifier les propriétés des termes d'erreur et d'inefficience. Ils sont supposés indépendants. Pour le terme d'erreur observationnel, il est usuel de supposer que le terme est distribué normalement et est i.i.d. : $v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$. Il y a plusieurs distributions qui ont été proposées et testées pour le terme d'inefficience. Kumbhakar et Lovell (2000) présentent une revue de littérature sur cet aspect. Les distributions les plus courantes sont la normale tronquée, la demi-normale et l'exponentielle.

Si on utilise des données de panel, il est nécessaire de généraliser ce modèle. A priori, il semble que ce ne soit qu'un simple exercice pédagogique et qu'il suffise d'ajouter un indice rattaché à l'hôpital h (ou firme dans un contexte général) :

$$\ln y_{ht} = \alpha + \beta_x \ln x_{ht} + \beta_k \ln k_{ht} + \beta_l t + v_{ht} - u_{ht} .$$

Quelques problèmes se posent. Le premier est de savoir comment récupérer le terme d'inefficience u_{ht} , car de l'estimation, on récupère l'ensemble des termes d'erreur observationnel et d'inefficience $v_{ht} - u_{ht}$. Jondrow *et al.* (1982) ont montré comment

on pouvait décomposer ces termes. L'estimateur du terme d'inefficience est donné par :⁶

$$E(u_{it} | v_{it} - u_{it}) = \frac{\sigma\lambda}{1 + \lambda^2} \left[\frac{\phi(a_{it})}{1 - \Phi(a_{it})} - a_{it} \right],$$

où $\sigma = [\sigma_v^2 + \sigma_u^2]^{1/2}$, $\lambda = \sigma_v/\sigma_u$, $a_{it} = \varepsilon_{it}\lambda/\sigma$. $\phi(a_{it})$ et $\Phi(a_{it})$ sont les fonctions de distribution et de répartition normale standard évaluées à a_{it} . Cet estimateur est connu sous le nom de JMLS, l'acronyme des auteurs.

Plusieurs modèles de frontières stochastiques ont été proposés à commencer par Stevenson (1980), Pitt and Lee (1981) et Schmidt and Sickles (1984).

On peut aussi préciser la distribution du terme d'inefficience en le supposant invariable par rapport au temps ou en le laissant varier de façon plus ou moins contrainte. Parmi les auteurs ayant proposé des modèles invariants, on trouve Pitt et Lee (1981) ainsi que Battese et Coelli (1988). Du côté des modèles variant dans le temps, on trouve Cornwell et Sickles (1990), Kumbhakar (1990), Battese et Coelli (1992, 1995) et Lee et Schmidt (1993). Nous retiendrons plutôt le modèle de Greene (2005) qui atteint une plus grande généralité en intégrant l'hétérogénéité en « libéralisant » la constante de la régression ce qui permet de traiter l'hétérogénéité entre firmes :⁷

$$\ln y_{it} = \alpha_h + \beta_x \ln \mathbf{x}_{it} + \beta_k \ln \mathbf{k}_{it} + \beta_t t + v_{it} - u_{it}.$$

⁶ La présentation suit de près Greene (2005).

⁷ Il est possible de poursuivre cette généralisation en libéralisant aussi les coefficients de pente :
 $\ln y_{it} = \alpha_h + \beta_{hx} \ln \mathbf{x}_{it} + \beta_{hk} \ln \mathbf{k}_{it} + \beta_{ht} t + v_{it} - u_{it}$

Ce modèle est estimé à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance.

4.2 Généralisation au cas multi-output

La section précédente présente le cas à un seul output. Comme nous avons cinq outputs dans notre banque de données afin de représenter la diversité des services de santé offerts par un hôpital, il est nécessaire de généraliser la représentation de la technologie. Encore là, a priori, cela peut sembler simple. Il suffit de passer d'un output scalaire à un vecteur d'outputs :

$$g(\mathbf{y}_t) = f(\mathbf{x}_t, \mathbf{k}_t, t),$$

où $g(\mathbf{y}_t)$ est un agrégat d'outputs, avec \mathbf{y}_t le vecteur des outputs produits au temps t . Lothgren (1997) a suggéré l'utilisation d'une fonction radiale afin de regrouper les outputs :

$$g(\mathbf{y}_t) = \left[\sum_{i=1}^I y_{it}^2 \right]^{1/2}.$$

Dans notre contexte, cette représentation n'est pas appropriée, car elle suppose des relations strictes entre les outputs alors que la mesure de la flexibilité a pour but de justement mesurer ces relations. À la place, nous retiendrons plutôt l'utilisation d'une représentation paramétrique qui isole le premier output :⁸

⁸ Cela se fait sans perte de généralité, car la fonction agrégative g est homogène de degré un en \mathbf{y} ce qui permet une normalisation des paramètres.

$$g(y_t) = \exp \left[\ln y_{1ht} + \sum_{i=2}^I \tilde{\beta}_{y_i} \ln y_{iht} \right]$$

$$\Leftrightarrow \ln g(y_t) = \ln y_{1ht} + \sum_{i=2}^I \tilde{\beta}_{y_i} \ln y_{iht} = \ln y_{1ht} + \tilde{\beta}_y \ln \tilde{y}_{ht}$$

où $\tilde{y}_{ht} = (y_{2ht}, \dots, y_{Iht})$.

La technologie de la firme peut maintenant s'écrire :

$$\ln y_{1ht} + \tilde{\beta}_y \ln \tilde{y}_{ht} = \alpha_h + \beta_x \ln \mathbf{x}_{ht} + \beta_k \ln \mathbf{k}_t + \beta_t t + \nu_{ht} - u_{ht}$$

$$\rightarrow \ln y_{it} = \alpha_h + \beta_x \ln \mathbf{x}_{ht} + \beta_k \ln \mathbf{k}_t - \tilde{\beta}_y \ln \tilde{y}_{ht} + \beta_t t + \nu_{ht} - u_{ht}$$

On définit $\tilde{\beta}_y = -\beta_y$ et il s'ensuit :

$$\ln y_{it} = \alpha_h + \beta_x \ln \mathbf{x}_{ht} + \beta_k \ln \mathbf{k}_t + \beta_y \ln \tilde{y}_{it} + \beta_t t + \nu_{ht} - u_{ht}.$$

Nous obtenons une forme Cobb-Douglas dans le cas multi-output adaptée aux données de panel et permettant l'hétérogénéité entre les hôpitaux.

Dans les faits, nous avons utilisé une forme légèrement plus générale afin de permettre une plus grande flexibilité entre les outputs :

$$\ln y_{it} = \alpha_h + \beta_x \ln \mathbf{x}_{ht} + \beta_k \ln \mathbf{k}_t + \beta_y \ln \tilde{y}_{it} + \beta_t t + 0,5\beta_{yy} (\ln \tilde{y}_{it})^2 + 0,5\beta_{tt} t^2 + \nu_{ht} - u_{ht}.$$

Il s'agit d'une forme Cobb-Douglas *augmentée*.

Dans notre cas, le nombre d'inputs variables est de cinq, il y a un input quasi-fixe et cinq outputs. On peut donc écrire :

$$\begin{aligned}
y_{ht} = & \alpha_h + \sum_{i=1}^5 \beta_{x_i} \ln x_{hit} + \beta_k \ln k_{ht} + \sum_{j=2}^5 \beta_{y_j} \ln y_{hjt} + \beta_t t \\
& + 0,5 \sum_{j=2}^5 \beta_{yy_j} \ln y_{hjt}^2 + 0,5 \beta_t t^2 \\
& + u_{ht} - u_{ht}
\end{aligned}$$

Ce modèle sera estimé avec notre banque de données en utilisant le logiciel Stata, version 13. Nous utiliserons le module *sfp* créé et mis à la disposition des chercheurs par une équipe italienne (Belotti *et al.*, 2013). Ce module permet d'obtenir les estimateurs des inefficiences en panel avec effets fixes de Greene (2005).

CHAPITRE V

RÉSULTATS

Ce dernier chapitre de notre travail vise, grâce à l'analyse des données, à répondre aux différentes questions soulevées tout au cours de notre recherche. Nous procédons dans un premier temps à la présentation des résultats de notre estimation et des tests de la théorie que nous retrouvons dans le tableau 2 et 3. Dans un deuxième temps, nous analyserons les différentes caractéristiques de la technologie, dont les rendements d'échelle, le changement technologique et l'inefficience. Finalement, nous présenterons les résultats pour les flexibilités pour chacun des outputs et la flexibilité multi-output.

5.1 Résultats de l'estimation

Le tableau 2 présente les coefficients estimés ainsi que certaines statistiques. Les estimations ont été effectuées à l'aide du logiciel *Stata* (version 13). La commande servant spécifiquement à l'estimation de frontières stochastiques pour les données de panel est *sfppanel*. Nous avons retenu comme distribution pour le terme d'inefficience unilatère une distribution demi-normale (*half-normal*).

Tableau 2. Les résultats de l'estimation de la fonction de production

Variable (en logarithme naturel sauf pour le temps)	Coefficient	Statistique z	P> z
Inputs variables			
Travail (= x_1)	0,713775	25,38	0,000
Denrées alimentaires (= x_2)	0,042769	8,15	0,000
Médicaments et fournitures (= x_3)	0,037561	1,67	0,095
Énergie (= x_4)	0,006475	1,05	0,293
Autres inputs variables (= x_5)	0,007391	1,42	0,155
Input quasi-fixe			
Bâtiment (= k)	0,337990	16,12	0,000
Outputs			
Visites en clinique externe (= y_2)	0,010069	1,94	0,052
Examens de laboratoire (= y_3)	-0,060112	-7,94	0,000
Service d'hôtellerie (= y_4)	-0,006370	-0,39	0,694
Nombre de résidents (= y_5)	-0,004784	-1,21	0,227
(Visites en clinique externe) ² (= y_2^2)	-0,001172	-1,03	0,302
(Examens de laboratoire) ² (= y_3^2)	-0,006365	-2,86	0,004
(Nombre de résidents) ² (= y_5^2)	0,001372	0,37	0,711
Changement technologique			
Temps (= t)	-0,003171	-1,21	0,226
Temps ² (= t^2)	-0,000558	-3,33	0,001
σ_u	0,272313	29,63	0,000
σ_v	0,116560	20,90	0,000
$\lambda = \sigma_u / \sigma_v$	2,336250	167,58	0,000

5.2 Tests de la théorie

Les résultats obtenus sont conditionnels aux hypothèses retenues. Le choix de la forme fonctionnelle doit respecter des propriétés de monotonicité positive en (\mathbf{x}, \mathbf{k}) et de monotonicité négative en $(\tilde{\mathbf{y}})$ pour la validation de la fonction de production estimée. Nous avons commencé par calculer les dérivées par rapport aux inputs et aux outputs. Dans presque tous les cas, les signes étaient ceux attendus. Toutefois, dans certains cas, les valeurs étaient de signes contraires. Dans ces cas, puisque la forme Cobb-Douglas « augmentée » est une approximation de Taylor à mi-chemin entre le premier et le second ordre de la technologie, nous avons choisi la moyenne comme point d'approximation et testé les propriétés de monotonicité de la fonction de production évaluée à la moyenne. Dans tous les cas, nous avons pu rejeter que les signes contraires étaient significatifs. En résumé, les propriétés de la théorie ne peuvent être rejetées. Ce résultat implique que nous pouvons poursuivre l'analyse en tenant pour acquis que la fonction de production était cohérente avec la théorie.

5.3 Caractéristiques de la technologie

5.3.1 Rendements d'échelle

Les rendements d'échelle, nommés *RE*, mesurent l'impact d'une augmentation proportionnelle de tous les inputs sur l'augmentation correspondante des outputs. Si une augmentation proportionnelle de tous les inputs entraîne une augmentation plus importante des outputs, alors la firme a des rendements d'échelle croissants. Une croissance de l'input qui est proportionnelle à celle de l'output signifie des rendements d'échelle constants et une augmentation proportionnellement plus faible de l'output signifie des rendements d'échelle décroissants. Les rendements d'échelle

permettent de déterminer l'échelle de production optimale des hôpitaux. Nous savons qu'une entreprise minimise son coût moyen lorsque ses rendements d'échelle sont constants ($RE = 1$). Si les rendements d'échelle de l'entreprise sont croissants ($RE > 1$), une augmentation de l'output réduira le coût moyen alors que si les rendements d'échelle sont décroissants ($RE < 1$), une réduction de l'output réduira le coût moyen.

Les résultats au tableau 3 sur les rendements d'échelle sont intéressants. La quasi-totalité des hôpitaux a des rendements d'échelle légèrement croissants, ce qui veut dire qu'une augmentation de la clientèle réduirait le coût moyen des hôpitaux de quelques points de pourcentage. Les cinq observations avec des rendements d'échelle constants proviennent de la région métropolitaine de Montréal.

Tableau 3. Les résultats des rendements d'échelle

Année	$RE < 0,95$	$0,95 < RE < 1,05$	$RE > 1,05$
1981	0	0	106
1985	0	0	113
1990	0	0	119
1995	0	0	119
2000	0	0	83
2005	0	1	77
2009	0	1	75
1981-2009	0	5	2887

Ces résultats nous permettent d'affirmer qu'il serait avantageux financièrement d'agrandir les hôpitaux québécois. Autrement dit, l'échelle de production des hôpitaux est trop faible pour tirer profit des possibilités technologiques en termes de réduction de coût moyen. En comparant les résultats selon le statut universitaire des hôpitaux, on remarque que ce résultat n'est pas affecté. La grande variation dans la quantité d'outputs ne semble pas avoir d'impact sur les rendements d'échelle qui demeurent stables à environ 1,07. Augmenter la taille de l'hôpital fera en sorte que

les rendements d'échelle diminueront. Une solution à ce problème sera peut-être partiellement résolue par l'ouverture des deux nouveaux hôpitaux le CHUM (Centre hospitalier de l'Université de Montréal) et le CUSM (Centre universitaire de santé McGill).

Tableau 4. Les résultats des moyennes des rendements d'échelle et des tailles moyennes d'outputs d'hôpitaux par rapport aux statuts universitaires des hôpitaux

	Nombre moyen de jours-patients	Nombre moyen de visites en clinique externe	<i>RE</i>
Tout l'échantillon	103 833	109 235	1,076
Hôpitaux non universitaires	87 871	72 741	1,077
Hôpitaux universitaires	162 206	239 036	1,074

5.3.2 Changement technologique

Le changement technologique mesure le déplacement de la frontière de production. Dans notre cas, les résultats qui sont présentés dans le tableau 5 révèlent un portait négatif puisque les valeurs sont toutes négatives. Un tel résultat négatif est difficile à analyser. Par technologie, nous entendons l'ensemble des connaissances permettant de transformer des inputs en outputs, ici des services de santé. Ces connaissances ne sont pas définies uniquement par des appareils plus ou moins sophistiqués, mais aussi par les capacités de gestion des établissements. Ces capacités elles-mêmes sont affectées par le contexte de reddition de compte et le mode de budgétisation. Ma (1995), Chalkley et Malcomson (2001) et Mougeot et Naegelen (2005) ont montré que l'incitation à minimiser les coûts dépendait de façon cruciale du mode budgétaire et la capacité de l'organisme de régie à monitorer les établissements de santé. En règle générale, cette capacité sera imparfaite et il restera une rente informationnelle aux mains de l'hôpital définie en termes d'effort insuffisant à

contrôler les coûts. Le ministère de la Santé a introduit plusieurs modifications au cadre de gestion des établissements de santé. Ces modifications portaient à la fois sur le cadre administratif plus ou moins régionalisé (pensons aux Régies régionales de la santé et des services sociaux, les *RRSSS*, qui sont devenues des Agences de santé et de services sociaux, les *ASSS*, puis, récemment, des Centres intégrés de santé et de services sociaux, les *CISSS*), aux modes budgétaires qui étaient sur base historique, puis qui ont inclus un aspect populationnel et qui transitent vers une tarification à l'activité, sans compter les modifications au mode de reddition de compte lui-même (pensons aux examens de laboratoires qui étaient auparavant inclus dans les rapports statistiques et qui forment maintenant une source de données indépendantes). Finalement, la gestion du personnel médical a elle aussi été touchée par des modifications importantes dans le but d'inciter ou de décourager certaines catégories de médecins à travailler en milieu hospitalier. Cet aspect a naturellement un impact sur le fonctionnement de l'hôpital en fragilisant l'offre médicale en milieu hospitalier ce qui a un impact sur les services offerts par l'hôpital lui-même. Nos résultats indiquent que ces modifications ont eu un impact négatif sur la fonction de production et que cet effet s'est accéléré à partir du milieu des années 90.

Tableau 5. Mesure du changement technologique, diverses années

Année	Changement technologique à court terme
1981	-0,004
1985	-0,006
1990	-0,009
1995	-0,011
2000	-0,014
2005	-0,017
2009	-0,019

5.4 Flexibilité

Nous avons calculé la flexibilité selon deux points de vue. Dans un premier temps, nous avons calculé la flexibilité en supposant qu'un seul output bougeait à la fois. Cela nous donne cinq mesures de flexibilité uni-output. Puis nous avons supposé que tous les outputs variaient de façon proportionnelle (un mouvement radial) afin d'obtenir la mesure multi-output. À cause de la complexité de la mesure de flexibilité dans le cas de long terme, nous ne présentons que le cas de court terme.

5.4.1 Mesures de flexibilité uni-output

La mesure de la flexibilité de production nous permet de déterminer la courbure de la fonction de coût moyen par rapport aux différents outputs. Si la mesure de flexibilité s'accroît, alors la courbure va s'accroître ce qui signifie que la flexibilité de production décroît, car la fonction de coût moyen devient plus « pointue » autour de son minimum. Une variation de l'output aura comme conséquence d'accroître le coût moyen de façon plus importante que si la courbure était faible. Donc, nous avons une relation inverse entre la courbure (la mesure) et la flexibilité. Les résultats de la flexibilité annuelle moyenne pour chaque output sont présentés dans le tableau 6. Puisque les différents outputs sont dans des unités non comparables, nous avons aussi recalculé les mesures de flexibilité uni-output en divisant les valeurs par la mesure de flexibilité de l'output des patients hospitalisés telle que mesurée par les jours-patients de 1981. Les résultats sont présentés au tableau 7.

Tableau 6. Mesures de la flexibilité uni-output par catégorie d'output

Année	Jours-patients	Nombre de visites en cliniques externes	Examens de laboratoires	Services de cafétéria et buanderie	Formation de résidents
1981	368 457	839 489	776 028	832 577	836 620
1985	347 029	842 558	779 343	838 846	843 077
1990	396 667	962 486	884 857	958 378	962 723
1995	505 326	1 058 708	973 645	1 053 888	1 055 332
2000	827 256	1 610 611	1 486 827	1 604 759	1 610 107
2005	1 190 084	2 412 959	2 224 903	2 403 932	2 411 415
2009	1 596 747	2 925 678	2 701 840	2 915 191	2 924 871

Tableau 7. Mesures relatives de la flexibilité uni-output par catégorie d'output

Année	Jours-patients	Nombre de visites en cliniques externes	Examens de laboratoires	Services de cafétéria et buanderie	Formation de résidents
1981	1,00	2,28	2,11	2,26	2,27
1985	0,94	2,29	2,12	2,28	2,29
1990	1,08	2,61	2,40	2,60	2,61
1995	1,37	2,87	2,64	2,86	2,86
2000	2,25	4,37	4,04	4,36	4,37
2005	3,23	6,55	6,04	6,52	6,54
2009	4,33	7,94	7,33	7,91	7,94

La première observation est qu'il existe une nette différence entre la flexibilité du premier output et celle des autres outputs. Les hôpitaux se caractérisent par une flexibilité plus grande dans la production des patients hospitalisés. Ce résultat est à mettre en contraste avec la politique du gouvernement de virage ambulatoire qui semble restreindre la capacité d'adaptation des hôpitaux. Toutefois, les valeurs obtenues augmentent toutes dans les mêmes proportions. La flexibilité décroît de façon uniforme dans le temps pour tous les outputs. Ces résultats signifient que les

hôpitaux deviennent moins flexibles à travers le temps. Ceci implique que des changements de la demande des services de santé engendreraient davantage de coûts que dans les années passées.

Ces mesures sont une source de préoccupation, car ils indiquent que la capacité de prévision de la demande devient extrêmement importante. Faute de bien prévoir le niveau de services à rendre à la population, les coûts seront plus importants. Les résultats sur les rendements d'échelle deviennent tout à coup catastrophiques puisqu'ils indiquent que les hôpitaux ne produisent pas au minimum du coût moyen. On peut conclure que les coûts hospitaliers ne sont pas optimisés.

De plus, par le tableau 8, on peut analyser la flexibilité selon le statut universitaire des hôpitaux. Lorsqu'on compare les moyennes des flexibilités, pour toutes les variables d'outputs, on obtient un grand écart. Il est évident, peu importe l'output, que les hôpitaux ayant un statut universitaire ont une flexibilité nettement inférieure aux hôpitaux non universitaires.

Tableau 8. Moyenne de la flexibilité uni-output selon le statut universitaire

Flexibilité uni-output	Tout l'échantillon	Hôpitaux non universitaires	Hôpitaux universitaires
Jours-patients	654 551	436 727	1 451 137
Visites en cliniques externes	1 341 164	949 268	2 774 327
Examens de laboratoire	1 238 087	880 032	2 547 493
Service d'hôtellerie	1 335 532	944 045	2 767 199
Nombre de résidents	1 340 206	941 575	2 797 998

Ces résultats devraient alarmer le gouvernement. Après tout, les hôpitaux universitaires représentent plus de 21 % de notre échantillon. On suppose que la

charge administrative ajoutée en s’associant avec des universités cause un effet négatif sur la flexibilité. Par ces résultats, il n’est pas surprenant de constater que la majorité des hôpitaux universitaires, dans la récente histoire du Québec, ont de la difficulté à respecter leur budget à long terme. Bref, il serait intéressant de connaître tous les aspects qui causent cet écart de flexibilité entre les statuts universitaires et d’évaluer les dépassements de coût causer le changement technologique.

5.4.2 Mesure de flexibilité multi-output

La sous-section précédente nous a permis d’évaluer la flexibilité de production pour chaque output. En fait, on a mesuré pour chacun des outputs la courbure de la fonction de coût variable moyen. Nous allons reproduire cette analyse, mais avec la variable multi-output afin d’identifier la tendance structurelle des hôpitaux de la province du Québec. Il n’est pas surprenant de constater que la mesure de flexibilité multi-output suit sensiblement la même augmentation que les mesures uni-outputs étant donné que la dynamique des mesures uni-output était très homogène. Le tableau 9 montre que la même tendance est indiquée par la mesure multi-output.

Tableau 9. Mesures de la flexibilité multi-output

Année	Multi-output
1981	320 056
1985	297 768
1990	337 224
1995	428 162
2000	704 852
2005	1 013 186
2009	1 363 157

Il ne faut pas oublier que la mesure indiquée dans le tableau ci-dessus est une relation inverse par rapport à la flexibilité. Alors, la flexibilité ne cesse de diminuer à travers le temps avec une accélération à partir du milieu des années 90, ce qui suppose la spécialisation du système de production des services hospitaliers. Ce résultat est similaire à celui de Crémieux et *al.* (2005).

Somme toute, évaluer la flexibilité multi-output par le statut universitaire nous permettra de confirmer notre analyse pour cette sous-section. Les résultats représentés dans le tableau 10 sont les moyennes des mesures de flexibilités selon le statut universitaire des hôpitaux. En faisant cette évaluation, on remarque que les mesures de flexibilités sont semblables aux résultats de la sous-section précédente. Plus précisément, on obtient, encore une fois, une flexibilité nettement plus faible pour les hôpitaux universitaires.

Tableau 10. Moyenne de la flexibilité multi-output selon le statut universitaire

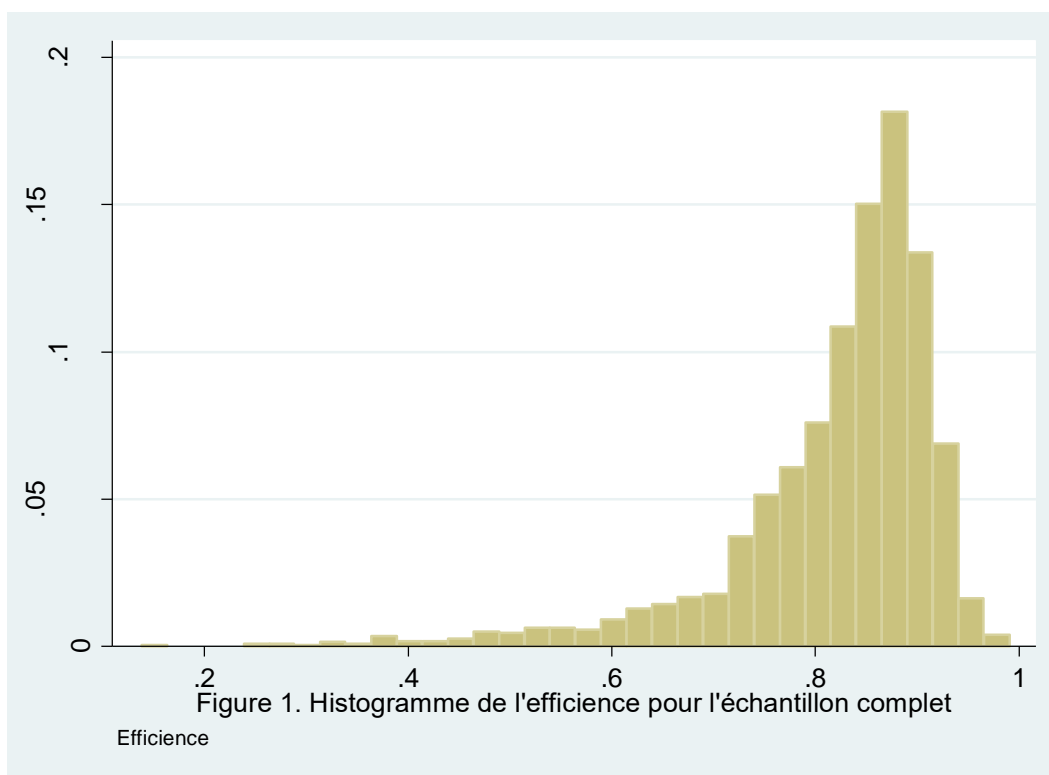
Flexibilité	Tout l'échantillon	Hôpitaux non universitaires	Hôpitaux universitaires
Multi-output	558 978	372 993	1 239 125

5.5 Mesure de l'efficacité

Pour conclure notre recherche, nous avons évalué l'efficacité productive du système de soins de santé au Québec. Pour calculer l'efficacité, nous commençons par prendre la variable jours-patients (y_1) et on la divise par le nombre de jours-patients qui aurait été produit si l'hôpital avait été parfaitement efficace (calculé par *Stata*

avec la commande *predict efficiencetfe, jlms ci*). Pour notre analyse, nous avons calculé la mesure d'efficacité pour l'ensemble de l'échantillon, puis selon le statut, universitaire ou non, des hôpitaux.

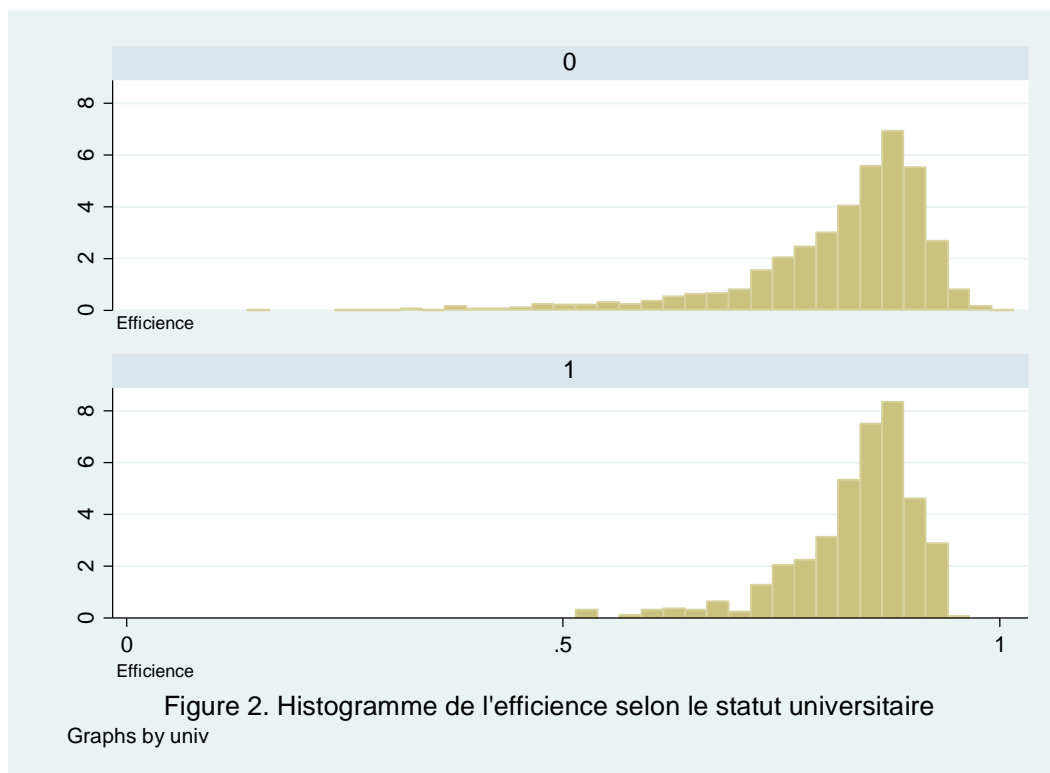
Tout d'abord, la figure 1 nous démontre la répartition de l'efficacité moyenne pour l'ensemble de l'échantillon. On remarque que la majorité des observations sont au-dessus de la marque de 0,80. En fait, on obtient une efficacité moyenne de 0,83 pour l'ensemble de l'échantillon. Cela indique que l'inefficacité est le fait d'une minorité d'hôpitaux.



En retraçant les observations qui sont sous la barre de 0,50, on obtient une tendance pour certains centres hospitaliers. Nous avons décelé deux centres de services de

santé qui ont un problème d'allocation des ressources soit le centre de santé d'Inuulitsivik et le C.S.S.S. de la Baie-James. Il faut faire attention à ces résultats. À cause de la dispersion de la population et des conditions particulières de l'environnement, on peut penser que ces établissements ne sont pas réellement comparables aux autres centres hospitaliers.

La figure 2 représente l'effet du statut universitaire sur l'efficacité. On constate que la distribution est sensiblement la même dans les deux cas bien que dans le cas universitaire, il ne semble pas y avoir de cas d'inefficacité extrême (sous la barre des 50 %).



Note : « 0 » = Hôpitaux non universitaires; « 1 » = Hôpitaux universitaires

Malgré tout, la moyenne des efficacités est pratiquement la même dans les deux cas : 0,837 pour les hôpitaux universitaires et de 0,840 pour les non-universitaires.

Finalement, nous avons calculé le nombre d'hôpitaux-années selon le degré d'efficacité. Le tableau 11 présente les résultats pour tout l'échantillon et pour la première année (1981-1982), l'année milieu (1995-1996) et la dernière année de l'échantillon (2009-2010). La détermination de tout seuil est bien entendu arbitraire. Nous retiendrons 0,80 comme seuil minimal acceptable aux fins de la discussion. Sur l'ensemble de la période, environ 30 % des hôpitaux ne passent pas ce seuil. Si on se fie aux chiffres du tableau 11, il semble qu'il y ait amélioration. Au tout début, le pourcentage était plutôt de 42 % et il a chuté à 29 % à la toute fin. Par contre, à l'autre opposé, 17 % des hôpitaux-années dépassent le seuil de 90 %. Là encore, il y a amélioration. Au début, ce pourcentage est de 10 % alors qu'à la fin, il est de 25 %.

Il semble y avoir amélioration, mais on peut tout de même conclure, avec une moyenne de 83 %, qu'il reste beaucoup de gains potentiels.

Tableau 11. Nombre d'hôpitaux-années selon l'efficience

Degré d'efficience	Nombre d'hôpitaux-années (pourcentage)			
	Tout l'échantillon	1981-1982	1995-1996	2009-2010
[0,00; 0,50]	60 (2 %)	2 (2 %)	1 (1 %)	4 (5 %)
(0,50; 0,60]	69 (2 %)	1 (1 %)	2 (2 %)	2 (3 %)
(0,60; 0,70]	160 (6 %)	6 (6 %)	7 (6 %)	5 (7 %)
(0,70; 0,80]	548 (19 %)	35 (33 %)	27 (23 %)	11 (14 %)
(0,80; 0,90]	1572 (54 %)	51 (48 %)	62 (52 %)	35 (46 %)
(0,90; 0,95]	451 (16 %)	11 (10 %)	17 (14 %)	19 (25 %)
(0,95; 1,00]	32 (1 %)	0 (0 %)	3 (3 %)	0 (0 %)
[0,00; 1,00]	2892	106	119	76

CONCLUSION

Par le passé, le système de santé au Québec éprouvait peu de problèmes de budgétisation. La plupart du temps, le gouvernement ne faisait que rembourser les dépassements de coût. De nos jours, cette pratique ne serait pas soutenable étant donné que la santé représente plus de la moitié du budget du gouvernement. Les dépenses budgétaires en santé augmentent à un tel rythme que l'on s'interroge sur la survie des autres programmes sociaux publics. Le contrôle des coûts est inévitable.

L'évolution de la démographie de la population québécoise mettra davantage de pression sur les dépenses en santé. En fait, selon plusieurs experts cette problématique ne se réglera pas d'ici peu. C'est l'occasion de développer des approches qui permettront d'analyser ce système de santé en profondeur. Les outils économiques tels l'estimation des frontières de production stochastiques et les mesures de la flexibilité et de l'efficacité sont intéressantes pour établir des références pour la performance et l'efficacité.

En se basant sur le travail de Crémieux *et al.* (2005) et de Renner *et al.* (2015), on s'était donné comme objectif d'examiner et de comparer la capacité d'adaptation des hôpitaux québécois au moyen des mesures primales de la technologie. Ce processus était utile puisque nous n'avions plus besoin des prix pour notre estimation.

Pour atteindre notre objectif qui est d'analyser la capacité d'adaptation des services hospitaliers au Québec, nous devons utiliser différentes mesures. Plus précisément, nous étions intéressés par la flexibilité de production, l'efficacité et les rendements d'échelle. La flexibilité de production est une mesure qui nous permettait d'évaluer

l'adaptabilité d'un établissement de santé par rapport à un changement de demande. On a utilisé la méthode proposée par Greene (2005), une méthode d'estimation avec effets fixes pour des données panels qui nous permettait de mesurer la flexibilité et l'inefficience à l'intérieur du réseau hospitalier.

L'analyse des résultats a été décortiquée en cinq sections : l'estimation, le test de la théorie, les caractéristiques de la technologie, la flexibilité et l'efficience. Les résultats de l'estimation ont été obtenus en utilisant la commande *sfppanel* du logiciel *Stata*. Le test de la théorie consistait à évaluer la monotonie des variables inputs, de l'input quasi-fixe et des outputs. On a obtenu une monotonie positive pour les inputs et les inputs quasi-fixes, ainsi qu'une monotonie négative pour les autres outputs. Ce procédé nous a permis de poursuivre notre analyse puisque ces résultats concordaient avec la théorie économique.

Dans la troisième section des résultats, nous avons constaté que la quasi-totalité des hôpitaux au Québec gagnerait à grossir afin d'exploiter les possibilités de rendements d'échelle. De plus, les différentes réformes du gouvernement semblent avoir eu un impact négatif sur la flexibilité. Les mesures de flexibilité ont été divisées en deux parties afin d'évaluer les effets sur chacun des outputs et sur l'ensemble de ceux-ci. On a conclu que la flexibilité décroît de façon uniforme dans le temps pour tous les outputs et pour l'agrégat multi-output, mais que la flexibilité est plus forte pour les patients hospitalisés que pour les autres outputs. À la lumière de ces résultats, suite au virage ambulatoire, les hôpitaux engendrent davantage de coûts lors d'un changement de la demande de production que dans le passé. En identifiant le statut universitaire des hôpitaux québécois, on s'est aperçu que les hôpitaux universitaires étaient moins flexibles que les hôpitaux non universitaires.

On a terminé notre analyse avec l'efficience. On a obtenu 83 % d'efficacité pour l'ensemble du système de soins de santé. On peut conclure qu'il y a une possibilité d'améliorer l'efficience.

En dernier lieu, cette étude nous a permis d'avoir une meilleure compréhension sur l'état des centres hospitaliers du Québec par rapport à leur capacité de s'adapter selon un changement de la demande de production. Un résultat qui sera intéressant à réévaluer dans quelques années avec la mise en place de la nouvelle réforme du réseau de la santé (projet de loi 10) et de l'impact des constructions de nouveaux centres hospitaliers universitaires comme le CHUM et le CUSM.

BIBLIOGRAPHIE

- Aigner, D., C.A. Knox Lovell et P. Schmidt. (1977). "Formulation and estimation of stochastic frontier production function models", *Journal of Econometrics* 6, 21-27.
- Battese G. E. et Coelli T. J. (1992). "Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India", *The Journal of Productivity Analysis* 3, 153-169.
- Battese, E.G. et Coelli, T. (1995). "A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data", *Empirical Economics* 20(2). 325-332.
- Baumol, W.J., Panzar, J.C., Willig, R.D. (1988). *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, San Diego: Harcourt Brace Jovanovich.
- Belotti, F., Daidone, S., Atella, V. et Ilardi, G. (2013). *sfpanel: Stata Module for Panel Data Stochastic Frontier Models Estimation*. Statistical Software Components, Boston College, Department of Economics.
- Bilodeau, D., Crémieux, P.-Y. et Ouellette, P. (2000). "Hospital Cost Function in a Non Market Health Care System", *Review of Economics and Statistics* 82(3), 489-498.
- Bilodeau, D., Crémieux, P._Y. et Ouellette, P. (2002). "Hospital Cost Technology in a Non Market Health Care System", *Southern Economic Journal* 68(3), 511-529.
- Bilodeau, D., Crémieux, P._Y. et Ouellette, P. (2009). "Hospital Performance in a Non-Competitive Environment", *Applied Economics* 41(4), 459-468.
- Caves, D.W., Christensen, L.R. et Diewert, W.E. (1982). "Multilateral Comparisons of Output, Input, and Productivity using Superlative Index Numbers", *Economic Journal* 92, 73-86.
- Chalkley, M., et Malcomson, J. M. (2001). "Government purchasing of health services", dans A.J. Culyer et J.P. Newhouse (eds.), *Handbook of Health economics*, Vol. 1A. Elsevier : New York.

- Clavet, N.-J., Duclos, J.-Y., Fortin, B., Marchand, S. et Michaud, P.-C. (2013). Les dépenses en santé du gouvernement du Québec, 2013-2030 : projections et déterminants. CIRANO, Repéré à <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2013s-45.pdf>
- Cornwell, C., P. Schmidt and R. Sickles (1990). "Production Frontiers with Cross-Sectional and Time-Series Variation in Efficiency Levels," *Journal of Econometrics* 46(1), 185-200.
- Crémieux, P.-Y., Ouellette, P., Rimbaud, F., Vigeant, S. (2005) "Hospital Cost Flexibility in the Presence of Many Outputs: A Public-Private Comparison", *Health Care Management Science* 8, 111-22.
- Diewert, W.E.(1971). "An application of the Shephard Duality Theorem: a Generalized Leontief Production Function", *Journal of Political Economy* 79, p481-507.
- Greene W. (2004a). "Fixed and Random Effects in Stochastic Frontier Models". *Journal of Productivity Analysis* 23, pp. 7-32.
- Greene W. (2004b). "Distinguishing Between Heterogeneity and Inefficiency: Stochastic Frontier Analysis of the World Health Organization's Panel Data on National Health Care Systems", *Health Economics* 13, pp. 959-980.
- Greene, W. (2005) *Économétrie*, 5ième édition, Pearson Education France.
- Hajargascht, G., Coelli, T.J., Rao, D.S. (2008). "A dual measure of economies of scope", *Economics Letters* 100, 185-188.
- Kumbhakar, S. (1990). "Production Frontiers, Panel Data, and Time-Varying Technical Inefficiency," *Journal of Econometrics* 46, 1/2, pp. 201-212.
- Kumbhakar, S.C., et Lovell, C.A.K. (2000). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Jondrow, J., Lovell, C.A.K., Materov, Ivan S., Schimdt, P. (1982). "On The Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model", *Journal of Econometrics* 19, pp. 23-238.

- Lee, Y. and P. Schmidt (1993). “A Production Frontier Model with Flexible Temporal Variation in Technical Inefficiency,” In H. Fried and K. Lovell, eds., *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Oxford University Press, New York.
- Lothgren, M. (1997). “Generalized Stochastic Frontier Production Models”, *Economics Letters* 57, pp. 255-259.
- Ma, C.-T. (1995). “Health Care Payment Systems: Cost and Quality Incentives”, *Journal of Economics and Management Strategy* 3(1), 93-112.
- Meeusen, W. and J. van den Broeck (1977). “Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error,” *International Economic Review*, 8, 435–444.
- Mills, D.E. (1984). “Demand fluctuations and endogenous flexibility”, *The Journal of Industrial Economics* 33, 55-71.
- Mills, D.E. (1986). “Flexibility and firm diversity with demand fluctuations”, *International Journal of Industrial Organization* 4, 202-215.
- Mills, D.E., Schumann, L. (1985). “Industry Structure with Fluctuating Demand”, *The American Economics Review* 75, 758-767.
- Ministère de la Santé et des Services sociaux. (2012). *Comptes de la santé 2009-2010 à 2011-2012*, Québec, Repéré à <http://publications.msss.gouv.qc.ca/acrobat/f/documentation/2011/11-614-01F.pdf>.
- Ministère des Affaires sociales du Québec. (1982–1986). *Rapport financier annuel des établissements publics et privés conventionnés (Rapport AS-471)*, 1981–1982 à 1984–1985, Gouvernement du Québec.
- Ministère des Affaires sociales du Québec. (1982–1986). *Rapport statistique annuel des centres hospitaliers (Rapport AS-477)*, 1981–1982 to 1984–1985, Gouvernement du Québec.
- Ministère de la Santé et des Services sociaux du Québec (1986–1993). *Rapport financier annuel des établissements publics et privés conventionnés (Rapport AS-471)*, 1985–1986 à 1992–1993, Gouvernement du Québec.

- Ministère de la Santé et des Services sociaux du Québec (1986–1993). *Rapport statistique annuel des centres hospitaliers (Rapport AS-477)*, 1985–1986 to 1992–1993, Gouvernement du Québec.
- Ministère de la Santé et des Services sociaux du Québec, Direction des politiques budgétaires et financières, Service des politiques de financement (1992). *Méthodologie des mesures de la performance économique globale des établissements*, Gouvernement du Québec.
- Mougeot, M., et F. Naegelen (2005). “Hospital Price Regulation and Expenditure Cap Policy”, *Journal of Health Economics* 25, 55-72.
- Ouellette, P. (1996). *Économie de la production*. Département des sciences économiques, Université du Québec à Montréal.
- Ouellette, P., et Petit, P. (2010a). *Mesure de l'efficacité des établissements de santé : Revue et synthèse méthodologique*, Centre sur la productivité et le bien-être, HEC Montréal, 45 p.
- Ouellette, P., et Petit, P. (2010b). *Efficacité budgétaire des institutions de santé : Une bibliographie commentée*, Centre sur la productivité et le bien-être, HEC Montréal, 57 p.
- Ouellette, P. (2015). “Multi-Output Flexibility Measures: Duality between Cost and Production Functions”, Document de recherche, Département des sciences économiques, Université du Québec à Montréal.
- Pitt, M. and L. Lee (1981). "The Measurement and Sources of Technical Inefficiency in Indonesian Weaving Industry", *Journal of Development Economics* 9, pp. 43-64.
- Régie de l'assurance-maladie du Québec (1993). Données sur le nombre de patients par hôpital et par spécialité. Données obtenues suite à une demande spéciale.
- Renner, S., Glauben, T., et Hockmann, H. (2014). “Measurement and Decomposition of Flexibility of Multi-Output Firms”, *European Journal of Agricultural Economics* 41(5), 745-773.

- Renner, S., Hockmann, H., Glauben, T., et Ouellette, P. (2015). "Primal and Dual Multi-Output Flexibility Measures", *Journal of Productivity Analysis* 44(2), 127-136.
- Schmidt, P. and R. Sickles (1984). "Production Frontiers with Panel Data," *Journal of Business and Economic Statistics* 2(4), pp. 367-374.
- Sherpard, R W. (1953). *Cost and production Functions*. Princeton. Princeton University Press. 308p.
- Stevenson, R. (1980). "Likelihood Functions for Generalized Stochastic Frontier Functions," *Journal of Econometrics*, 13, pp. 57-66.
- Stigler, G. (1939). "Production and Distribution in the Short Run". *Journal of Political Economy* 47, 305-327.
- Tisdell, C.A. (1968). *The Theory of Price Uncertainty, Production and Profit*, Princeton University Press, Princeton.
- Zimmermann, K.F. (1995). "Flexibility in the Face of the Demand Fluctuations. Employment, Capacity Utilization, and Industry Structure". *International Journal of Industrial Organization* 13, 179-193.