UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

FISCALITÉ MINIÈRE EN ASYMÉTRIE D'INFORMATION

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR

FRANÇOIS CASTONGUAY

SEPTEMBRE 2015

REMERCIEMENTS

Je tiens à commencer ce mémoire en prenant le temps de remercier tous les gens qui m'ont aidé à arriver où je suis aujourd'hui. Il y a sans doute plusieurs personnes que je ne mentionnerai pas ici, mais sachez que sans plusieurs d'entre vous, je n'aurais jamais fait ce mémoire que je termine aujourd'hui avec grande fierté.

Tout d'abord, je tiens à remercier la personne qui m'a sans doute le plus aidé sur le plan moral durant ma maîtrise. Natascha, de près et de loin, tu m'as appuyé et encouragé durant les bons comme les moins bons moments de ces deux dernières années. J'espère que tu sais que ton impact sur moi a été très bénéfique et que sans ton soutien moral, je ne serais pas en train d'écrire ces mots aujourd'hui. Également, un merci à ma famille, particulièrement mes parents, et aussi à mes amis qui m'ont aidé de différentes façons tout au long de mon parcours universitaire.

Je tiens à remercier tous les professeurs de l'Université Laval et de l'UQAM que j'ai eu la chance de côtoyer durant ces cinq dernières années. Plus particulièrement, je tiens à remercier mon directeur de recherche, le professeur Pierre Lasserre. Monsieur Lasserre, Pierre, avant même de vous rencontrer pour la première fois, mon objectif était, en venant faire ma maîtrise à l'UQAM, de vous avoir comme directeur de recherche. Objectif accompli : me voilà maintenant deux années plus tard, terminant mon mémoire et commençant la rédaction d'un article avec vous. Sans vous, je n'aurais jamais pu arriver à ce stade ; vous avez été pour moi un vrai mentor. Je sais que ces mots ne seront jamais assez pour vous remercier convenablement, mais je tenais tout de même à vous faire connaître l'impact que vous avez eu sur moi.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES SYMBOLES

α	Proportion du profit des firmes comptabilisée dans le surplus social
b	Paramètre associé à la fonction de coût d'extraction des firmes
c	Paramètre associé à la fonction de coût d'exploration des firmes
$C_1(x, \theta_1)$	Fonction de coût d'exploration de la firme
$C_2(q, \theta_2)$	Fonction de coût d'extraction de la firme
δ	Facteur d'actualisation ($\delta = \frac{1}{(1+r)}$)
$F(\theta_2)$	Fonction de répartition des coûts d'extraction des firmes
$f(\theta_2)$	Fonction de densité à la période d'extraction
$G(\theta_1)$	Fonction de répartition des coûts d'exploration des firmes
$g(\theta_1)$	Fonction de densité à la période d'exploration
$\Gamma^a(x)$	Redevance espérée du gouvernement dans le cas asymétrique
$\Gamma^s(x)$	*Idem* à $\Gamma^a(x)$ mais pour le cas symétrique
$h(\theta_2)$	Rente d'information marginale de l'extraction ($h(\theta_2) = \frac{F(\theta_2)}{f(\theta_2)}$)
$m(\theta_1)$	Rente d'information marginale de l'exploration ($m(\theta_1) = \frac{G(\theta_1)}{g(\theta_1)}$)
$MC_1(x, \theta_1)$	Coût marginal d'exploration de la firme
$MC_2(q, \theta_2)$	Coût marginal d'extraction de la firme
p	Prix exogène au modèle de la période d'extraction
$\phi(\tilde{\theta}_t; \theta_t)$	Surplus d'une firme si elle révèle $\tilde{\theta}_t$ alors que θ_t est sa vraie valeur
Π_t	Profit total de la firme à la période $t = 1, 2$
$\Psi(x)$	Surplus espéré d'une firme
q	Quantité extraite par la firme
q^a	Quantité optimale extraite dans le cas asymétrique
q^c	*Idem* à q^a mais si le gouvernement peut s'engager

q^s	*Idem* à q^a mais pour le cas symétrique
r	Taux d'actualisation
$R_1(\theta_1)$	Redevances ou subvention de la période d'exploration
$R_2(\theta_2, x)$	Redevances payées au gouvernement à la période d'extraction
θ_t	Paramètre de coût à la période $t = 1, 2$
$[\theta_1^L, \theta_1^H]$	Intervalle possible des paramètres de coût d'exploration des firmes
$[\theta_2^L, \theta_2^H]$	Intervalle possible des paramètres de coût d'extraction des firmes
$\hat{\theta}$	Valeur critique de θ_2 pour laquelle on ne produit plus $q^a = x^a$
$\hat{\theta}^c$	*Idem* à $\hat{\theta}$ mais si le gouvernement peut s'engager
$\hat{\theta}^s$	*Idem* à $\hat{\theta}$ mais pour le cas symétrique
$\tilde{\theta}_t$	Paramètre de coût révélé par la firme à la période t
V	Surplus total espéré à la période d'exploration
W	Surplus total espéré à la période d'extraction
x	Stock de réserves mis au jour par une firme en $t = 1$
x^a	Stock de réserves optimal mis au jour dans le cas asymétrique
x^c	*Idem* à x^a mais si le gouvernement peut s'engager
x^s	*Idem* à x^a mais pour le cas symétrique

RÉSUMÉ

Ce mémoire traite d'un problème du principal-agent avec antisélection où les firmes doivent, avant de pouvoir tirer profit d'une ressource naturelle non renouvelable, se livrer à des activités d'exploration de façon à mettre au jour un stock de réserves qu'elles pourront ensuite exploiter. Ces activités d'exploration sont coûteuses et incontournables dans la mesure où elles conditionnent l'extraction de la ressource. Lorsque l'information est asymétrique, les fonctions de coût d'exploration et d'extraction contiennent un paramètre connu de la firme exploitante, mais pas du propriétaire de la ressource. La relation entre le principal (le gouvernement) et l'agent (une firme) est asymétrique dans la mesure où la firme possède des informations qui ne sont pas en la possession du gouvernement. Le propriétaire de la ressource doit organiser sa relation contractuelle avec la firme de façon à inciter cette dernière à tirer le moins de profit possible de son avantage informationnel ; il s'agit d'un problème d'incitation dynamique. Dans le cas où l'information est symétrique, c'est-à-dire que la firme et le gouvernement possèdent la même information, le principal obtient de l'agent un comportement efficace au sens de Pareto ; cette situation caractérise la solution de premier rang et servira de point de référence pour l'analyse des situations d'information asymétrique.

Une firme se caractérise par une série de paramètres de coût s'appliquant tour à tour à la période d'exploration puis à la période d'extraction. On supposera dans le but de clarifier l'analyse et de mieux contraster les situations d'informations symétrique et asymétrique que les conditions sont telles qu'il est optimal pour chaque « type » de firme d'extraire l'entièreté de son stock à la fin de l'exploitation. On supposera également que le gouvernement peut s'engager à un régime de redevances seulement pour la période courante, bien que nous relâcherons cette hypothèse plus tard dans l'analyse.

Nous trouvons que le stock de ressources découvert par la firme n'est pas nécessairement plus petit dans le cas asymétrique et que même la firme la plus efficace est affectée par le problème d'asymétrie d'information. De plus, il est possible que certaines firmes terminent l'extraction sans épuiser la totalité des réserves découvertes. Finalement, nous montrons que l'engagement du gouvernement sur plusieurs périodes vient diminuer le stock mis au jour par une firme.

MOTS-CLÉS : ressources naturelles non renouvelables, information asymétrique, mécanisme d'incitation, régulation.

ABSTRACT

This thesis, entitled *Resource agency relationship with privately known Exploration and Extraction Costs*, examines the optimal management of nonrenewable resources in a principal-agent problem with adverse selection. More specifically, we focus on the case where firms must make an exploratory effort to uncover a resource stock before profit can be made from resource extraction. The agent (e.g., the mining firm) to whom resource extraction is assigned possesses private information concerning its exploration and extraction cost. The cost functions contain a cost parameter for each period that is known to the firm but not to the owner of the stock. The principal (e.g., the government) generally cannot exploit the resource on its own, which means that it must seek help from the private sector. Specialized firms will then exploit the resource for the government in exchange for a royalty payment. The agent may thus take advantage of the situation by exaggerating its cost in order to pay a lower royalty. The case where information is perfect serves as a benchmark or first-best solution. We assume that the resource is necessarily exhausted in the symmetrical case. We also assume that the government can only commit to the current period's royalty contract. We find that asymmetrical information does not necessarily induce a reduction in the firm's exploration effort : in certain cases, asymmetrical information could induce an increase in the firm's exploration effort in comparison with the symmetrical case. We also find that all firm types, even the lowest-cost one, are affected by the informational problem. In certain cases, asymmetrical information will require certain firms not to exhaust their resource stock. Furthermore, we show that the government's commitment to future royalties will reduce the firm's exploratory effort.

KEYWORDS : Nonrenewable resources, asymmetrical information, incentive mechanisms, regulation.

INTRODUCTION

Ce mémoire de maîtrise traite de la gestion efficace des ressources naturelles non renouvelables dans un problème d'agence avec antisélection. Le principal (le propriétaire de la ressource) – souvent le gouvernement – qui détient les droits à un stock de ressources, du minerai par exemple, déléguera l'exploitation de la ressource à une firme spécialisée en échange d'une redevance préétablie. Ainsi, les agents – les firmes – exploitent la ressource pour le gouvernement et en échange, elles doivent lui payer une redevance. Cette redevance doit permettre aux firmes de couvrir leur coût. Dans notre cas, l'information est asymétrique concernant les coûts des firmes. La fonction de coûts des firmes contient, à chaque période de notre analyse, un paramètre connu des firmes, mais pas du propriétaire de la ressource. Comme le coût encouru n'est pas observé par le principal, les firmes ont intérêt à le surévaluer dans leurs déclarations au principal de façon à payer une redevance plus faible.

Dans ces circonstances, le gouvernement veut utiliser avec les firmes un contrat lui permettant de perdre le moins d'argent possible par rapport à la situation symétrique, dite de pleine information. En pleine information, le gouvernement extrait toute la rente résultant de la relation contractuelle et la firme fonctionne à profit nul, c'est-à-dire en couvrant tout juste ses coûts. En présence d'asymétrie d'information, le principe de révélation indique que le meilleur contrat que puisse concevoir le principal ne fera pas mieux qu'un mécanisme qui inciterait la firme à révéler son vrai coût. En conséquence, on peut en pareille circonstance limiter la recherche du contrat optimal pour le principal à la recherche d'un mécanisme révélateur. Une façon de le faire est, pour le principal, de proposer à la firme un menu de contrats. Chaque contrat du menu devra être tel qu'en choisissant un contrat, la firme aura intérêt à également révéler la vérité sur le coût qu'elle subit pour effectuer le travail prévu au contrat. Il a en outre été montré que, pour ce faire, le principal doit abandonner une certaine rente à l'agent. On montre aussi que cette rente peut être réduite si le contrat introduit une certaine inefficacité dans l'activité de la firme. Le contrat optimal se caractérise donc en général par l'octroi d'une rente à la firme et une certaine inefficacité par rapport à l'activité qui serait Pareto optimale en pleine information.

Dans un problème statique, il a été montré que l'inefficacité dans l'activité de la firme amenée par le contrat optimal du gouvernement se caractérise souvent par une réduction de l'output de la firme. Cette réduction ou inefficacité, qui varie en fonction des différents contrats du menu offert par le gouvernement, affecte généralement tous les types de firmes excepté le plus efficace dans l'activité prévue au contrat. Dans un contexte d'extraction d'une ressource naturelle non renouvelable, la situation est moins simple (voir Gaudet *et al.* 1995) puisque le problème d'agence est de plus contraint par la dynamique liée au stock de ressources naturelles non renouvelables. Les décisions prises aujourd'hui affectent donc directement le problème d'agence des périodes futures, car la valeur future de la variable d'état (le stock de réserves) dépend du contrat que la firme choisit aujourd'hui.

Ce problème n'a toutefois pas été complètement traité. En effet, on peut considérer le cas où la relation contractuelle du problème d'agence demande aux firmes de mettre au jour un stock de réserves avant de pouvoir commencer l'extraction de la ressource de ce stock mis au jour. Les firmes devraient alors premièrement mettre au jour un stock de ressources, à un certain coût qui n'est pas connu du principal, et deuxièmement extraire partiellement ou entièrement ce stock de ressource à un certain coût qui n'est encore une fois pas connu du principal. C'est alors que le contrat optimal du gouvernement introduit non seulement une inefficacité dans l'activité d'extraction de la firme, mais également dans son activité d'exploration. Il s'ensuit alors que toute la dynamique liée à la contrainte du stock de ressources naturelles non renouvelables est modifiée par rapport à la situation de pleine information, car le stock de réserves découvert par une firme est affecté par une certaine inefficacité introduite par le contrat optimal du gouvernement.

La principale nouveauté de ce mémoire est donc que nous étudions le cas où les firmes doivent, avant de pouvoir tirer profit de l'extraction de la ressource, déployer des efforts d'exploration afin de mettre au jour un stock de réserves. Quand l'information est asymétrique, les firmes possèdent de l'information privée sur leurs dépenses d'exploration et sur leur coût d'extraction. Nous considérons que la quantité de stock mis au jour dans la période d'exploration est exacte, et donc que les connaissances sur la grosseur exacte du stock ne s'affinent pas avec le temps. Cette relation est dynamique dans la mesure où elle couvre une période d'exploration et une période d'extraction. Bien que le principal pourra soutirer une rente de l'extraction de la ressource après la mise au jour du stock de réserves, il devra dans certains cas, afin d'assurer la participation des firmes, offrir une subvention pour l'activité d'exploration aux firmes dont le profit total espéré actualisé n'est pas suffisamment élevé pour combler les dépenses d'exploration d'aujourd'hui.

Afin de pouvoir observer l'effet de l'asymétrie d'information, on doit établir un point de référence, qui sera la solution de premier rang, avec lequel on peut comparer les résultats obtenus s'il y a asymétrie d'information concernant les coûts des firmes. Ce point de référence est la situation de pleine information, c'est-à-dire le cas où le principal et les agents partagent la même information concernant les structures de coûts. Dans un tel cas, l'activité d'exploration et d'extraction des firmes est Pareto optimale. Cela nous permet d'établir comment l'asymétrie d'information affecte l'activité d'exploration des firmes qui doivent déployer des efforts d'exploration afin de mettre au jour un stock de réserves.

De plus, le problème classique d'extraction d'une ressource naturelle non renouvelable se complique du fait que le stock de ressources y est endogène, ce qui fait que nous voulons déterminer comment l'asymétrie d'information influence la quantité extraite, par rapport au problème d'agence où le stock de réserves est exogène. Nous voulons également trouver comment les redevances de l'État et le profit des firmes exploitantes seront modifiés par notre problème d'information. Finalement, nous voulons savoir comment la possibilité pour le gouvernement de s'engager sur plusieurs périodes influence l'activité d'exploration des firmes et par la suite, la quantité de réserves découvertes et mises en valeur.

Ce mémoire se situe dans la littérature des incitatifs et de la régulation dans un contexte de ressources naturelles non renouvelables. Nous commençons par discuter de différents articles importants qui concernent le problème d'agence avec antisélection. Par la suite, nous présentons le papier de Gaudet, Lasserre et Long (1995) qui traite d'un problème d'agence dynamique avec antisélection où l'activité des firmes concerne l'extraction d'une ressource naturelle non renouvelable. Nous présentons ensuite les concepts que nous négligeons, par hypothèse, de la littérature qui touche le problème d'agence et les ressources naturelles. Finalement, nous mettons en évidence les contributions que ce mémoire amène à la littérature.

Dans le second chapitre, nous présentons tout d'abord plus en détail chacune des périodes, soit la période d'exploration et la période d'extraction. Nous montrons plus formellement comment les firmes diffèrent les unes des autres au cours de ces périodes. De plus, nous expliquons comment le gouvernement doit agir de façon différente lors de ces périodes. Par la suite, nous décrivons le modèle qui est utilisé dans le cadre de ce travail. Nous présentons premièrement les fonctions de coût utilisés et nous expliquons en quoi les coûts reliés à l'activité d'exploration diffèrent de ceux reliés à l'activité d'extraction. De plus, nous présentons les fonctions de bien-être social sur lesquelles se base le menu de contrats offert par le principal à l'agent.

Dans le troisième chapitre, nous faisons la résolution d'un modèle à deux périodes, soit une période d'exploration puis une période d'extraction. Dans ce modèle, une absence de corrélation temporelle des structures de coûts semble être une hypothèse plus naturelle étant donné la nature différente des dépenses intervenant dans chacune des deux périodes : exploration en première période ; extraction en deuxième période. Nous trouvons premièrement la solution de premier rang en résolvant le cas symétrique pour la période d'extraction et ensuite la période d'exploration. Ensuite, nous analysons les situations d'information asymétrique et caractérisons la redevance optimale. En outre, nous vérifions comment l'engagement du gouvernement à un régime de redevance sur plusieurs périodes influence l'activité d'exploration des firmes et éventuellement la quantité de réserves mise au jour.

Nous terminons avec une courte discussion de l'apport de ce mémoire à la littérature en y présentant les principaux résultats dans la conclusion. Finalement, nous abordons brièvement quelques variantes qui pourraient rendre notre analyse plus intéressante dans des recherches futures.

CHAPITRE I

REVUE DE LITTÉRATURE

Cette revue de littérature nous permet de présenter les idées que nous utilisons aux fins de ce travail. Nous discutons premièrement des principaux concepts qui sont utilisés dans la résolution de notre problème. Par la suite, nous montrons différentes idées amenées par différents papiers qui vont nous servir pour faire les hypothèses nécessaires afin de s'attarder spécifiquement au problème que nous voulons étudier. Finalement, nous précisons de quelles façons ce mémoire se distingue de la littérature déjà existante.

1.1 Concepts du mémoire

Cette section présente trois articles importants qui mènent à notre sujet. Le premier article, celui de Baron et Myerson (1982), explique la base de la méthode que nous utilisons pour résoudre notre problème. L'article de Baron et Besanko (1984) fait suite au précédent, en y ajoutant un aspect dynamique. Le papier de Gaudet *et al.* (1995) se rapproche le plus de la méthode que nous utilisons pour résoudre notre problème ; les auteurs traitent d'un problème d'agence où l'activité de la firme consiste en l'extraction d'une ressource naturelle non renouvelable.

1.1.1 Baron et Myerson (1982) ; Baron et Besanko (1984)

L'article *Regulating a Monopolist with Unknown Costs* de Baron et Myerson (1982) traite du problème entre le principal et un monopole dans un modèle statique. C'est un problème d'antisélection et le principal, qui désire maximiser le surplus social, ignore les coûts du monopole.

Essentiellement, dans le cas symétrique, c'est-à-dire si le principal et l'agent partagent la même information concernant les coûts de la firme, le gouvernement doit rembourser l'entièreté des coûts de la firme afin d'aller récupérer la rente du monopole. Ainsi, le gouvernement s'approprie l'entièreté de la rente et laisse le monopole avec un profit nul.

Baron et Myerson (1982) précisent que si le monopole détient de l'information privée sur ses coûts, le contrat offert au monopole par le régulateur doit se faire en fonction d'un rapport de coût que la firme transmet au gouvernement. C'est alors que la firme a intérêt à exagérer ses coûts, sachant que le gouvernement viendra rembourser ce qu'elle aura déclaré. On voit donc apparaître le problème que l'information transmise au gouvernment n'est pas nécessairement véridique. Afin de combattre ce problème, il est dans l'avantage du gouvernement de créer des inefficacités dans le niveau d'output de la firme. L'inefficacité, ou distorsion, qui réduit la production de l'agent, diminue l'incitatif de la firme à exagérer ses coûts. Cette réduction vient en conséquence diminuer la rente perçue par le gouvernement par rapport au cas symétrique. Le principal doit trouver un équilibre entre l'inefficacité qu'il crée et la rente qu'il perçoit.

Pour ce faire, le régulateur doit s'assurer que ce rapport de coût révèle les vrais coûts de la firme. Il doit s'assurer que le profit attendu des firmes soit maximisé lorsque le monopole décide de révéler ses vrais coûts au gouvernement. Par conséquent, si la firme décidait de transmettre toute autre information au principal, information qui serait alors fausse, son profit serait inférieur. Cette contrainte est appelée la contrainte incitative. Elle provient du principe de révélation, principe qui dit que dans sa recherche d'un contrat optimal, le gouvernement peut se restreindre à offrir des politiques de régulation qui ne donnent aucun incitatif au monopole de mentir sur ses coûts. Ainsi, le principal s'assure, à un certain coût, de partager la même information que l'agent. Cette situation amène une perte de bien-être social par rapport à la situation de premier rang.

Dans leur papier intitulé *Regulation and Information in a continuing relationship*, Baron et Besanko (1984) modifient le problème en y ajoutant un aspect dynamique : l'analyse se fait maintenant sur plusieurs périodes. Les auteurs précisent que cet ajout provient du fait que le régulateur pourrait utiliser l'information qu'il obtient aujourd'hui pour modifier ces politiques futures. Effectivement, en considérant la possibilité de corrélation temporelle des coûts de la firme, les connaissances du principal peuvent s'affiner avec le temps.

Dans le cadre de ce mémoire, nous considérerons cependant un modèle à deux périodes (exploration puis extraction) où les coûts sont temporellement indépendants. En plus de simplifier la résolution du problème, cela semble bien représenter la réalité étant donné la différente nature des deux structures de coûts entre les deux périodes, soit les coûts d'exploration et les coûts d'extraction.

1.1.2 Gaudet, Lasserre et Long (1995)

L'article *Optimal Resource Royalties with Unknown and Temporally Independent Extraction Cost Structures* de Gaudet, Lasserre et Long (1995) est la littérature qui se rapproche le plus du sujet traité dans le cadre de ce mémoire. Les auteurs se sont intéressé plus spécifiquement au problème de régulation des firmes qui possèdent de l'information privée sur leur structure de coûts dans un contexte d'extraction de ressources naturelles non renouvelables.

Gaudet *et al.* (1995) précisent que l'analyse d'un problème d'exploitation de ressources naturelles ne peut pas se faire dans un cadre statique, mais plutôt dans un cadre dynamique. Ils soulignent deux raisons principales, soit premièrement parce que la valeur future de la variable d'état (le stock de ressources) dépend directement des décisions prises aujourd'hui et que deuxièmement, tout comme avaient souligné Baron et Besanko (1984), il y a une possibilité de corrélation temporelle du paramètre de coût.

Afin d'éviter les complications créées par la corrélation temporelle du paramètre de coût (voir Baron et Besanko 1984 ; ou Baron 1989), et afin de s'attarder plus spécifiquement aux effets d'une relation continue entre le principal et l'agent, nous faisons l'hypothèse que les paramètres de coût sont temporellement indépendants. Bien que cette hypothèse limite l'applicabilité de notre analyse (Gaudet *et al.* 1995), elle simplifie l'analyse et permet de s'attarder plus spécifiquement aux effets qualitatifs de l'antisélection sur la dynamique d'un stock de réserves endogènes non renouvelables. Nous discutons davantage de la corrélation temporelle dans la section 1.2.4.

Gaudet *et al.* (1995) commencent par résoudre le problème où l'information est identique pour le principal et l'agent. Ce cas où l'information est parfaite (symétrique) permet de déterminer une solution de premier rang qui servira ensuite de comparatif avec les résultats obtenus pour le cas asymétrique. En pleine information, le principal va imposer une redevance en fonction des coûts de la firme ; les redevances maximisent le surplus social. Ce paiement de l'agent au principal ira récupérer l'entièreté de la rente d'extraction, ce qui fait que toute redevance supérieure pousserait la firme à se retirer du marché. Par conséquent, en pleine information, la firme fonctionne à profit nul, c'est-à-dire en couvrant tout juste ses coûts.

En analysant ensuite le cas où l'information est asymétrique, les auteurs trouvent que le régime de redevances optimales requiert que les firmes les plus efficaces extraient une plus grande quantité de ressource que les firmes moins efficaces. De plus, les firmes efficaces ne doivent pas recevoir un surplus inférieur à celui des firmes moins efficaces. Qui plus est, ce régime de redevances induit, par rapport au cas où l'information est symétrique, que plus de firmes doivent ne rien extraire en première période et laisser une partie de leur stock inexploité après deux périodes.

Les auteurs précisent comment l'asymétrie d'information des coûts d'extraction influence la règle d'Hotelling (Hotelling 1931). Dans sa forme classique, un taux d'actualisation positif et inférieur à l'unité va, *ceteris paribus*, favoriser l'extraction présente. Gaudet *et al.* (1995) trouvent que cet effet, dû à la présence d'un taux d'actualisation positif et inférieur à l'unité, est moins important en présence d'asymétrie d'information. Cet effet est présent pour toutes les firmes, ce qui fait que la règle d'Hotelling est modifiée pour toutes les firmes, excepté la plus efficace. Cependant, dans un tel contexte, la rente est modifiée si bien que même la firme la plus efficace peut voir sa production modifiée. Dans un tel cas, le contrat optimal du gouvernement lui demandera d'extraire plus.

Les auteurs supposent que le gouvernement ne peut pas s'engager sur plusieurs périodes. Par conséquent, il doit émettre un menu de contrats à chaque période qui sera fonction de ce que la firme aura révélé. Cette hypothèse implique donc que la résolution doit se faire à rebours puisque le régime de redevances optimales est fonction du stock de ressources restant au début de la période.

Plus loin dans l'analyse, les auteurs relâchent l'hypothèse que le gouvernement peut s'engager sur une seule période. Sans possibilité de s'engager sur plus d'une période, le principal fait face au problème d'asymétrie d'information à chaque période, puisque les agents apprennent au début de chaque période leur paramètre de coût faisant objet d'asymétrie d'information. L'engagement du gouvernement sur plusieurs périodes élimine alors la possibilité pour les firmes de tirer profit de l'information privée qu'elles détiendront au début de chaque période future. Effectivement, l'information connue concernant la structure de coût des périodes subséquentes est la même pour le principal et l'agent. Par conséquent, le seul problème d'antisélection auquel fait face le gouvernement est lors de la première période. Chose certaine, le propriétaire de la ressource ne peut pas être dans une situation moins bonne s'il est possible pour lui de s'engager sur plusieurs périodes. La raison pour cela est que s'il peut s'engager, il pourrait toujours se commettre au régime où l'engagement était impossible.

Dans un premier temps, les auteurs restreignent l'analyse en prenant un modèle à deux périodes et en supposant que la ressource perd toute valeur après ces deux périodes. Ils vont cependant relâcher cette hypothèse afin d'étudier l'effet de l'asymétrie d'information sur la durée de l'exploitation de la ressource.

En étudiant les conséquences de l'asymétrie d'information sur la période d'épuisement optimal de la ressource, les auteurs trouvent que son effet est ambigu. Effectivement, Gaudet *et al.* (1995) démontrent que l'asymétrie d'information concernant la structure de coût des firmes peut soit augmenter ou diminuer la durée de l'exploitation de la ressource. Ils expliquent que le mécanisme d'incitation optimal réduit ou augmente la production courante quand la somme du coût marginal courant de compatibilité incitative (la distorsion liée à la contrainte incitative) et du changement de coût d'opportunité intertemporelle (le coût de changer à la marge la production d'une période future à aujourd'hui) est positive ou négative, respectivement.

1.2 Concepts négligés

La riche littérature qui entoure notre sujet amène diverses idées et sources possibles d'asymétrie d'information. Afin de se concentrer plus spécifiquement sur le problème que nous voulons étudier, il faut écarter certaines idées amenées par différents auteurs. Voici donc diverses hypothèses que nous faisons concernant différentes idées amenées par des auteurs qui se sont intéressés à des problèmes semblables à celui que nous étudions dans le cadre de ce mémoire. Nous séparons cette section en fonction des différentes sources possibles d'asymétrie d'information. Pour terminer, nous discutons des effets possibles de la corrélation temporelle.

1.2.1 Les coûts

Dans le papier de Laffont et Tirole (1986) qui s'intitule *Using Cost Observation to Regulate Firms*, les auteurs proposent que les firmes puissent ajuster leur effort afin de modifier leur coût marginal. Cette variable d'effort est alors inobservable pour le gouvernement. Afin de s'attarder plus spécifiquement au problème d'antisélection que nous étudions, nous supposons que les firmes ne peuvent pas ajuster leur effort afin de modifier leur coût marginal. Dans le même ordre d'idées, nous supposons que les firmes ne peuvent pas investir afin d'augmenter leur efficience, idée qui avait été amenée par Baron et Besanko (1984). De plus, nous supposons que les firmes connaissent parfaitement leurs coûts et donc qu'elles ne font pas d'erreurs de prévision (Laffont et Tirole 1986).

L'article d'Osmunden (1995), qui s'intitule *Taxation of petroleum companies possesing private information* applique le problème présenté par Gaudet *et al.* (1995) dans le contexte du secteur pétrolier. Dans le cadre de ce mémoire, nous supposons une fonction de coût quadratique et une situation de pleine information où le stock de réserves est nécessairement épuisé. Par conséquent, nous négligeons l'apport de Osmundsen (1995) concernant l'introduction d'une fonction de coût générale et d'une contrainte physique asymptotique de la ressource.

Nous supposons également qu'il n'y a aucun facteur exogène de progrès technologique qui pourrait, avec le temps, venir modifier le coût marginal des firmes (Gaudet 2007). Finalement, bien que la détérioration de la ressource peut venir modifier les coûts d'une firme, tel que proposé dans Gaudet (2007), nous supposons qu'il n'y a pas d'effet ricardien de détérioration de la ressource, de sorte que la ressource extraite d'un même stock est de la même qualité.

1.2.2 Le stock de réserves

Le stock de réserves sert de variable de contrôle lors de la période d'exploration, ce qui fait que nous supposons que la quantité effectivement découverte par la firme est la même que celle prescrite par le contrat optimal du principal. Contrairement à ce qu'Osmundsen (1998) avait proposé dans son article *Dynamic Taxation of Non-Renewable Natural Resources under Asymetric Information about Reserves*, nous supposons qu'il n'y a aucune asymétrie d'information concernant la taille du stock. Dans le présent contexte, cette hypothèse semble plutôt réaliste puisque le contrat optimal du gouvernement lors de la période d'exploration dicte aux firmes un niveau de stock optimal à découvrir et que c'est sur le coût de mettre à ces réserves que porte l'asymétrie d'information.

Laffont et Salanié (2006) dans leur papier *Incentives and the Search for Unknown Resources such as Water* se sont intéressés plus particulièrement au problème du principal-agent où la firme doit découvrir un stock de ressources avant de pouvoir l'exploiter. Dans leur problème, la firme possède de l'information privée sur son stock de ressources, ce qui n'est pas le cas dans le présent mémoire. Elle peut donc décider de cacher une partie de son stock de ressources au principal, ou encore de le vendre ailleurs si possible. Par conséquent, puisque nous supposons qu'il n'y a aucune asymétrie d'information concernant le stock de réserves, une firme ne peut pas cacher au principal une partie de son stock et donc elle ne peut pas non plus en vendre une partie ailleurs, comme avaient proposé Laffont et Salanié (2006).

Qui plus est, nous faisons l'hypothèse que si la firme décide de se retirer de l'entente, elle ne peut pas par la suite exploiter à ses fins une partie du stock restant. Finalement, étant donné qu'il n'y a aucune asymétrie d'information concernant la taille du stock, il n'y a aucun besoin d'investissement de la part des firmes afin d'affiner leurs connaissances sur la grosseur exacte de la mine (Laffont et Salanié 2006).

1.2.3 Les contrats

L'article *Petroleum Contracts : What Does Contract Theory Tell Us ?* de Aghion et Quesada (2009) nous amène divers problèmes potentiels reliés aux contrats dans le secteur pétrolier et des ressources naturelles non renouvelables.

Une hypothèse primordiale de notre problème est que le gouvernement est, par manque d'expertise ou toute autre raison, incapable d'extraire la ressource par lui-même. Effectivement, sans cette hypothèse, l'analyse de ce problème n'aurait pas lieu d'être puisqu'il n'y aurait pas de relation du principal-agent. Cette hypothèse élimine donc le risque d'expropriation des firmes. Les firmes ne font plus face au problème de « vol à main armée » (Aghion et Quesada 2009). Ce problème dit qu'une firme qui fait face au risque d'expropriation peut être poussée à extraire la ressource à un niveau suroptimal au début de l'exploitation.

De plus, nous supposons dans le cas symétrique qu'il est rentable pour chaque entreprise d'exploiter l'entièreté du stock de réserves. Cette hypothèse assure, dans le cas où l'information est parfaite, que la ressource est nécessairement épuisée.

1.2.4 Corrélation temporelle

Tout comme Baron et Besanko (1984) l'ont souligné, la présence d'une corrélation temporelle dans les informations privées détenues par l'agent permettrait au gouvernement d'utiliser l'information qu'il obtient aujourd'hui pour modifier ses politiques futures. Effectivement, l'information que la firme révèle sur sa structure de coût à la période actuelle pourrait donner davantage d'informations sur la structure de coût de cette même firme dans les périodes à venir. Cela implique donc que l'information du gouvernement sur la structure de coût des firmes pourrait s'affiner avec le temps. Bien que dans le cadre de ce mémoire nous considérons le cas où les paramètres de coûts sont temporellement indépendants, nous nous attarderons tout de même plus en détail sur les effets possibles que la corrélation temporelle pourrait avoir sur notre modèle.

Tout d'abord, nous avons un des cas extrêmes, soit la possibilité où la corrélation temporelle serait parfaite, c'est-à-dire que les coûts d'une firme ne changent pas entre les périodes. Cela impliquerait que l'information obtenue aujourd'hui par le contrat optimal du gouvernement indiquerait exactement le coût qu'une firme subira lors de la période future. Ainsi, si nous avons corrélation temporelle parfaite, le problème d'incitation du gouvernement a lieu seulement lors de la première période. Par conséquent, la corrélation temporelle parfaite éliminerait le problème d'asymétrie d'information de la période future puisque le gouvernement connaîtrait alors parfaitement la structure de coût des firmes.

Ensuite, nous avons l'autre cas extrême, soit où il y a absence de corrélation temporelle (les paramètres de coûts ne sont pas temporellement corrélés). Dans ce cas-ci, les paramètres de coûts sont temporellement indépendants ; il n'y aucun lien entre les dépenses encourues aujourd'hui et celles de demain. La firme « découvre » son type au début de chaque période.

Le cas le plus réaliste est celui où il y a corrélation temporelle partielle entre les structures de coûts. Cette situation se situe donc entre les deux extrémités que nous venons de décrire précédemment. Dans ce cas-ci, Baron et Besanko (1984) proposent que la structure de coût actuel dépende tout d'abord du paramètre faisant objet d'asymétrie d'information de la période précédente, d'une réalisation (variable) aléatoire et de l'investissement de la firme. Cependant, plusieurs complications se créent dans la résolution du problème avec une structure de coût partiellement corrélée (voir Baron et Besanko 1984 ; ou Baron 1989)

C'est pourquoi dans le cadre de ce mémoire nous nous attarderons à l'un des cas extrêmes, soit où les paramètres de coûts sont temporellement indépendants. Bien que cette situation ne représente pas parfaitement la réalité, elle est sans doute plus réaliste qu'une structure de coût parfaitement corrélée étant donné la différente nature des coûts entre la période d'exploration et la période d'extraction.

1.3 L'apport du travail à la littérature

Suite à cette revue de littérature, nous mettons en évidence dans la présente section, la contribution de ce travail à la littérature qui touche notre sujet.

Le papier de Gaudet *et al.* (1995) traite d'un problème d'agence avec antisélection où l'activité de la firme concerne uniquement l'extraction d'une ressource naturelle non renouvelable. Les auteurs ont ainsi pu cibler l'inefficacité amenée, par rapport à la situation de pleine information, par le contrat optimal du gouvernement dans l'activité d'extraction des firmes exploitant la ressource pour lui. Le présent mémoire contribue à l'analyse de Gaudet *et al.* (1995) en y ajoutant l'activité d'exploration au problème d'agence qui contenait uniquement l'activité d'extraction. Dans un tel cas, le stock de réserves est endogène et l'inefficacité résultant de l'asymétrie d'information peut prendre la forme d'une distorsion dans la quantité de réserves mises au jour et exploitées. Notre modèle à deux périodes (exploration puis extraction) fournit des résultats où une hypothèse sur la corrélation temporelle des structures de coûts est plus naturelle. De plus, le stock de réserves endogène qui contraint la production de l'agent affecte la quantité extraite par la firme par rapport à la situation de pleine information.

Laffont et Tirole (1986) proposent dans leur analyse du problème d'agence que les firmes aient la possibilité d'ajuster leur effort afin de modifier leur coût marginal. Cette variable d'effort est endogène au modèle et elle est la source d'asymétrie d'information, car elle est inobservable par le principal. Baron et Besanko (1984) ont proposé que les firmes puissent investir afin d'augmenter leur efficience et modifier leurs coûts d'une façon inobservable pour le principal. Tout comme dans le papier de Lafont et Tirole (1986), la source d'asymétrie d'information est endogène au modèle. Dans ces cas où la variable faisant objet d'asymétrie d'information est endogène au modèle, nous avons un problème du principal-agent avec aléa moral.

Dans un contexte de ressources naturelles non renouvelables, si l'asymétrie d'information provient du fait que le principal ne peut pas observer directement le coût marginal d'une firme, comme dans les papiers de Laffont et Tirole (1986) et Baron et Besanko (1984), alors il peut être également intéressant de s'attarder à des aspects qui sont hors du contrôle des firmes (exogènes au modèle), par exemple la qualité exogène du minerai extrait par une firme (Gaudet *et al.* 1995). Le coût marginal différerait alors en raison des différents coûts encourus par les firmes lors du processus de transformation du minerai. Dans un tel cas, où la source de l'asymétrie d'information est exogène au modèle, nous avons un problème du principal-agent avec antisélection.

Dans un contexte d'exploration et d'extraction de ressources naturelles, l'asymétrie d'information peut découler de nombreux aspects qui sont incontrôlables par le principal ou les agents. Dans le contexte de ce mémoire, nous nous attardons au problème d'agence avec antisélection : nous étudions un cas où la source de l'asymétrie d'information provient d'une caractéristique qui est exogène au modèle. Plus spécifiquement, concernant l'activité d'exploration d'une firme, la source de l'asymétrie d'information pourrait provenir par exemple de la profondeur de la mine : plus la mine est profonde, plus l'unité marginale de stock mis au jour coûte cher. La profondeur de la mine mise au jour est donnée de façon exogène au modèle ; la firme ne décide pas à quelle profondeur elle va découvrir un stock de réserves.

Osmundsen (1998) et Laffont et Salanié (2006) se sont intéressés au cas où la firme possède de l'information privée sur son stock de réserves. Il est toutefois important de faire la distinction entre ce qui est proposé dans le présent mémoire et dans ces deux articles. Le papier d'Osmundsen (1998) traite du problème d'extraction de la ressource si l'agent possède de l'information privée sur son stock de ressources initial. Il considère donc un problème d'extraction dynamique du principal-agent avec antisélection où le stock de réserves est exogène au modèle. Puisque le stock de ressources initial est le même d'une période à l'autre, Osmundsen (1998) considère un problème statique d'un point de vue informationnel bien que l'extraction est dynamique dans son problème. En résumé, Osmundsen (1998) amène un cas où la source (exogène) de l'asymétrie d'information provient du stock de réserves initial donné de façon exogène au modèle et où le problème d'information est statique.

Laffont et Salanié (2006) discutent d'un problème où la relation contractuelle entre le principal et l'agent demande aux firmes de découvrir un stock de réserves. Les auteurs ne prennent pas en considération l'extraction de la ressource afin de se concentrer sur l'activité d'exploration des firmes ; ils considèrent un problème statique. Le stock de réserves est endogène à leur modèle et comme Osmundsen (1998), la source de l'asymétrie d'information provient de la taille du stock de réserves plutôt que des coûts subis par la firme pour effectuer le travail d'exploration. Cependant, contrairement à Osmundsen (1998), la source d'asymétrie d'information est endogène au modèle puisque dans le cas qu'étudient Laffont et Salanié (2006) le stock de réserves est endogène. En conséquence, les auteurs traitent ici d'un problème d'agence avec aléa moral.

Essentiellement, notre travail se concentre sur les activités d'exploration et d'extraction d'une firme dans un problème du principal-agent avec antisélection où l'asymétrie d'information provient des coûts encourus par les firmes lors de ces activités. Le stock de réserves est endogène au modèle ; il est déterminé par le contrat optimal du gouvernement. Le coût subi par la firme pour effectuer le travail d'exploration prévu au contrat est la source de l'asymétrie d'information. Dans l'activité d'exploration, cette source d'asymétrie d'information, que nous avons définie comme étant la profondeur d'une mine, est exogène au modèle. Nous amenons donc l'analyse d'un problème d'agence avec antisélection, où la source de l'asymétrie d'information est exogène au modèle et où le stock de réserves, qui diffère d'un type de firme à l'autre, est endogène au modèle.

CHAPITRE II

LE MODÈLE

À la lueur de cette littérature, ce chapitre servira à présenter plus en détail la façon dont nous procédons pour analyser notre problème. Nous discutons plus spécifiquement de chacune des périodes de notre modèle. Ensuite, nous définissons formellement le modèle et la notation.

Notre problème comporte deux périodes : exploration puis extraction). Les réserves y sont recherchées et découvertes en première période et sont endogènes; elles sont extraites durant la période suivante par la firme qui les a mises au jour. Le coût marginal d'exploration de cette firme lui est révélé au début de la première période, mais n'est pas révélé au principal. C'est la dimension « exploration » du type de la firme. Par la suite, le coût marginal d'extraction sera appris par cette même firme au début de la deuxième période (période d'extraction) et non par le principal. C'est la deuxième dimension du type de la firme, la dimension « extraction ». Le problème pourrait être formulé pour un nombre arbitraire de périodes, mais sans que cela ajoute à la compréhension du problème traité.

2.1 Le déroulement du problème

Cette section sert à bien comprendre la structure de notre problème. Elle consiste donc à détailler le problème d'exploration de la première période et le problème d'extraction de la seconde période.

2.1.1 Période d'exploration

La première période est définie comme étant la période d'exploration. Les firmes diffèrent seulement par leurs paramètres de coût θ_1. Ce paramètre affecte donc la fonction de coût d'exploration $C_1(x, \theta_1)$ et par conséquent, les coûts marginaux associés à cette dernière ; x est la quantité de stock mis au jour par une firme. Le paramètre de coût θ_1 est distribué selon la fonction de répartition $G(\theta_1)$, défini sur l'ensemble $[\theta_1^L, \theta_1^H]$. À cette fonction de répartition est associée la fonction de densité $g(\theta_1)$, différentiable sur $[\theta_1^L, \theta_1^H]$. Cette information concernant la répartition et la densité de θ_1 est connue de part et d'autre.

Le régulateur, c'est-à-dire le gouvernement, devra au début de la période d'exploration se commettre à un régime $\{R_1(\theta_1), x(\theta_1)\}$, soit une combinaison de redevance (ou subvention) et de stock mis au jour pour chaque type de firme possible. La firme va choisir une combinaison de façon à maximiser ses profits compte tenu de sa valeur de θ_1, valeur qui constitue son information privée. Étant donné le contrat offert par le gouvernement, la firme va découvrir un stock de ressources x qui est propre à son type, c'est-à-dire qui correspond au θ_1 qu'elle aura révélé. Tel que présenté entre autres dans les articles de Baron et Myerson (1982) et de Gaudet *et al.* (1995), en vertu du principe de révélation, le gouvernement doit choisir un régime $\{R_1(\theta_1), x(\theta_1)\}$ de façon à minimiser l'avantage informationnel qu'il concède à son agent et peut donc s'en tenir à offrir un contrat aux firmes pour lequel elles ne seront pas incitées à mentir sur leurs coûts.

2.1.2 Période d'extraction

La période subséquente à la phase exploratoire est la période d'extraction de la ressource. À ce moment-ci, les firmes diffèrent premièrement par leur coût d'extraction $C_2(q, \theta_2)$, étant donné la différence des θ_2, où q représente la quantité extraite par une firme. Le paramètre de coût θ_2 est associé à la fonction de répartition $F(\theta_2)$, définie sur l'ensemble $[\theta_2^L, \theta_2^H]$. Cette fonction de répartition est associée à la fonction de densité $f(\theta_2)$, différentiable sur $[\theta_2^L, \theta_2^H]$. Cette information est commune aux deux parties.

Deuxièmement, les firmes diffèrent par la quantité de stock $x(\theta_1)$ qu'elles ont découverte en première période. Le stock de ressources $x(\theta_1)$ viendra donc influencer, ou contraindre, la quantité $q(\theta_2, x)$ de ressource qu'elles pourront effectivement extraire en deuxième période.

Le gouvernement s'engagera donc à un nouveau contrat $\{R_2(\theta_2, x), q(\theta_2, x)\}$ pour la deuxième période. Une firme choisit une combinaison de redevance $R_2(\theta_2, x)$, qu'elle devra payer au gouvernement, et une quantité à extraire $q(\theta_2, x)$, de façon à maximiser ses profits compte tenu de sa valeur de θ_2 qui constitue son information privée. Par le principe de révélation, le gouvernement devra offrir un contrat aux firmes tel qu'elles ne seront pas incitées à mentir sur leurs coûts. En seconde période, les dépenses de la première d'exploration seront considérées comme coût irrécupérable. Cela implique donc que l'objectif du principal de seconde période sera de maximiser sa rente (redevance) et une proportion du profit des firmes.

2.2 La notation

Dans cette section, nous présentons la notation utilisée pour la résolution de notre modèle. Tout d'abord, nous commençons par présenter les fonctions de coût d'exploration et d'extraction des firmes. Par la suite, nous présentons les objectifs du principal et de l'agent. Les fonctions modélisées dans la présente section sont grandement inspirées des idées de Gaudet, Lasserre et Long (1995).

2.2.1 Les fonctions de coût de la firme

Les coûts d'exploration de la firme lors de la première période seront donnés par une fonction $C_1(x, \theta_1)$, où x est la quantité de stock découverte par la firme en première période et θ_1 le paramètre de coût faisant objet d'asymétrie d'information. Ici, le paramètre θ_1 pourrait être interprété comme étant un paramètre exogène indiquant la profondeur de la mine à découvrir. La firme connaît avec certitude son paramètre de coût θ_1, alors que le gouvernement connaît seulement la fonction de répartition $G(\theta_1)$ et de densité $g(\theta_1)$.

Similairement à la période d'exploration, lors de la seconde période, les coûts d'extraction seront donnés par une fonction $C_2(q, \theta_2)$, où q est la quantité extraite du stock de ressources x découvert en première période et θ_2 le paramètre de coût faisant objet d'asymétrie d'information. Dans ce contexte d'extraction de la ressource, le paramètre θ_2 pourrait être interprété comme étant un paramètre reflétant la qualité exogène de la mine (Gaudet *et al.* 1995). La firme connaît avec certitude le paramètre θ_2 alors que le gouvernement connaît seulement la fonction de répartition $F(\theta_2)$ et de densité $f(\theta_2)$.

Ceci étant dit, nous voyons bien que la nature des coûts entre les deux périodes est très différente. En première période, les coûts des firmes représentent des dépenses d'exploration et le paramètre θ_1 peut s'interpréter comme un indicateur de la profondeur de la mine découverte ; éventuellement aussi de la compétence ou de l'efficacité de la firme, qui sont hors du contrôle de celle-ci cependant. En seconde période, les coûts des firmes proviennent de l'extraction de la ressource et le paramètre θ_2 peut s'interpréter comme un indicateur de la qualité exogène du minerai. Par conséquent, il est normal que les paramètres θ_1 et θ_2 ne soient pas corrélés temporellement.

Nous supposons, tout comme Gaudet *et al.* (1995), que la ressource perd suffisamment de valeur après la deuxième période pour que l'extraction ne soit plus profitable. Cette hypothèse simplificatrice permet de restreindre l'analyse à seulement deux périodes.

Dans le cas présent, où la firme possède de l'information privée sur sa structure de coût d'exploration et d'extraction, le gouvernement peut seulement observer la quantité découverte x et la quantité extraite q. Il ne peut donc pas connaître avec certitude les coûts encourus par les firmes durant ces deux périodes. Le gouvernement doit par conséquent demander un rapport de coût aux firmes. Les firmes vont alors exagérer leurs coûts, si elles trouvent avantageux de le faire, dans l'intérêt de payer une moins grosse redevance au gouvernement (Gaudet *et al.* 1995).

La fonction de coût pour la première période est de la forme quadratique suivante :

$$C_1(x, \theta_1) = \theta_1 x + \frac{c}{2} x^2,$$

où le paramètre c est un paramètre strictement positif ($c > 0$) associé à la fonction de coût d'exploration. Ce paramètre est connu avec certitude du gouvernement et de la firme. Au contraire, le paramètre θ_1 n'est connu que de la firme, qui en prend connaissance au début de la première période.

Le coût marginal d'exploration est par conséquent :

$$MC_1(x, \theta_1) = \frac{\partial C_1(x, \theta_1)}{\partial x} = \theta_1 + cx.$$

La fonction de coût d'extraction pour la deuxième période est de la forme quadratique suivante :

$$C_2(q, \theta_2) = \theta_2 q + \frac{b}{2} q^2,$$

où b est un paramètre strictement positif ($b > 0$) associé à la fonction de coût d'extraction. Ce paramètre est connu du principal et des agents. Au contraire, le paramètre θ_2 n'est connu que de la firme, qui en prend connaissance au début de la période d'extraction.

Le coût marginal d'extraction associé à cette fonction de coût est donc :

$$MC_2(q, \theta_2) = \frac{\partial C_2(q, \theta_2)}{\partial q} = \theta_2 + bq.$$

2.2.2 Les objectifs du principal et de l'agent

Le gouvernement veut imposer un menu de contrats afin de récolter des redevances $R_t(\theta_t)$, où $t = 1, 2$. Ce régime de redevance doit maximiser la fonction de bien-être social et donc le surplus social, compte tenu de la contrainte d'information à laquelle est confronté le gouvernement ainsi que la contrainte physique de la ressource.

Cette fonction est donc une somme pondérée des revenus du gouvernement et des profits de la firme. Puisque le pays est preneur de prix, le prix est donné de façon exogène. En conséquence, les consommateurs n'obtiennent aucun bien-être supplémentaire de la production domestique (Gaudet *et al.* 1995). De plus, puisque le prix est donné de façon exogène, il est connu du gouvernement et des firmes. Finalement, seule une proportion α du profit des firmes est comptabilisée dans le surplus social. Le paramètre α, où $0 \leq \alpha < 1$, représente donc le fait qu'un dollar dans les coffres des contribuables vaut plus aux yeux du régulateur qu'un dollar dans les coffres d'une firme (Baron et Myerson 1982 ; Gaudet *et al.* 1995).

On peut donc écrire le surplus social pour la période d'exploration comme :

$$V = R_1 + E(R_2) + \alpha\Pi_1$$

où Π_1 est le surplus (profit) total espéré du producteur lors de la période d'exploration. Nous allons voir un peu plus bas comment ce profit s'établit et montrer qu'il peut s'écrire $\Pi_1 = -C_1(x,\theta_1) + \delta E(\Pi_2) - R_1(\theta_1)$ lorsque la firme réagit optimalement à l'offre de menu de contrats qui lui est faite par le principal. Puisque dans la situation de pleine information la firme fonctionne à profit nul, alors $\Pi_1 = 0$ et $E(\Pi_2) = 0$ pour le cas symétrique.

Le surplus social pour la période d'extraction, dans le modèle à deux périodes, est donné par :

$$W = R_2 + \alpha\Pi_2$$

où Π_2 est défini comme étant le surplus de seconde période du producteur. Nous allons montrer un peu plus bas comment ce profit s'établit et montrer qu'il peut s'écrire $\Pi_2 = pq - C_2(q,\theta_2) - R_2(\theta_2, x)$ lorsque la firme réagit de façon optimale au menu de contrats qui lui est offert par le principal. Dans la situation de pleine information, nous avons que $\Pi_2 = 0$ car la firme fonctionne en couvrant tout juste ses coûts (profit nul).

Les firmes révèlent leur paramètre de coût au principal en fonction des contrats $\{R_1(\theta_1), x(\theta_1)\}$ et $\{R_2(\theta_2, x), q(\theta_2, x)\}$ qui lui sont offerts. En fonction des menus de contrats du gouvernement, les firmes donnent leurs réponses optimales, qui sont dépendantes de la vraie valeur du paramètre de coût (Gaudet *et al.* 1995). Effectivement, le contrat que devra définir le principal pour ensuite le proposer à la firme doit différencier ce que la firme révèle, que nous définissons comme $\tilde{\theta}_t$, et le vrai paramètre de coût de la firme θ_t. En raison du principe de révélation, il est possible de s'attarder aux contrats où il sera avantageux pour la firme de révéler son vrai paramètre de coût, c'est-à-dire de s'attarder aux contrats où $\tilde{\theta}_t = \theta_t$. Nous allons détailler plus bas le mécanisme qui incitera les firmes à révéler un paramètre $\tilde{\theta}_t = \theta_t$. Ceci crée une contrainte incitative que le gouvernement doit s'assurer de respecter.

Le contrat offert par le gouvernement doit de plus assurer la participation des firmes. Effectivement, les firmes peuvent se retirer du marché au début de chaque période si elles trouvent profitable de le faire. Le principal doit s'assurer que la redevance demandée n'amène pas un surplus total négatif à la firme, de sorte qu'elle ne voudrait plus exploiter la ressource étant donné le contrat qui lui est offert. Par conséquent, le gouvernement fait face à une contrainte de participation des firmes à chaque période, c'est-à-dire $\Pi_1 \geq 0$ et $\Pi_2 \geq 0$.

En outre, le régime prescrit par le gouvernement doit respecter la contrainte physique d'une ressource naturelle non renouvelable. En conséquence, si x est le stock de réserves découvert et q la quantité extraite, nous avons $0 \leq q \leq x$.

Finalement, puisque nous supposons tout d'abord que le gouvernement ne peut pas s'engager à un régime de redevances sur plusieurs périodes, nous devons trouver une solution à boucle fermée au problème du gouvernement (Gaudet *et al.* 1995). Donc, nous allons devoir résoudre ce problème à rebours en commençant par la période d'extraction pour ensuite terminer avec le problème d'exploration.

CHAPITRE III

LA RÉSOLUTION

Ce chapitre concerne la résolution du problème décrit précédemment ; il s'agit du cœur de ce travail. Pour commencer, nous présentons le problème symétrique qui amène des solutions Pareto optimales. Ensuite, nous montrons comment l'asymétrie d'information influence nos résultats et nous caractérisons la redevance optimale du gouvernement. Pour terminer, nous étudions la possibilité pour le gouvernement de s'engager à un régime de redevances sur les deux périodes.

3.1 Le problème symétrique

Tout d'abord, nous commençons par résoudre le problème où l'information est symétrique concernant le paramètre de coût de la firme θ_t, où $t = 1, 2$. Afin d'établir des résultats, il faudra définir un point de référence avec lequel il sera possible de faire une comparaison. Le problème symétrique sert donc comme point de référence puisqu'il amène une solution de premier rang (Gaudet *et al.* 1995).

Pour ce faire, nous devons trouver la solution pour le cas où l'information est parfaite. Nous résolvons ce problème à rebours, en commençant par la période d'extraction et en prenant x comme donnée. Par la suite, il faudra considérer le problème d'exploration de la première période. De plus, puisque dans le cas symétrique le gouvernement va récupérer l'entièreté de la rente de la firme, la maximisation du profit de la firme en absence de redevances donnera les mêmes résultats que la maximisation du surplus social. Cette section présentera donc d'abord le problème de la firme en absence de redevances et ensuite, le problème du gouvernement, sous symétrie d'information.

3.1.1 Le problème d'extraction de la firme

L'objectif d'une firme en deuxième période est de maximiser ses profits Π_2 par choix de sa variable de contrôle q. Les dépenses d'exploration de la première période sont alors choses du passé ; afin d'optimiser son comportement aujourd'hui, une firme doit considérer ces dépenses comme des coûts irrécupérables. Son problème de seconde période est donc :

$$\begin{aligned} &\underset{q}{\text{Max}} \quad \Pi_2 = pq - \theta_2 q - \frac{b}{2}q^2 \\ &\text{s.c.} \quad\ q \leq x. \end{aligned} \tag{1}$$

Ce problème peut être réécrit sous forme de Lagrangien :

$$\mathcal{L} = pq - \theta_2 q - \frac{b}{2}q^2 + \lambda(x - q).$$

Les conditions du premier ordre (C.P.O.) pour ce problème de maximisation sont :

$$p - \theta_2 - bq - \lambda = 0\ ; \tag{2}$$

$$x - q \geq 0. \tag{3}$$

Nous devons donc considérer deux cas différents. Premièrement, si $\lambda > 0$, ce qui implique que la contrainte de la ressource est saturée, la production est telle que $q = x$. La ressource est épuisée et la quantité optimale à extraire est contrainte par x. Deuxièmement, si nous avons plutôt $\lambda = 0$, ce qui implique que la contrainte physique du stock n'est pas saturée, la quantité optimale extraite par la firme est telle que $q < x$. Les firmes laissent alors une partie de leur stock de réserves *in situ*. Pour ce deuxième cas particulier, on peut réécrire la C.P.O. (2) comme $p - \theta_2 - bq = 0$, puisque $\lambda = 0$. Nous pouvons donc voir que peu importe si la contrainte de la ressource est saturée ou non, une firme cherche à maximiser $pq - C_2(\theta_2, q)$, par choix de q, sujet à $0 \leq q \leq x$.

Alors la C.P.O. de cette maximisation est :

$$p = MC_2(q, \theta_2) \ ;$$

$$p = \theta_2 + bq. \tag{4}$$

La C.P.O. (4), qui est une condition nécessaire pour avoir une solution intérieure, implique qu'à l'optimum, la quantité extraite sera telle que :

$$q(\theta_2) = \frac{1}{b}\Big[p - \theta_2\Big]. \tag{5}$$

Puisqu'il faut évidemment considérer le cas où une firme pourrait être contrainte par la capacité physique de la ressource, nous avons donc une production telle que :

$$q(\theta_2, x) = \begin{cases} x & \text{si } \frac{1}{b}[p - \theta_2] \geq x \\ q(\theta_2) & \text{si } \frac{1}{b}[p - \theta_2] < x, \end{cases}$$

où $q(\theta_2)$ est donné par (5). Pour admettre un maximum, la condition du deuxième ordre (C.D.O.) doit être semi-définie négative. Effectivement, puisque $b > 0$ et que $\frac{\partial \Pi_2}{\partial^2 q} = -b$, la C.D.O. est respectée dans ce cas-ci. Nous faisons l'hypothèse qu'en symétrie d'information, il sera rentable pour toutes les firmes d'extraire l'entièreté de leur stock. En plus de simplifier notre problème, cette hypothèse nous permet de concentrer l'analyse sur la situation la plus intéressante, où la ressource est rare et son stock sera nécessairement épuisé dans la solution de premier rang, quelle que soit la combinaison des types de la firme dans chacune des deux périodes.

Nous voulons donc trouver une hypothèse, en termes des paramètres du modèle, qui assure que tous les types de firmes pourront extraire l'entièreté de leur stock de ressources. En regardant la condition du premier ordre (4), nous trouvons que cette condition est :

$$p \geq \theta_2^H + bx(\theta_1^L) \tag{6}$$

où $x(\theta_1^L)$ est la plus grande valeur possible du stock de réserves des firmes $x(\theta_1)$ qui est défini sur l'ensemble $[x(\theta_1^H), x(\theta_1^L)]$. Notre hypothèse (6) implique que peu importe la quantité découverte en première période, il sera rentable pour une firme d'extraire son stock en entier dans le cas où l'information est parfaite.

3.1.2 Le problème d'exploration de la firme

Cela nous amène donc au problème d'exploration de la firme. Durant cette période, elle cherche à maximiser ses profits espérés, cette fois-ci par choix de x. Par conséquent, selon le θ_1 qui lui est révélé, la firme déploie des efforts d'exploration qui permettent la mise au jour d'un stock de réserves $x(\theta_1)$ au coût $C_1(\theta_1, x(\theta_1))$. Afin de maximiser ses profits, une firme doit tenir compte des dépenses d'exploration d'aujourd'hui et de l'espérance de profits actualisés de la période d'extraction. Le problème de la période d'exploration de la firme se résume donc à la maximisation suivante :

$$\begin{aligned} \underset{x}{\text{Max}} \quad & E(\Pi_1) = -C_1(\theta_1, x) + E\Big[\delta[pq - C_2(\theta_2, q)]\Big] \\ \text{s.c.} \quad & x \geq 0 \\ & q = \begin{cases} x & \text{si } \frac{1}{b}[p - \theta_2] \geq x \\ \frac{1}{b}[p - \theta_2] & \text{si } \frac{1}{b}[p - \theta_2] < x. \end{cases} \end{aligned} \tag{7}$$

Étant donné notre hypothèse (6), nous savons que toutes les firmes produisent une quantité telle que $q = x$. Ainsi, cette hypothèse nous permet, pour le problème d'exploration de la firme, de nous débarrasser de la variable q en la remplaçant par la variable x. Il est alors possible de réécrire le problème de la première période des firmes de la façon suivante :

$$E(\Pi_1) = -\theta_1 x - \frac{c}{2}x^2 + \delta E\Big[px - \theta_2 x - \frac{b}{2}x^2\Big].$$

La C.P.O. de cette équation par choix de x nous donne :

$$\begin{aligned}\theta_1 + cx &= \delta \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Big[p - \theta_2 - bx\Big] f(\theta_2)\theta_2 \mathrm{d}\theta_2 \\ &= \delta\Big[p - \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} f(\theta_2)\theta_2 \mathrm{d}\theta_2 - bx\Big] \\ &= \delta\Big[p - E\theta_2 - bx\Big].\end{aligned}$$

En isolant pour x, nous trouvons que :

$$x(\theta_1) = \frac{-\theta_1 + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}. \tag{8}$$

Encore une fois, pour admettre un maximum, la C.D.O. de ce problème de maximisation doit être semi-définie négative. Dans ce cas-ci, la condition du deuxième ordre est respectée puisque $b > 0$, $c > 0$ et que la C.D.O. est $-c - \delta b$.

Maintenant, nous sommes en mesure d'établir une condition, en termes des paramètres du modèle uniquement, pour que l'hypothèse (6) soit respectée. Par conséquent, pour qu'une firme épuise nécessairement ses réserves, c'est-à-dire pour qu'elle produise une quantité $q = x$, il faut que l'équation (6) soit respectée. Reprenons cette hypothèse :

$$p \geq \theta_2^H + bx(\theta_1^L)$$

et en isolant pour $x(\theta_1^L)$ cette inégalité devient :

$$\frac{1}{b}[p - \theta_2^H] \geq x(\theta_1^L).$$

On peut voir que puisque $q(\theta_2) = \frac{1}{b}[p - \theta_2]$, cette condition est équivalente à :

$$q(\theta_2^H) \geq x(\theta_1^L).$$

Cette condition dit donc que pour assurer l'épuisement du stock de ressources, il faut que la quantité optimale à extraire soit supérieure ou égale au stock de ressources. Cette condition, en termes des paramètres du modèle, devient après substitution du résultat obtenu à l'équation (8) :

$$\frac{1}{b}[p - \theta_2^H] \geq \frac{-\theta_1^L + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}. \tag{9}$$

À partir de maintenant, nous utilisons cette condition (9) comme hypothèse d'épuisement de la ressource pour la résolution du problème d'exploration du gouvernement. Effectivement, puisque nous sommes dans le cas symétrique, la condition pour que toutes les firmes extraient une quantité telle que $q = x$ est la même du point de vue du gouvernement.

3.1.3 Le problème d'extraction du gouvernement

La partie suivante concerne le problème du gouvernement quand le partage d'information est parfait. Les résultats obtenus ici seront identiques à ceux obtenus pour le problème de maximisation du profit de la firme.

En période d'extraction, le gouvernement veut maximiser le surplus social en demandant aux firmes de lui payer une redevance R_2 en produisant une quantité q. Le surplus social est donné par

$$W = R_2 + \alpha\Pi_2$$

sujet aux contraintes

$$0 \leq q \leq x \tag{10}$$

et $\Pi_2 \geq 0$. De plus, par la définition du profit d'une firme, nous avons que $\Pi_2 = pq - C_2(q, \theta_2) - R_2$. Puisque nous sommes dans le cas symétrique et que le principal va récupérer l'entièreté de la rente, le fait que $0 \leq \alpha < 1$ implique qu'il ne laissera aucun profit aux firmes et donc que $\Pi_2 = 0$, ce qui implique que $R_2 = pq - C_2(q, \theta_2)$. Le principal cherche donc, tout comme la firme pour son problème de maximisation des profits, à maximiser $pq - C_2(q, \theta_2)$ sujet à (10). On peut alors réécrire la fonction W de la façon suivante :

$$W = pq - \theta_2 q - \frac{b}{2} q^2.$$

De ce problème, nous pouvons dériver la condition du premier ordre :

$$p - \theta_2 - bq = 0. \tag{11}$$

Ce qui implique, en isolant pour q, que la quantité optimale à extraire du point de vue du gouvernement dans le cas symétrique est :

$$q^s(\theta_2) = \frac{1}{b}\Big[p - \theta_2\Big]. \tag{12}$$

Pour bien caractériser les différentes possibilités et tenir compte de la capacité physique de la ressource, nous devons réécrire (12) comme :

$$q^s(\theta_2, x) = \begin{cases} x & \text{si } \frac{1}{b}[p - \theta_2] \geq x \\ q^s(\theta_2) & \text{si } \frac{1}{b}[p - \theta_2] < x, \end{cases}$$

où, $q^s(\theta_2)$ est donné par (12). Nous pouvons donc voir que ce résultat concorde avec le problème de maximisation de la firme. Effectivement, les équations (5) et (12) sont identiques. Cela implique donc que lorsque l'information est parfaite, la stratégie de la firme et du gouvernement est la même.

3.1.4 Le problème d'exploration du gouvernement

Similairement au problème d'exploration de la firme, le gouvernement voudra maximiser le surplus social par choix de x. Lors de cette période, ni le gouvernement ni les firmes ne font des recettes puisque l'exploitation se fait lors de la période suivante. Nous savons déjà que $\Pi_2 = 0$ pour tous les types de firmes étant donné que le principal va récupérer l'entièreté de la rente lors de l'extraction de la ressource. Par conséquent, nous avons que $\Pi_1 = -C_1(x(\theta_1), \theta_1) - R_1(\theta_1)$, ce qui fait que le principal doit offrir une subvention au moins égale aux dépenses d'exploration des firmes afin d'assurer une participation de celles-ci lors de cette période ($\Pi_1 \geq 0$). Nous avons donc $-R_1 - C_1(x(\theta_1), \theta_1) \geq 0$, où $R_1 < 0$ prendra la forme d'une subvention. Effectivement, une firme ne voudra pas encourir de pertes en première période si elle sait qu'elle ne fera aucun profit en seconde.

Le problème en première période consiste à maximiser la somme de la redevance (ou subvention) de la période d'exploration $R_1(\theta_1)$ et de la redevance espérée actualisée de la deuxième période $\delta\Gamma^s(x)$. La maximisation du surplus social se fait alors par choix de x. On peut alors écrire la fonction objective du gouvernement comme un problème de maximisation de

$$V = R_1(\theta_1) + \delta\Gamma^s(x) \tag{13}$$

sujet à $\Pi_1 \geq 0$, $x \geq 0$ et l'hypothèse d'épuisement de la ressource (9).

La contrainte $\Pi_1 \geq 0$ du principal peut être réécrite $-C_1(x(\theta_1), \theta_1) - R_1(\theta_1) \geq 0$. Comme mentionné ci-dessus, puisque l'information est symétrique, la redevance de première période du gouvernement R_1 consiste à rembourser les dépenses d'exploration $C_1(x, \theta_1)$ des firmes. Ainsi, on peut réécrire V de la façon suivante :

$$V = -\theta_1 x - \frac{c}{2}x^2 + \delta\Gamma^s(x(\theta_1)) \tag{14}$$

où $\Gamma^s(x(\theta_1)) \equiv \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \left[pq^s(\theta_2, x) - \theta_2 q^s(\theta_2, x) - \frac{b}{2} q^s(\theta_2, x)^2\right] f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2$ et $q^s(\theta_2, x) = x(\theta_1)$ en raison de l'hypothèse (9).

Il suffit maintenant de maximiser V par choix de $x(\theta_1)$. La C.P.O. de l'équation (14) est :

$$\theta_1 + cx = \delta[p - E\theta_2 - bx].$$

Nous obtenons, en isolant pour x, la valeur optimale du stock de réserves à découvrir dans le cas symétrique :

$$x^s(\theta_1) = \frac{-\theta_1 + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}. \tag{15}$$

Sans surprise, ce résultat concorde avec le problème de maximisation de la firme. L'équation (11) du problème de la firme et l'équation (15) du problème du gouvernement sont identiques.

3.2 Le problème asymétrique

Maintenant nous traitons du problème asymétrique, c'est-à-dire la situation où seule la firme connaît la vraie valeur du paramètre de coût θ_t, où $t = 1, 2$. Dans le problème symétrique, la firme n'avait aucun contrôle sur sa situation : la nature décidait de la réalisation des différents θ_t et le gouvernement optimisait les variables x et q. Dans le problème asymétrique, elle possède une variable de contrôle, soit la valeur de $\tilde{\theta}_t$ qu'elle décide de révéler au gouvernement. Il en découle que le principal va émettre un menu de contrats $\{R_1(\tilde{\theta}_1), x(\tilde{\theta}_1)\}$ pour l'activité d'exploration à la première période et un menu de contrats $\{R_2(\tilde{\theta}_2, x), q(\tilde{\theta}_2, x)\}$ pour l'activité d'extraction à la seconde période. Afin de s'assurer que les firmes révèlent une information exacte ($\tilde{\theta}_t = \theta_t$), nous utilisons le principe de révélation (Baron et Myerson 1982 ; Gaudet *et al.* 1995). Cela nous permet de limiter notre recherche du contrat optimal du principal à la recherche d'un mécanisme révélateur. Ce mécanisme d'incitation amène la firme à révéler son vrai paramètre de coût au gouvernement puisqu'il est avantageux pour elle de le faire.

3.2.1 Solution de deuxième période

Tout d'abord, nous posons $\phi(\tilde{\theta}_2; \theta_2)$ comme étant le surplus de la firme en deuxième période si elle révèle $\tilde{\theta}_2$ alors que θ_2 est son vrai paramètre de coût. Le gouvernement demande alors aux firmes un rapport de coût $\tilde{\theta}_2$, pour ensuite leur demander d'extraire une quantité $q(\tilde{\theta}_2, x)$ et de lui payer une redevance $R_2(\tilde{\theta}_2, x)$. En conséquence nous avons que :

$$\phi(\tilde{\theta}_2; \theta_2) = pq(\tilde{\theta}_2) - \theta_2 q(\tilde{\theta}_2) - \frac{b}{2} q(\tilde{\theta}_2)^2 - R_2(\tilde{\theta}_2, x). \tag{16}$$

Pour que la firme révèle son paramètre de coût correctement, il faut que

$$\phi_1(\tilde{\theta}_2; \theta_2) = 0 \qquad \text{pour } \tilde{\theta}_2 = \theta_2 \tag{17}$$

et

$$\phi_{11}(\tilde{\theta}_2; \theta_2) \leq 0 \qquad \text{pour } \tilde{\theta}_2 = \theta_2. \tag{18}$$

La condition (17) implique donc que :

$$\left[p - \theta_2 - bq(\tilde{\theta}_2)\right] \frac{dq(\tilde{\theta}_2)}{d\tilde{\theta}_2} - \frac{dR_2(\tilde{\theta}_2, x)}{d\tilde{\theta}_2} = 0 \qquad \text{pour } \tilde{\theta}_2 = \theta_2. \tag{19}$$

De plus, puisque la condition (17) s'applique pour tout $\theta_2 \in [\theta_2^L, \theta_2^H]$, la différentielle totale $\phi_{11}(\tilde{\theta}_2; \theta_2) d\tilde{\theta}_2 + \phi_{12}(\tilde{\theta}_2; \theta_2) d\theta_2$ donne pour tout $d\tilde{\theta}_2 = d\theta_2$:

$$\phi_{11}(\theta_2; \theta_2) + \phi_{12}(\theta_2; \theta_2) = 0 \quad \forall \theta_2 \in [\theta_2^L, \theta_2^H]. \tag{20}$$

Cela implique donc que la condition (18) est équivalente à :

$$\phi_{12}(\theta_2; \theta_2) = -\frac{dq}{d\theta_2} \geq 0. \tag{21}$$

Cette condition dit que les firmes les moins efficaces ne doivent pas extraire une plus grande quantité que les firmes plus efficaces. Il est important de mentionner que même si la contrainte physique de la ressource $q \leq x$ est saturée, c'est-à-dire que $q^a(\tilde{\theta}_2, x) = x$, alors toutes ces conditions restent valides, et la condition (21) devient $\frac{dq}{d\theta_2} = 0$.

Bien que les conditions (19) et (21) soient des conditions locales, étant donné la linéarité de la fonction de coût marginal en θ_2, elles sont suffisantes pour qu'un mécanisme d'incitation globale tienne. Nous allons devoir vérifier que (19) et (21) impliquent que :

$$\phi(\theta_2;\theta_2) \geq \phi(\tilde{\theta}_2;\theta_2) \qquad \forall \tilde{\theta}_2, \theta_2 \in [\theta_2^L, \theta_2^H]. \tag{22}$$

Puisque $\phi(\tilde{\theta}_2;\theta_2) = \phi(\tilde{\theta}_2;\tilde{\theta}_2) + (\tilde{\theta}_2 - \theta_2)q(\tilde{\theta}_2)$, alors il est possible de réécrire cette contrainte (22) comme :

$$\phi(\theta_2;\theta_2) - \phi(\tilde{\theta}_2;\tilde{\theta}_2) \geq (\tilde{\theta}_2 - \theta_2)q(\tilde{\theta}_2) \qquad \forall \tilde{\theta}_2, \theta_2 \in [\theta_2^L, \theta_2^H]. \tag{23}$$

Mais nous avons que

$$\begin{aligned} \phi(\theta_2;\theta_2) - \phi(\tilde{\theta}_2;\tilde{\theta}_2) &= \int_{\tilde{\theta}_2}^{\theta_2} \left[\frac{\mathrm{d}\phi(\tau;\tau)}{\mathrm{d}\tau} \right] \mathrm{d}\tau \\ &= \int_{\tilde{\theta}_2}^{\theta_2} [\phi_1(\tau;\tau) - q(\tau)] \mathrm{d}\tau \\ &= \int_{\theta_2}^{\tilde{\theta}_2} q(\tau)\mathrm{d}\tau, \end{aligned} \tag{24}$$

quand la condition (19) tient. En conséquence, la contrainte globale incitative devient :

$$\int_{\theta_2}^{\tilde{\theta}_2} q(\tau)\mathrm{d}\tau \geq (\tilde{\theta}_2 - \theta_2)q(\tilde{\theta}_2). \tag{25}$$

Cette équation est satisfaite quand la condition (21) est aussi satisfaite.

En conséquence, posons $\Pi_2(\theta_2) \equiv \phi(\theta_2; \theta_2)$. Cela implique que nous prenons $\tilde{\theta}_2$ à la valeur θ_2 dans $\phi(\tilde{\theta}_2; \theta_2)$. Par le théorème de l'enveloppe, nous avons que :

$$\frac{d\Pi_2}{d\theta_2} = \phi_2(\theta_2; \theta_2) = -q(\theta_2). \tag{26}$$

Il s'ensuit que $\Pi_2(\theta_2)$ est une fonction décroissante en θ_2. Cela implique donc qu'un mécanisme d'incitation ne doit laisser aucune firme avec un plus petit surplus (profit) qu'une firme moins efficace.

Si on intègre cette condition (26), alors elle devient une condition sur la fonction de profit elle-même :

$$\Pi_2(\theta_2) = \Pi_2(\theta_2^H) + \int_{\theta_2}^{\theta_2^H} q(\tau)\mathrm{d}\tau. \tag{27}$$

Le gouvernement doit de plus assurer que le profit des firmes est non négatif. Par conséquent nous avons :

$$\Pi_2(\theta_2) \geq 0 \qquad \forall \theta_2 \in [\theta_2^L, \theta_2^H]. \tag{28}$$

De plus, puisque $\Pi_2(\theta_2)$ est une fonction décroissante de θ_2 par la condition (26), alors la condition (28) peut être réécrite comme étant une seule contrainte :

$$\Pi_2(\theta_2^H) \geq 0. \tag{29}$$

Le problème d'extraction de deuxième période du gouvernement peut donc être décrit comme étant le choix $\left\{\big(R_2(\theta_2, x), q(\theta_2, x)\big) | \theta_2 \in [\theta_2^L, \theta_2^H]\right\}$ afin de maximiser

$$EW_2 = \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Big[R_2(\theta_2, x) + \alpha\Pi_2(\theta_2)\Big] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 \tag{30}$$

sujet à (19), (21), (26), (28) (ou (29)) et la contrainte physique de la ressource $0 \leq q \leq x$.

Par substitution directe, puisque $R_2(\theta_2, x) = pq(\theta_2) - \theta_2 q(\theta_2) - \frac{b}{2}q(\theta_2)^2 - \Pi_2(\theta_2)$, il est possible de réécrire (30) de la façon suivante :

$$EW_2 = \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \left[pq(\theta_2) - \theta_2 q(\theta_2) - \frac{b}{2}q(\theta_2)^2\right] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 - (1-\alpha)\int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Pi_2(\theta_2) f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2.$$

Maintenant, en substituant $\Pi(\theta_2)$ de la condition (27) et en utilisant l'intégration par partie, nous vérifions que :

$$\int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Pi_2(\theta_2) f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 = \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} q(\theta_2)F(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 + \Pi_2(\theta_2^H).$$

On peut alors réécrire le problème du gouvernement comme

$$\begin{aligned} EW_2 = &\int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \left[pq(\theta_2) - \theta_2 q(\theta_2) - \frac{b}{2}q(\theta_2)^2 - (1-\alpha)q(\theta_2)h(\theta_2)\right] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 \\ &- (1-\alpha)\Pi_2(\theta_2^H) \end{aligned} \tag{31}$$

où $h(\theta_2) = \frac{F(\theta_2)}{f(\theta_2)}$.

Le problème du gouvernement peut donc être maintenant décrit comme étant un choix de $q(\theta_2)$, sujet à la contrainte $0 \leq q(\theta_2) \leq x$ et au surplus de la firme $\Pi_2(\theta_2^H)$, lui-même contraint par (29), dans le but de maximiser (31).

Une fois qu'une solution pour $q(\theta_2)$ est déterminée et qu'elle satisfait la contrainte (21), le régime de redevance optimal peut être trouvé par (19).

Afin de maximiser le surplus social, il faut clairement que $\Pi_2(\theta_2^H) = 0$. Dans ce cas-ci, le type de firme le moins efficace dans l'activité d'extraction ($\theta_2 = \theta_2^H$) ne fait aucun profit.

Maintenant, concernant $q(\theta_2)$, une solution intérieure doit satisfaire :

$$p - \theta_2 - bq - (1-\alpha)h(\theta_2) = 0. \tag{32}$$

Cela implique que la quantité optimale à extraire en asymétrie d'information est :

$$q^a(\theta_2) = \frac{1}{b}\big[p - \theta_2 - (1-\alpha)h(\theta_2)\big]. \tag{33}$$

En conséquence, nous avons donc :

$$q^a(\theta_2, x) = \begin{cases} x & \text{si } \frac{1}{b}\big[p - \theta_2 - (1-\alpha)h(\theta_2)\big] \geq x \\ \\ q^a(\theta_2) & \text{si } \frac{1}{b}\big[p - \theta_2 - (1-\alpha)h(\theta_2)\big] < x, \end{cases}$$

où $q^a(\theta_2)$ est donné par l'équation (33). Tel que dans Gaudet *et al.* (1995), nous suivons la littérature concernant les incitatifs et nous faisons l'hypothèse simplificatrice que :

$$\frac{dh(\theta_2)}{d\theta_2} \geq 0.$$

Cette hypothèse est appelée celle du « taux d'incident monotone ». Elle est une condition suffisante pour que $q^a(\theta_2)$ soit une fonction décroissante de θ_2, et par conséquent, elle satisfait la condition (21).

Pour le cas asymétrique, la condition analogue à (6) qui garantit l'épuisement de la ressource quelle que soit la succession des types possibles est :

$$p \geq \theta_2^H + bx^a(\theta_1^L) + (1-\alpha)h(\theta_2^H). \tag{34}$$

Il est cependant important de bien comprendre que si l'inégalité (6) tient par hypothèse, alors il n'est pas certain que l'équation (34) tienne aussi. Cela implique que le stock n'est pas nécessairement épuisé en asymétrie d'information. Effectivement, nous ne pouvons pas ignorer le cas où le prix de la ressource est tel que $p < \theta_2^H + bx^a(\theta_1^L) + (1-\alpha)h(\theta_2)$ alors que $p \geq \theta_2^H + bx^s(\theta_1^L)$ par hypothèse. Par conséquent, dans la sous-section 3.2.2, nous considérons le cas où l'inégalité (34) tient, alors que dans la sous-section 3.2.3, nous considérons le cas où elle ne tient pas.

3.2.2 Solution de première période avec épuisement

En première période, θ_2 est encore inconnu et les grandeurs qui en dépendent ne peuvent être évaluées qu'en termes d'espérance. Le surplus espéré d'une firme pour la période d'extraction est :

$$\Psi(x) \equiv \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Pi_2(\theta_2, x) f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2.$$

Nous mettons en évidence ici le fait que les profits espérés de la firme dépendent non seulement du paramètre de coût θ_2 mais également de la décision prise aujourd'hui concernant le stock x de ressource.

Reprenons la redevance du gouvernement en deuxième période :

$$R_2(\theta_2, x) = pq^a(\theta_2, x) - C_2(q^a(\theta_2, x), \theta_2) - \Pi_2(\theta_2, x).$$

Puisque la redevance du gouvernement dépend de θ_2, les grandeurs qui en dépendent ne peuvent être évaluées qu'en termes d'espérance. La redevance espérée du gouvernement est :

$$\Gamma^a(x) \equiv \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \left[pq^a(\theta_2, x) - \theta_2 q^a(\theta_2, x) - \frac{b}{2} q^a(\theta_2, x)^2 \right] f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2 - \Psi(x). \tag{35}$$

Redéfinissons $\phi(\tilde{\theta}_1; \theta_1)$ comme étant le surplus total espéré d'une firme si elle révèle $\tilde{\theta}_1$ comme paramètre de coût alors que θ_1 est sa vraie valeur. Nous avons que

$$\phi(\tilde{\theta}_1; \theta_1) = -C_1(x(\tilde{\theta}_1), \theta_1) + \delta\Psi(x(\tilde{\theta}_1)) - R_1(\tilde{\theta}_1) \ ; \tag{36}$$

$$\phi(\tilde{\theta}_1; \theta_1) = -\theta_1 x(\tilde{\theta}_1) - \frac{c}{2} x(\tilde{\theta}_1)^2 + \delta\Psi(x(\tilde{\theta}_1)) - R_1(\tilde{\theta}_1). \tag{37}$$

Afin que la firme révèle correctement son paramètre de coût il faut que les conditions (17) et (18) soient respectées, en remplaçant $(\tilde{\theta}_2, \theta_2)$ par $(\tilde{\theta}_1, \theta_1)$. Ainsi, le contrat optimal du gouvernement demande aux firmes de mettre au jour un stock $x(\tilde{\theta}_1)$ en échange d'une redevance (ou subvention) $R_1(\tilde{\theta}_1)$.

De ces conditions, on dérive :

$$\Big[-\theta_1 - cx(\tilde{\theta}_1) + \delta\frac{d\Psi(x(\tilde{\theta}_1))}{dx(\tilde{\theta}_1)}\Big]\frac{dx(\tilde{\theta}_1)}{d\theta_1} - \frac{dR_1(\tilde{\theta}_1)}{d\theta_1} = 0 \qquad \text{pour } \tilde{\theta}_1 = \theta_1 \tag{38}$$

et

$$\frac{dx}{d\theta_1} \leq 0 \qquad \text{pour } \tilde{\theta}_1 = \theta_1. \tag{39}$$

Posons maintenant $\Pi_1(\theta_1) \equiv \phi(\theta_1;\theta_1)$, alors par le théorème de l'enveloppe nous avons :

$$\frac{d\Pi_1}{d\theta_1} = -x(\theta_1). \tag{40}$$

La contrainte de participation des firmes est donc :

$$\Pi_1(\theta_1) \geq 0 \qquad \forall\theta_1 \in [\theta_1^L, \theta_1^H]. \tag{41}$$

Puisque le profit total espéré d'une firme $\Pi_1(\theta_1)$ est une fonction décroissante de θ_1 en raison de la condition (40), nous pouvons remplacer (41) par une seule contrainte, comme dans le problème d'extraction de la deuxième période :

$$\Pi_1(\theta_1^H) \geq 0. \tag{42}$$

Nous pouvons donc finalement écrire le problème du gouvernement comme étant un choix $\big\{(R_1(\theta_1), x(\theta_1)|\theta_1 \in [\theta_1^L, \theta_1^H]\big\}$.

$$V = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H}\Bigg[R_1(\theta_1)+\delta\big[\Gamma^a(x(\theta_1))+\alpha\Psi(x(\theta_1))\big]+\alpha\big[-C_1(x(\theta_1),\theta_1)-R_1(\theta_1)\big]\Bigg]g(\theta_1)\mathrm{d}\theta_1 \tag{43}$$

sujet aux contraintes (38), (39), (40) et (41) (ou (42)) dans le but de maximiser (43).

Puisque $\Pi_1(\theta_1) \equiv \phi(\theta_1;\theta_1)$ et étant donné l'équation (36), nous pouvons maintenant substituer le dernier terme de l'intégrale (43), soit $\{-C_1(x(\theta_1),\theta_1) - R_1(\theta_1)\}$, par $\{\Pi_1(\theta_1) - \delta\Psi(x(\theta_1))\}$. Ainsi, on peut réécrire V de la façon suivante :

$$V = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} \left[R_1(\theta_1) + \delta\big[\Gamma^a(x(\theta_1)) + \alpha\Psi(x(\theta_1))\big] + \alpha\big[\Pi_1(\theta_1) - \delta\Psi(x(\theta_1))\big] \right] g(\theta_1)\mathrm{d}\theta_1$$

et après manipulations, on obtient :

$$V = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} \left[R_1(\theta_1) + \delta\Gamma^a(x(\theta_1)) + \alpha\Pi_1(\theta_1) \right] g(\theta_1)\mathrm{d}\theta_1. \tag{44}$$

De plus, nous savons par définition que $\Pi_1 = -C_1(x(\theta_1),\theta_1) + \delta\Psi(x(\theta_1)) - R_1(\theta_1)$. Ainsi, en isolant pour R_1, soit la redevance (ou subvention) de la période d'exploration, nous pouvons réécrire l'équation (44) tel que :

$$V = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} \left[-C_1(x(\theta_1),\theta_1) - (1-\alpha)\Pi_1(\theta_1) + \delta\Psi(x(\theta_1)) + \delta\Gamma^a(x(\theta_1)) \right] g(\theta_1)\mathrm{d}\theta_1. \tag{45}$$

En utilisant l'intégration par partie, on peut vérifier que :

$$\int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} \Pi_1(\theta_1)g(\theta_1)\mathrm{d}\theta_1 = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} x(\theta_1)G(\theta_1)\mathrm{d}\theta_1 + \Pi_1(\theta_1^H).$$

Ainsi, il est alors possible de réécrire V, soit l'équation (45), sous une forme permettant une maximisation point par point, car la contrainte a été éliminée. En substituant donc la fonction de coût pour sa forme quadratique, tel que dans Gaudet *et al.* (1995), le problème du gouvernement est de maximiser V point par point par choix de $x^a(\theta_1)$ et par choix de $\Pi_1(\theta_1^H)$:

$$\begin{aligned} V = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} \Bigg[& -\theta_1 x(\theta_1) - \frac{c}{2}x(\theta_1)^2 - (1-\alpha)x(\theta_1)m(\theta_1) \\ & + \delta\Psi(x(\theta_1)) + \delta\Gamma^a(x(\theta_1)) \Bigg] g(\theta_1)\mathrm{d}\theta_1 - (1-\alpha)\Pi_1(\theta_1^H) \end{aligned}$$

sujet à $x^a(\theta_1) \geq 0$ et $\Pi_1(\theta_1^H)$ sujet à (42), et où $m(\theta_1) = \frac{G(\theta_1)}{g(\theta_1)}$.

Étant donné la condition (42), il est clair que la maximisation de V requiert que $\Pi_1(\theta_1^H) = 0$. De plus, similairement au problème d'extraction, nous faisons l'hypothèse que $\frac{dm(\theta_1)}{d\theta_1} \geq 0$. Cette hypothèse est une condition suffisante pour que $x^a(\theta_1)$ soit une fonction décroissante de θ_1, ce qui par conséquent fait que l'équation (39) est satisfaite.

Pour ce qui est de $x^a(\theta_1)$, une condition nécessaire en tout θ_1 pour avoir une solution intérieure est :

$$\theta_1 + cx + (1-\alpha)m(\theta_1) = \delta \frac{d\Psi(x(\theta_1))}{dq}\frac{dq}{dx} + \delta \frac{d\Gamma^a(x(\theta_1))}{dq}\frac{dq}{dx}. \tag{46}$$

Maintenant en dérivant l'équation (35), nous trouvons que :

$$\frac{d\Gamma^a(x(\theta_1))}{dq}\frac{dq}{dx} = \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Big[p - \theta_2 - bq\Big] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 \frac{dq}{dx} - \frac{d\Psi(x(\theta_1))}{dq}\frac{dq}{dx}. \tag{47}$$

Pour commencer, nous supposons que l'inégalité (34) tient. Cela fait que la ressource sera entièrement épuisée. Cette supposition implique que la séquence de θ_t pour toutes les firmes sera telle qu'il est optimal pour elles d'extraire une quantité $q(\theta_2, x) = x^a(\theta_1)$. Nous sommes alors dans le cas précis où $\frac{dq}{dx} = 1$. Étant donné ceci et étant donné l'équation (47), nous pouvons réécrire la condition nécessaire pour une solution intérieure (46) de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \theta_1 + cx + (1-\alpha)m(\theta_1) &= \delta \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Big[p - \theta_2 - bx\Big] f(\theta_2)d\theta_2 \\ &= \delta[p - E\theta_2 - bx]. \end{aligned} \tag{48}$$

Après manipulations, nous obtenons le choix optimal de stock en asymétrie d'information :

$$x^a(\theta_1) = \frac{-\theta_1 - (1-\alpha)m(\theta_1) + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}. \tag{49}$$

En comparant avec les résultats trouvés dans le cas symétrique, on peut voir qu'en présence d'asymétrie d'information, il y aura une distorsion dans l'exploration et l'extraction de la ressource pour toutes les firmes excepté la plus efficace. Cela peut être vu en comparant respectivement l'équation (49) à l'équation (15) (ou (8)) et l'équation (33) à l'équation (12) (ou (5)).

Maintenant, nous pouvons établir une condition sur les paramètres du modèle, condition analogue à (9) du cas symétrique, pour que la ressource soit nécessairement épuisée dans le cas asymétrique. Reprenons l'inégalité (34) :

$$p \geq \theta_2^H + bx^a(\theta_1^L) + (1-\alpha)h(\theta_2).$$

Similairement à ce que nous avons fait pour trouver l'équation (9) à partir de l'équation (6), isolons $x^a(\theta_1^L)$ dans cette inégalité :

$$\frac{1}{b}\Big[p - \theta_2^H - (1-\alpha)h(\theta_2^H)\Big] \geq x^a(\theta_1^L).$$

Nous pouvons voir qu'étant donné que $q^a(\theta_2) = \frac{1}{b}[p - \theta_2 - (1-\alpha)h(\theta_2)]$, cette inégalité est équivalente à :

$$q^a(\theta_2^H) \geq x^a(\theta_1^L).$$

Cette condition nous dit donc que pour assurer l'épuisement de la ressource, l'extraction optimale du cas asymétrique doit être supérieure ou égale au niveau de stock optimal découvert en première période. Cette inégalité devient, après avoir substitué $x^a(\theta_1^L)$ pour le résultat obtenu à l'équation (49) :

$$\frac{1}{b}\Big[p - \theta_2^H - (1-\alpha)h(\theta_2^H)\Big] \geq \frac{-\theta_1^L - (1-\alpha)m(\theta_1^L) + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}.$$

Dans le terme de gauche, la distorsion au niveau de l'extraction due à l'asymétrie d'information $h(\theta_2^H)$ est à son maximum, car $h(\theta_2) = \frac{F(\theta_2)}{f(\theta_2)}$ et $F(\theta_2^H) = 1$. Le stock de réserves (terme de droite) est identique au cas symétrique car pour un $\theta_1 = \theta_1^L$, nous avons que $G(\theta_1^L) = 0$, ce qui fait que $m(\theta_1^L) = 0$. La condition devient donc :

$$\frac{1}{b}\left[p - \theta_2^H - (1-\alpha)h(\theta_2^H)\right] \geq \frac{-\theta_1^L + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}. \tag{50}$$

Si on compare maintenant la condition (50) à cette même condition (9) du cas symétrique :

$$\frac{1}{b}\left[p - \theta_2^H\right] \geq \frac{-\theta_1^L + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}.$$

La condition (50) du cas asymétrique pour assurer un épuisement de la ressource est plus restrictive qu'en pleine information. Effectivement, le terme de droite est le même dans les inégalités (9) et (50) alors que le terme de gauche de l'égalité (50) est strictement inférieur à celui de l'égalité (9).

Proposition 1. *Si l'inégalité* (50) *tient, alors pour tout* θ_1 *tel que* $\theta_1^L < \theta_1 \leq \theta_1^H$, *c'est-à-dire pour toutes les firmes sauf la plus efficace dans l'activité d'exploration, l'asymétrie d'information amène une distorsion (baisse) dans le niveau optimal de stock de réserves à découvrir.*

3.2.3 Solution de première période avec possibilité de non-épuisement

Cette section se concentre sur les conséquences pour nos résultats si l'inégalité (34) ne tient pas. En termes des inégalités (9) et (50), nous avons respectivement que

$$\frac{1}{b}\left[p - \theta_2^H\right] \geq \frac{-\theta_1^L + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}$$

et

$$\frac{1}{b}\left[p - \theta_2^H - (1-\alpha)h(\theta_2^H)\right] < \frac{-\theta_1^L + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}.$$

Il est désormais possible, pour une séquence de θ_t où θ_1 est faible (réserves élevées) et θ_2 est élevé (coût d'extraction marginal élevé), que la firme n'extraie pas la totalité des réserves qu'elle aura mises au jour. Dans ce cas, l'analyse doit être modifiée comme suit.

La solution ci-dessus du problème asymétrique de seconde période est, après substitution, une maximisation d'une fonction point par point, et ce par choix de $q^a(\theta_2)$. Cela fait en sorte que l'équation (33) nous donne encore une fois la quantité optimale à extraire en seconde période, et ce même si l'inégalité (34) ne tient pas. Par conséquent, l'extraction optimale du point de vue du principal est :

$$q^a(\theta_2, x) = \begin{cases} x & \text{si } \frac{1}{b}\Big[p - \theta_2 - (1-\alpha)h(\theta_2)\Big] \geq x \\ q^a(\theta_2) & \text{si } \frac{1}{b}\Big[p - \theta_2 - (1-\alpha)h(\theta_2)\Big] < x, \end{cases} \tag{51}$$

où $q^a(\theta_2)$ est donné par l'équation (33).

Si l'inégalité (34) (ou (50)) n'est pas respectée, la solution du problème d'exploration sera différente. Effectivement, dans ce cas-ci, il faut alors considérer les deux variables de contrôle, soit q et x.

Nous introduisons maintenant $\hat{\theta}(x^a(\theta_1))$ comme étant la valeur maximale que θ_2 peut prendre, pour chacune des valeurs possibles du stock de réserves $x^a(\theta_1) \in [x^a(\theta_1^H), x^a(\theta_1^L)]$, pour qu'une firme produise $q^a(\theta_2, x) = x^a(\theta_1)$ sous asymétrie d'information. Cette valeur critique de θ_2 de la période d'extraction varie d'un type de firme à l'autre puisque le stock découvert lors de la période précédente est hétérogène entre les différents types de firmes. Formellement, cette valeur critique peut s'écrire comme :

$$\hat{\theta}(x^a(\theta_1)) = \max\left[\theta_2 \mid q^a(\theta_2, x) = x^a(\theta_1)\right]. \tag{52}$$

Nous écrivons désormais $\hat{\theta}(x^a(\theta_1))$ seulement comme $\hat{\theta}$, dans le but de simplifier la notation.

Si elle existe, ce qui est l'hypothèse faite dans cette sous-section, la valeur critique $\hat{\theta}$ change d'un type de firme à l'autre et ce, en fonction de leur stock de réserves $x^a(\theta_1)$. En vertu de (51), une condition nécessaire et suffisante à l'existence de $\hat{\theta}$ est :

$$\frac{1}{b}\Big[p - \theta_2^H - (1-\alpha)h(\theta_2^H)\Big] < x^a\left(\theta_1^L\right). \tag{53}$$

La situation où (53) tient avec égalité sépare les conditions où s'applique l'analyse de la sous-section précédente de celles où s'applique l'analyse de la sous-section courante. On voit par l'examen de (51) que $\hat{\theta}$ est décroissant en x. Par conséquent, lorsque (53) est satisfaite, certaines firmes qui auront une séquence de θ_t défavorable (θ_1 faible (réserves élevées) ; θ_2 élevé (coût marginal d'extraction élevé)) produiront une quantité $q^a(\theta_2, x) < x^a(\theta_1)$ puisque leur θ_2 est tel que $\hat{\theta} < \theta_2 \leq \theta_2^H$.

Il y aura donc une proportion des firmes, celles les plus favorisées par leur séquence de θ_t, qui extraient une quantité telle que $q^a(\theta_2, x) = x^a(\theta_1)$, et une autre proportion des firmes, les moins favorisées, c'est-à-dire celles qui tirent un coût marginal d'exploration faible suivi d'un coût marginal d'extraction élevé, qui extraient une quantité $q^a(\theta_2) = \frac{1}{b}\Big[p - \theta_2 - (1-\alpha)h(\theta_2)\Big] < x^a(\theta_1)$.

Proposition 2. *Lorsque la condition* (53) *est satisfaite (ou lorsque la condition* (50) *n'est pas satisfaite), il existe une valeur critique* $\hat{\theta} \in [\theta_2^L, \theta_2^H]$ *telle que certains types de firmes terminent l'extraction sans épuiser la totalité des réserves découvertes. Le contrat optimal implique qu'un type de firme tel que* $\hat{\theta} < \theta_2 \leq \theta_2^H$ *devra laisser une partie de son stock de réserves inexploitée, même si ce stock abandonné avait de la valeur en pleine information.*

Maintenant, pour la première période, en utilisant les mêmes techniques de substitution directe et d'intégration par partie que précédemment, et étant donné que la contrainte (42) requiert que $\Pi_1(\theta_1^H) = 0$, nous avons que :

$$V = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} \Bigg\{ -\theta_1 x(\theta_1) - \frac{c}{2} x(\theta_1)^2 - (1-\alpha) x(\theta_1) m(\theta_1) + \delta\Psi(x(\theta_1)) + \delta\Gamma^a(x(\theta_1)) \Bigg\} g(\theta_1) \mathrm{d}\theta_1,$$

où par l'équation (35), nous savons que :

$$\Gamma^a(x) = \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Big[pq^a(\theta_2, x) - C_2(q^a(\theta_2, x), \theta_2) \Big] f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2 - \Psi(x(\theta_1).$$

Nous pouvons réécrire cette dernière comme :

$$\Gamma^a(x(\theta_1)) = \int_{\theta_2^L}^{\hat{\theta}(x^a)} \Big[px(\theta_1) - C_2(x(\theta_1), \theta_2) \Big] f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2 + \int_{\hat{\theta}(x^a)}^{\theta_2^H} \Big[pq^a(\theta_2) - C_2(q^a(\theta_2), \theta_2) \Big] f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2 - \Psi(x(\theta_1)).$$

Maintenant réécrivons le problème de maximisation de V :

$$V = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} \Bigg[-\theta_1 x(\theta_1) - \frac{c}{2} x(\theta_1)^2 - (1-\alpha) x(\theta_1) m(\theta_1) + \delta \int_{\theta_2^L}^{\hat{\theta}(x^a)} \big[px(\theta_1) - \theta_2 x(\theta_1) - \frac{b}{2} x(\theta_1)^2 \big] f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2 + \delta \int_{\hat{\theta}(x^a)}^{\theta_2^H} \big[pq^a(\theta_2) - \theta_2 q^a(\theta_2) - \frac{b}{2} q^a(\theta_2)^2 \big] f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2 \Bigg] g(\theta_1) \mathrm{d}\theta_1, \quad (54)$$

où $q^a(\theta_2)$ est donné par l'équation (33).

La C.P.O. pour la maximisation de V par rapport à x est :

$$\begin{aligned}\theta_1 + cx + (1-\alpha)m(\theta_1) = \delta \int_{\theta_2^L}^{\hat{\theta}(x^a)} \Big[p - \theta_2 - bx\Big] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 \frac{dq}{dx} \\ + \delta \int_{\hat{\theta}(x^a)}^{\theta_2^H} \Big[p - \theta_2 - bq\Big] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 \frac{dq}{dx} \\ + \delta\big[px(\hat{\theta}) - \theta_2 x(\hat{\theta}) - \frac{b}{2}x(\hat{\theta})^2\big] f(\hat{\theta}) \\ - \delta\big[px(\hat{\theta}) - \theta_2 x(\hat{\theta}) - \frac{b}{2}x(\hat{\theta})^2\big] f(\hat{\theta}).\end{aligned} \tag{55}$$

Dans l'intervalle $[\theta_2^L, \hat{\theta}]$, $\frac{dq}{dx} = 1$ alors que dans l'intervalle $[\hat{\theta}, \theta_2^H]$, $\frac{dq}{dx} = 0$. On peut ainsi réécrire la C.P.O. (55) de V de la façon suivante :

$$\theta_1 + cx + (1-\alpha)m(\theta_1) = \delta \int_{\theta_2^L}^{\hat{\theta}(x^a)} \Big[p - \theta_2 - bx\Big] f(\theta_2) d\theta_2 \tag{56}$$

et puisque θ_2 est encore inconnu ce qui fait qu'on peut seulement l'exprimer en termes d'espérance,

$$\theta_1 + cx + (1-\alpha)m(\theta_1) = \delta\Big[p - E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}) - bx\Big] F(\hat{\theta}), \tag{57}$$

où

$$E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}) = \int_{\theta_2^L}^{\hat{\theta}(x^a)} \theta_2 \frac{f(\theta_2)}{F(\hat{\theta})} d\theta_2 = \frac{1}{F(\hat{\theta})} \int_{\theta_2^L}^{\hat{\theta}(x^a)} \theta_2 f(\theta_2) d\theta_2.$$

En isolant pour x dans l'équation (57), nous trouvons la quantité optimale de stock à mettre au jour en asymétrie d'information lorsque la condition (53) est satisfaite,

$$x^a(\theta_1) = \frac{-\theta_1 - (1-\alpha)m(\theta_1) + \delta\big[p - E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta})\big] F(\hat{\theta})}{c + \delta b F(\hat{\theta})}. \tag{58}$$

Nous voulons comparer le stock de ressource obtenu en (58) avec celui obtenu pour le cas symétrique en (15). Pour ce faire, reprenons l'équation (57) et réécrivons la comme,

$$\begin{aligned} cx &= -\theta_1 - (1-\alpha)m(\theta_1) + \delta F(\hat{\theta})\big[p - E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}) - bx\big] \\ &= -\theta_1 - (1-\alpha)m(\theta_1) + \delta\big[p - E\theta_2 - bx\big] \\ &\quad - \delta(1 - F(\hat{\theta}))\big[p - E(\theta_2|\theta_2 > \hat{\theta}) - bx\big], \end{aligned} \tag{59}$$

où,

$$E(\theta_2|\theta_2 > \hat{\theta}) = \int_{\hat{\theta}(x)}^{\theta_2^H} \theta_2 \frac{f(\theta_2)}{(1-F(\hat{\theta}))} d\theta_2 = \frac{1}{(1-F(\hat{\theta}))} \int_{\hat{\theta}(x)}^{\theta_2^H} \theta_2 f(\theta_2) d\theta_2.$$

Il est maintenant possible de réécrire (59) comme,

$$\begin{aligned} cx + \delta bx = -\theta_1 - (1-\alpha)m(\theta_1) + \delta[p - E\theta_2] \\ - \delta(1 - F(\hat{\theta}))\big[p - E(\theta_2|\theta_2 > \hat{\theta}) - bx\big], \end{aligned}$$

et ensuite, on peut réarranger l'équation de façon à avoir,

$$x = \frac{-\theta_1 + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b} - \frac{(1-\alpha)m(\theta_1) + \delta(1 - F(\hat{\theta}))\big[p - E(\theta_2|\theta_2 > \hat{\theta}) - bx\big]}{c + \delta b},$$

et donc,

$$x^a(\theta_1) = x^s(\theta_1) - \frac{(1-\alpha)m(\theta_1) + \delta(1 - F(\hat{\theta}))\big[p - E(\theta_2|\theta_2 > \hat{\theta}) - bx\big]}{c + \delta b} \tag{60}$$

On note que le dernier terme du numérateur de droite, $\big[p - E(\theta_2|\theta_2 > \hat{\theta}) - bx\big]$, est négatif par définition de $\hat{\theta}$. Effectivement, on produit seulement $q^a(\theta_2)$, donné par l'équation (33), lorsque $\theta_2 > \hat{\theta}$. Dans un tel cas, le coût marginal d'une production supérieure à $q^a(\theta_2)$, notamment pour une production de x, serait supérieur au prix de la ressource.

Prenons le cas où $\theta_1 = \theta_1^L$. Puisque pour la firme la plus efficace dans l'activité d'exploration il n'y a pas d'inefficacité introduite dans son activité d'exploration ($m(\theta_1^L) = 0$), alors il suit que le niveau de réserves choisi sous asymétrie d'information est supérieur à celui choisi en pleine information.

Effectivement, nous avons que $x^a(\theta_1) > x^s(\theta_1)$ lorsque le ratio du côté droit est positif, c'est-à-dire lorsque $-\delta(1-F(\hat{\theta}))\big[p - E(\theta_2|\theta_2 > \hat{\theta}) - bx\big] > (1-\alpha)m(\theta_1)$. En conséquence, le niveau de réserves mis au jour sous asymétrie d'information est supérieur à celui choisi en pleine information pour le type $\theta_1 = \theta_1^L$ et les θ_1 bas.

Proposition 3. *Si* (53) *tient, les types de firmes les plus efficaces dans l'activité d'exploration, c'est-à-dire les firmes pour lesquelles* $(1-\alpha)m(\theta_1) < -\delta(1 - F(\hat{\theta}))\big[p - E(\theta_2|\theta_2 > \hat{\theta}) - bx\big]$, *doivent mettre au jour un plus grand stock de réserves dans le cas asymétrique qu'en pleine information* $(x^a(\theta_1) > x^s(\theta_1))$.

L'intuition derrière ce résultat vient du fait que les firmes savent qu'elles auront un avantage informationnel lors de la période future, soit la période d'extraction. En conséquence lors de la phase exploratoire, certaines auront tendance à vouloir mettre au jour un plus grand stock de réserves, comparativement au cas symétrique, sachant qu'elles pourront tirer profit de leur information privée une fois la période d'extraction venue.

3.2.4 La redevance optimale

Cette sous-section concerne la redevance optimale lorsqu'il est impossible pour le gouvernement de s'engager à des redevances futures. Si nous chercherions à trouver la redevance optimale dans un cas où l'engagement intertemporel du gouvernement serait possible, alors la démarche à faire serait similaire à celle présentée dans cette sous-section.

En pleine information, le principal cherche à récupérer l'entièreté de la rente d'extraction, ce qui l'oblige à subventionner l'activité d'exploration des firmes. Une façon de faire pour le principal est de rembourser l'entièreté des dépenses d'exploration $(R_1(x) = -C_1(x, \theta_1))$ pour ensuite demander à l'agent de payer une redevance d'extraction $R_2(q) = pq(\theta_2) - C_2(q, \theta_2)$. Ainsi, les firmes fonctionnent à profit nul à chaque période. Il est cependant important de comprendre que c'est la somme du surplus des producteurs des deux périodes qui compte, c'est-à-dire qu'une firme pourrait faire des pertes en période d'exploration si le contrat du principal assure qu'elle comblera ces pertes en période d'extraction.

Suite à la résolution du problème asymétrique, nous sommes maintenant en mesure d'obtenir le menu de contrats optimal offert par le gouvernement. Ce menu est fonction de la quantité découverte x en première période et de la quantité extraite q en deuxième période.

Nous posons $R_1^*(x)$ et $R_2^*(q)$ comme étant ces fonctions qui réaliseront le programme décrit dans les sections précédentes. Nous supposons de plus que $\theta_1^L = 0$ et $\theta_2^L = 0$. Une autre façon de voir cette supposition est de dire que le prix est net de θ_1^L et θ_2^L. Cette supposition ne contraint pas davantage notre analyse (Gaudet *et al.* 1995). Maintenant, considérons la redevance de deuxième période. Par la contrainte (19), nous dérivons que :

$$\frac{dR_2}{dq_2} = p - \theta_2 - bq \tag{61}$$

lorsque $\frac{dq}{d\theta_2} < 0$. Cela est vrai pour $q(\theta_2)$ qui satisfait l'équation (32).

Maintenant, posons $\Theta_2(q)$ comme étant la valeur de θ_2 qui résout exactement l'équation (32). En substituant pour la valeur de θ_2 dans l'équation (61) et en utilisant le fait que $\int_0^q MIN[\Theta_2(\tau), \theta_2^H] d\tau = \int_{q(\theta_2^H)}^q \Theta_2(\tau) d\tau + \theta_2^H q(\theta_2^H)$, nous obtenons (Gaudet *et al.* 1995) :

$$R_2^*(q) = pq - \frac{b}{2}q^2 - \int_{q(\theta_2^H)}^q \Theta_2(\tau) d\tau - \theta_2^H q(\theta_2^H). \tag{62}$$

La condition $\Pi_2(\theta_2^H) = 0$ a été utilisée afin d'éliminer la constante d'intégration dans l'équation (62).

On peut maintenant vérifier qu'une firme de type $\theta_2 \in [\theta_2^L, \theta_2^H]$ qui fait face à un régime de redevances du gouvernement choisira $q \in [0, x]$, afin de maximiser ses profits nets de la redevance, tel que :

$$q(\theta_2, x) = \begin{cases} x^a(\theta_1) & \text{si } \theta_2^L \leq \theta_2 \leq \Theta_2(x) \\ \\ q^a(\theta_2, x) & \text{si } \Theta_2(x) < \theta_2 < \Theta_2(0) \\ \\ 0 & \text{si } \Theta_2(0) \leq \theta_2 \leq \theta_2^H, \end{cases}$$

qui est le résultat désiré et où $x^a(\theta_1)$ et $q^a(\theta_2, x)$ sont respectivement donnés par les équations (49)(ou (60)) et (33).

Maintenant, si on considère la période d'exploration, la redevance doit être telle que $R_1(x) + C_1(x, \theta_1) \leq \delta\Psi(x)$. Prenons la valeur de $x(\theta_1)$ qui résout l'équation (46). Puisque $\frac{dx}{d\theta_1} < 0$ est satisfait, alors on trouve de (38) :

$$\frac{dR_1}{dx} = -\theta_1 - cx + \delta\frac{d\Psi(x)}{dx}. \tag{63}$$

Posons $\Theta_1(x)$ comme étant la valeur de θ_1 qui résout exactement l'équation (48). En substituant pour θ_1 dans l'équation (63), et en utilisant le fait que $\int_0^x MIN[\Theta_1(\tau), \theta_1^H]\mathrm{d}\tau = \int_{x(\theta_1^H)}^x \Theta_1(\tau)\mathrm{d}\tau + \theta_1^H x(\theta_1^H)$, nous trouvons que la redevance optimale de première période peut être écrite comme :

$$R_1^*(x) = -\frac{c}{2}x^2 - \int_{x(\theta_1^H)}^x \Theta_1(\tau)\mathrm{d}\tau - \theta_1^H x(\theta_1^H) + \delta\Psi(x). \tag{64}$$

Afin d'éliminer la constante d'intégration dans l'équation (64), nous avons utilisé la condition que $\Pi_1(\theta_1^H) = 0$.

Maintenant, nous savons déjà que $\Psi(x)$, soit le surplus espéré d'une firme pour la période d'extraction, est donné par :

$$\Psi(x) \equiv \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Pi_2(\theta_2, x) f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2.$$

Ainsi, puisque $\Pi_2(\theta_2, x) \equiv \phi(\theta_2; \theta_2)$, nous pouvons voir par l'équation (16) que $\Pi_2(\theta_2, x)$ est linéaire en θ_2, ce qui implique que $E(q(\theta_2)) = q(E\theta_2)$. Nous pouvons réécrire le surplus espéré d'une firme à la période d'extraction comme :

$$\begin{aligned}
\Psi(x) &\equiv \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Pi_2(\theta_2, x) f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2 \\
&\equiv \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Big[pq(\theta_2) - \theta_2 q(\theta_2) - \frac{b}{2} q(\theta_2)^2 - R_2(\theta_2, x)\Big] f(\theta_2) \mathrm{d}\theta_2 \\
&\equiv pq(E\theta_2) - E\theta_2 q(E\theta_2) - \frac{b}{2} q(E\theta_2)^2 - R_2(E\theta_2).
\end{aligned}$$

Prenons maintenant la redevance optimale espérée de l'équation (62) et substituons la dans cette dernière équation :

$$\begin{aligned}
\Psi(x) \equiv\ & pq(E\theta_2) - E\theta_2 q(E\theta_2) - \frac{b}{2} q(E\theta_2)^2 \\
& - \Big[pq(E\theta_2) - \frac{b}{2} q(E\theta_2)^2 - \int_{q(\theta_2^H)}^{q} \Theta_2(\tau) d\tau - \theta_2^H q(\theta_2^H)\Big].
\end{aligned}$$

Réécrivons cette dernière en y ajoutant le facteur d'actualisation :

$$\delta\Psi(x) \equiv \delta\Big[\theta_2^H q(\theta_2^H) - E\theta_2 q(E\theta_2) + \int_{q(\theta_2^H)}^{q} \Theta_2(\tau) d\tau\Big].$$

Contrairement à la période d'extraction, la redevance de la période d'exploration peut prendre la forme d'une taxe ou d'une subvention selon son signe. Nous allons donc pouvoir établir sous quelles conditions la redevance prendra quelle forme :

$$R_1^*(x) = \begin{cases}
\text{Taxe } \big(R_1^* > 0\big) & \text{si } \delta\Psi(x) > \frac{c}{2}x^2 + \int_{x(\theta_1^H)}^{x} \Theta_1(\tau)\mathrm{d}\tau + \theta_1^H x(\theta_1^H) \\[2ex]
\text{Nulle } \big(R_1^* = 0\big) & \text{si } \delta\Psi(x) = \frac{c}{2}x^2 + \int_{x(\theta_1^H)}^{x} \Theta_1(\tau)\mathrm{d}\tau + \theta_1^H x(\theta_1^H) \\[2ex]
\text{Subvention } \big(R_1^* < 0\big) & \text{si } \delta\Psi(x) < \frac{c}{2}x^2 + \int_{x(\theta_1^H)}^{x} \Theta_1(\tau)\mathrm{d}\tau + \theta_1^H x(\theta_1^H).
\end{cases}$$

Si la ressource est trop facile d'accès, le gouvernement peut vouloir imposer une sorte de taxe à l'agent pour avoir le « droit » d'explorer la ressource pour lui. Par exemple, si les dépenses encourues par une firme lors de l'activité d'exploration sont minimes comparé à son surplus espéré de la période d'extraction, alors le gouvernement va vouloir imposer une redevance à l'activité d'exploration. Dans ce cas, bien que la firme ne fait aucun profit lors de l'activité d'exploration, elle peut devoir payer une redevance au gouvernement en plus de devoir subir l'entièreté de ses coûts d'exploration. Si au contraire les dépenses d'exploration d'une firme sont supérieures à son surplus espéré de la période d'extraction, le gouvernement va devoir offrir une subvention à l'activité d'exploration de cette firme.

3.3 Engagement du gouvernement

Nous avons jusqu'à maintenant supposé que le gouvernement pouvait s'engager à un régime de redevances seulement pour la période courante. Une telle hypothèse peut refléter l'idée qu'un gouvernement aujourd'hui ne peut pas engager un gouvernement futur à un régime de redevance en particulier (Gaudet *et al.* 1995). Dans un contexte où le gouvernement peut s'engager à un régime de redevances sur plusieurs périodes, il faut essentiellement comprendre qu'il ne peut pas faire pire que s'il ne pouvait pas s'engager. La raison pour cela est que s'il peut s'engager, il peut offrir le menu de contrats qui aurait été prescrit s'il ne s'engageait pas. Il est cependant intéressant de voir comment l'engagement possible du gouvernement pourrait affecter les résultats de notre modèle. Nous étudions cet effet sur les différents cas de notre modèle. Nous commençons par le cas où tous les types de firmes épuisent leur stock de réserves et deuxièmement, où certaines firmes doivent laisser une partie de leurs réserves inexploitées.

3.3.1 Épuisement du stock

Quand l'engagement intertemporel du gouvernement n'est pas possible, alors son régime de redevances optimales dépendra du rapport de coût $\tilde{\theta}_t$ des firmes au début de chaque période t. Une telle firme doit alors anticiper les demandes du gouvernement face à son futur rapport de coût $\tilde{\theta}_2$ lorsqu'elle produit son rapport de coût pour la période d'exploration $\tilde{\theta}_1$. Cependant, le principal et l'agent savent tous les deux que la firme pourra utiliser de l'information privée qu'elle obtiendra au début de la période d'extraction à son avantage. Par conséquent, le gouvernement fait face à un problème de sélection adverse à chaque période (Gaudet *et al.* 1995).

Si l'engagement du gouvernement est permis, le principal peut se commettre à un régime de redevances pour les deux périodes et ce, au début de sa relation avec les firmes. En conséquence, la firme ne doit plus anticiper la réponse du gouvernement face à son futur rapport de coût $\tilde{\theta}_2$ parce qu'elle est directement donnée par le principal au début de l'entente. L'engagement du gouvernement élimine également la possibilité que les firmes utilisent à leur avantage l'information privée qu'elles possèderont au début de la période d'extraction. Effectivement, au début de l'entente, seule la fonction de densité et de distribution de θ_2 est connue par la firme. Cela fait en sorte qu'elle possède la même information que le gouvernement concernant la vraie valeur de son paramètre de coût d'extraction θ_2 (Gaudet *et al.* 1995). En résumé, lorsque le gouvernement peut s'engager complètement, il ne fait face qu'une seule fois au cours de l'entente au problème de sélection adverse.

Le gouvernement voudra donc se commettre, au début de la relation, à une combinaison $\{R_1(\tilde{\theta}_1), x^c(\tilde{\theta}_1)\}$ et à une combinaison $\{R_2(\tilde{\theta}_2, x), q^c(\tilde{\theta}_2, x)\}$. Ici $x^c(\tilde{\theta}_1)$ et $q^c(\tilde{\theta}_2)$ désignent respectivement le stock de ressources découvert et la quantité extraite si le gouvernement peut s'engager aux redevances futures. La réponse d'une firme est donc $\tilde{\theta}_1$ à la période d'exploration et $\tilde{\theta}_2$ à la période d'extraction. Le principal doit également tenir compte de la contrainte de rationalité, contrainte qui assure la participation des firmes en faisant en sorte que l'espérance de leur surplus total ne soit pas négatif (à la période d'exploration) et qu'elles ne fassent pas un profit négatif à la dernière période. Par le principe de révélation, nous nous attarderons aux mécanismes d'incitation pour lesquels les firmes choisiront de révéler leur vrai paramètre de coût, c'est-à-dire où $\tilde{\theta}_t = \theta_t$ pour $t = 1, 2$ (Baron et Myerson 1982 ; Gaudet *et al.* 1995). En utilisant les mêmes techniques de substitution directe et d'intégration par partie que dans les cas précédents, nous trouvons que le problème du gouvernement se résume à un choix de $x(\theta_1)$ au début de la période d'exploration afin de maximiser

$$V = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} \Bigg\{ -\theta_1 x - \frac{c}{2}x^2 - (1-\alpha)x(\theta_1)m(\theta_1) + \delta \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \Big[px - \theta_2 x - \frac{b}{2}x^2 \Big] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 \Bigg\} g(\theta_1)\mathrm{d}\theta_1 - (1-\alpha)\Pi_1(\theta_1^H) \quad (65)$$

sujet à l'hypothèse d'épuisement de la ressource (50), à $\Pi_1(\theta_1^H) \geq 0$ et à $x^c(\theta_1) \geq 0$, où $x^c(\theta_1)$ est le stock de réserves optimal si le gouvernement peut s'engager.

La maximisation exige que $\Pi_1(\theta_1^H) = 0$. Il reste maintenant à déterminer une solution pour x. Nous avons la condition pour une solution intérieure :

$$\theta_1 + cx + (1-\alpha)m(\theta_1) = \delta\Big[p - E\theta_2 - bx\Big]. \quad (62)$$

En isolant pour $x^c(\theta_1)$ on obtient :

$$x^c(\theta_1) = \frac{-\theta_1 - (1-\alpha)m(\theta_1) + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}. \quad (66)$$

On peut voir que le résultat obtenu pour x sans engagement du gouvernement à l'équation (49) est le même que le résultat obtenu en (66). La raison pour cela est que les paramètres du modèle sont contraints par notre hypothèse d'épuisement de la ressource.

3.3.2 Possibilité de non-épuisement du stock

Similairement au problème précédent, l'engagement du gouvernement fait en sorte que la firme ne peut tirer avantage de son information privée qu'au début de l'entente. Encore une fois, en utilisant le principe de révélation ainsi que les mêmes techniques de substitution directe et d'intégration par partie que dans les cas précèdents, nous trouvons que le problème du gouvernement se résume à un choix de $x(\theta_1)$ et $q(\theta_2)$ au début de la période d'exploration afin de maximiser

$$V = \int_{\theta_1^L}^{\theta_1^H} \Bigg\{ -\theta_1 x - \frac{c}{2}x^2 - (1-\alpha)x(\theta_1)m(\theta_1) + \delta \int_{\theta_2^L}^{\theta_2^H} \left[pq - \theta_2 q - \frac{b}{2}q^2\right] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 \Bigg\} g(\theta_1)\mathrm{d}\theta_1 - (1-\alpha)\Pi_1(\theta_1^H) \quad (67)$$

sujet à $\Pi_1(\theta_1^H) \geq 0$, $\Pi_2(\theta_2^H) \geq 0$ et à $0 \leq q \leq x$.

La maximisation exige encore une fois que $\Pi_1(\theta_1^H) = 0$. Il nous reste maintenant à trouver une solution pour x et q. Une solution intérieure pour q doit satisfaire :

$$p - \theta_2 - bq = 0. \quad (68)$$

Cette dernière condition implique donc que $q^c(\theta_2) = \frac{1}{b}[p-\theta_2]$, où $q^c(\theta_2)$ est la quantité optimale à extraire si le gouvernement peut s'engager. Ce résultat concorde avec la solution (12) où l'information est parfaite. Par conséquent on peut caractériser la solution de la période d'extraction comme :

$$q^c(\theta_2, x) = \begin{cases} x & \text{si } \frac{1}{b}\left[p - \theta_2\right] \geq x \\ q^c(\theta_2) & \text{si } \frac{1}{b}\left[p - \theta_2\right] < x, \end{cases} \quad (69)$$

où le résultat pour $q^c(\theta_2)$ est équivalent à celui obtenu à l'équation (12).

Une solution intérieure pour x doit satisfaire,

$$\begin{aligned} \theta_1 + cx + (1-\alpha)m(\theta_1) = \delta & \int_{\theta_2^L}^{\hat{\theta}^c(x^c)} \Big[p - \theta_2 - bx\Big] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 \frac{dq}{dx} \\ & + \delta \int_{\hat{\theta}^c(x^c)}^{\theta_2^H} \Big[p - \theta_2 - bq\Big] f(\theta_2)\mathrm{d}\theta_2 \frac{dq}{dx} \\ & + \delta \Big[px(\hat{\theta}^c) - \theta_2 x(\hat{\theta}^c) - \frac{b}{2} x(\hat{\theta}^c)^2\Big] f(\hat{\theta}^c) \\ & - \delta \Big[px(\hat{\theta}^c) - \theta_2 x(\hat{\theta}^c) - \frac{b}{2} x(\hat{\theta}^c)^2\Big] f(\hat{\theta}^c), \end{aligned} \tag{70}$$

où $\hat{\theta}^c$ prend la même signification que $\hat{\theta}$ mais pour le cas où le gouvernement peut s'engager sur plusieurs périodes. Il s'agit donc de la valeur maximale que θ_2 peut prendre pour qu'une firme produise $q^c(\theta_2) = x^c(\theta_1)$. Formellement, cette valeur critique peut s'écrire comme :

$$\hat{\theta}^c(x^c(\theta_1)) = \max\left[\theta_2 \mid q^c(\theta_2, x) = x^c(\theta_1)\right]. \tag{71}$$

Nous pouvons réécrire l'équation (70) en considérant que $\frac{dq}{dx} = 1$ pour l'ensemble $[\theta_2^L, \hat{\theta}^c]$ et que $\frac{dq}{dx} = 0$ pour l'ensemble $[\hat{\theta}^c, \theta_2^H]$. Par conséquent, en isolant pour $x^c(\theta_1)$ nous obtenons :

$$x^c(\theta_1) = \frac{-\theta_1 - (1-\alpha)m(\theta_1) + \delta[p - E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^c)]F(\hat{\theta}^c)}{c + \delta b F(\hat{\theta}^c)}. \tag{72}$$

Comme l'extraction requise par le contrat optimal du gouvernement s'il peut s'engager sur plusieurs périodes est la même que dans la situation de pleine information ($q^c(\theta_2) = q^s(\theta_2)$), alors nous avons nécessairement que $\hat{\theta}^c \geq \hat{\theta}$, c'est-à-dire que l'agent épuisera généralement plus facilement son stock de ressources, comparativement au cas asymétrique sans engagement, puisque la quantité extraite est nécessairement plus grande ou égale ($q^c(\theta_2) \geq q^a(\theta_2)\ \forall \theta_2 \in [\theta_2^L, \theta_2^H]$).

Nous cherchons à déterminer si $x^c \leq x^s$, ce qui impliquerait, en raison de notre hypothèse d'épuisement de la ressource (6), que le contrat optimal du gouvernement s'il peut s'engager aux redevances futures requiert que tous les types de firmes épuisent leur stock initial.

Reprenons l'équation (9) qui découle de notre hypothèse (6) d'épuisement de la ressource en pleine information :

$$\frac{1}{b}[p - \theta_2^H] \geq \frac{-\theta_1^L + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}.$$

Cette condition implique qu'il sera optimal pour tous les types de firmes d'extraire l'entièreté de leur stock de ressources en pleine information. Ainsi, dans un tel cas, aucune firme ne laisse une partie de son stock inexploitée. Afin de pouvoir comparer le stock mis au jour par le gouvernement s'il peut s'engager sur plusieurs périodes $x^c(\theta_1)$ au stock mis au jour dans le cas de pleine information $x^s(\theta_1)$, nous introduisons une nouvelle notation, soit $\hat{\theta}^s(x^s(\theta_1))$. C'est la valeur maximale que θ_2 peut prendre pour qu'une firme produise $q^s(\theta_2) = x^s(\theta_1)$. En raison de (6), le stock est nécessairement épuisé pour tous les types de firmes en pleine information, ce qui implique que la valeur $\hat{\theta}^s(x^s(\theta_1))$ est telle que $\hat{\theta}^s(x^s(\theta_1)) \geq \theta_2^H$ pour tous les types de firmes. Par conséquent, en pleine information, nous avons que $E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^s) = E\theta_2$.

En regardant la condition analogue à (9) dans le cas où le gouvernement peut s'engager sur plusieurs périodes, nous trouvons :

$$\frac{1}{b}[p - \theta_2^H] \geq \frac{-\theta_1^L + \delta[p - E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^c)]F(\hat{\theta}^c)}{c + \delta b F(\hat{\theta}^c)}.$$

En pleine information, nous avons que $\hat{\theta}^s(x^s(\theta_1^L)) \geq \theta_2^H$ par hypothèse. Étant donné que la quantité extraite si le gouvernement peut s'engager est la même qu'en pleine information pour tous les types de firmes ($q^c(\theta_2) = q^s(\theta_2)\ \forall\theta_2$) et qu'il n'y a aucune inefficacité introduite dans l'activité d'exploration du type de firme le plus efficace ($\theta_1 = \theta_1^L$), la valeur maximale que θ_2 peut prendre pour que $q^c(\theta_2^H) =$

$x^c(\theta_1^L)$ doit être la même qu'en pleine information ($\hat{\theta}^c(x^c(\theta_1^L)) = \hat{\theta}^s(x^s(\theta_1^L)) \geq \theta_2^H$). Cela impliquerait alors que l'espérance conditionnelle $E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^c)$ pour un stock de réserves $x^c(\theta_1^L)$ est telle que $E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^c) = E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^s) = E\theta_2$.

En considérant plutôt un type de firme qui verrait une inefficacité introduite dans son activité d'exploration ($\theta_1 > \theta_1^L$), nous aurions une augmentation de la valeur critique $\hat{\theta}^c(x^c(\theta_1))$ par rapport à celle en pleine information $\hat{\theta}^s(x^s(\theta_1))$, étant donné que la rente d'information marginale $(1-\alpha)m(\theta_1)$ introduite par le contrat optimal du gouvernement vient réduire l'effort d'exploration des firmes. Par conséquent, nous avons pour tout θ_1 que $\hat{\theta}^c(x^c(\theta_1)) \geq \hat{\theta}^s(x^s(\theta_1)) \geq \theta_2^H$, ce qui implique que $E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^c) = E\theta_2$ pour tous les types de firmes. Nous avons donc nécessairement que $x^c(\theta_1) \leq x^s(\theta_1)$ $\forall \theta_1 \in [\theta_1^L, \theta_1^H]$, ce qui fait que tous les types de firmes vont épuiser leur stock de réserves.

Nous trouvons qu'il est impossible que $x^c(\theta_1) > x^s(\theta_1)$ puisque $E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^c) = E\theta_2$. Afin de voir que cela est impossible, regardons la condition sur les paramètres afin que cette inégalité soit respectée :

$$\frac{-\theta_1 + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b} - \frac{(1-\alpha)m(\theta_1)}{c + \delta b} > \frac{-\theta_1 + \delta[p - E\theta_2]}{c + \delta b}.$$

Nous voyons que cette condition ne peut jamais être respectée et ce, même si $\theta_1 = \theta_1^L$. Comme $\{E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^c) = E\theta_2\}$, nous trouvons que l'effort d'exploration est toujours inférieur ou égal, comparativement à la situation de pleine information, si le gouvernement peut s'engager à des redevances sur plusieurs périodes ($x^c(\theta_1) \leq x^a(\theta_1)$ $\forall \theta_1 \in [\theta_1^L, \theta_1^H]$).

Dans un tel cas, nous avons que $q^c(\theta_2) = x^c(\theta_1)$ pour toutes les firmes. Le résultat pour $x^c(\theta_1)$ en (72) est donc le même que $x^a(\theta_1)$ en (49) (cas où la ressource est nécessairement épuisée), car $E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^c) = E\theta_2$. L'engagement du gouvernement amène, dans le modèle avec possibilité d'épuisement du stock, qu'il ne sera jamais optimal de laisser une partie du stock *in situ*.

De plus, le contrat optimal du gouvernement s'il est possible pour lui de s'engager à des redevances futures vient réduire l'effort d'exploration de tous les types de firmes ($x^c(\theta_1) < x^a(\theta_1)\ \forall \theta_1 \in [\theta_1^L, \theta_1^H]$) par rapport au cas asymétrique sans engagement où la ressource n'est pas nécessairement épuisée (section 3.2.3) puisque $E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta}^c) = E(\theta_2) > E(\theta_2|\theta_2 \leq \hat{\theta})$. Par conséquent, le résultat obtenu à l'équation (72) pour l'effort d'exploration optimal des firmes est inférieur à celui obtenu pour le cas asymétrique sans engagement à l'équation (60).

Proposition 4. *L'engagement du gouvernement sur les redevances futures amène une baisse de l'effort optimal d'exploration des firmes par rapport au cas asymétrique sans engagement.*

En conséquence, d'un point de vue social, l'engagement du gouvernement peut être bénéfique ou défavorable à l'exploration des firmes. Effectivement, si le problème d'information amène une firme à mettre au jour un plus grand stock de ressources qu'en pleine information, l'engagement du gouvernement peut réduire cette inefficacité introduite par son contrat optimal et donc ramener le stock de réserves découvert vers le niveau qui serait Pareto efficace. Cependant, si au contraire l'asymétrie d'information amène un type de firme à mettre au jour un plus petit stock de ressources qu'en pleine information, l'engagement du gouvernement augmenterait l'inefficacité introduite par son contrat optimal.

CONCLUSION

En conclusion, notre analyse du problème d'exploration nous donne des résultats qualitatifs qui nous aident à mieux comprendre l'effet de l'asymétrie d'information sur l'effort d'exploration des firmes. Le but de ce travail était d'ajouter un aspect endogène au stock de réserves des firmes dans un problème d'agence avec antisélection concernant l'exploitation dynamique d'une ressource naturelle non renouvelable. En faisant ainsi, nous trouvons de quelle façon le problème d'information influence l'effort d'exploration optimal des firmes par rapport au cas où l'information est parfaite. Nous avons présenté une version simple de notre problème, un modèle à deux périodes comprenant une période d'exploration et une période d'extraction. Ce modèle nous a permis de trouver des implications qualitatives de l'asymétrie d'information sur l'effort d'exploration optimal des firmes. Finalement, nous avons analysé les différentes variantes de notre modèle lorsqu'il est possible pour le gouvernement de s'engager à des redevances sur plusieurs périodes.

Dans le cas symétrique, nous avons fait l'hypothèse que la ressource est nécessairement épuisée à la dernière période. Cette hypothèse nous permet de comparer nos résultats du cas asymétrique à une solution de premier rang où l'extraction de toutes les firmes est contrainte par un stock de réserves non renouvelables. Par contre, cette hypothèse d'épuisement de la ressource dans le cas symétrique n'implique pas nécessairement l'épuisement de la ressource pour toutes les firmes dans le cas asymétrique. Par conséquent, nous avons considéré la possibilité de deux cas différents pour le cas asymétrique.

Les principaux résultats trouvés dans le cadre de ce mémoire sont que le stock de ressources découvert par la firme n'est pas nécessairement plus petit dans le cas asymétrique, et que même la firme la plus efficace est affectée par le problème d'asymétrie d'information. Dans le cas asymétrique, par rapport au cas symétrique, le stock de réserves découvert est modifié par deux différentes inefficacités : l'une réduit l'effort d'exploration des firmes alors que l'autre l'augmente. La première inefficacité réduisant le stock de réserves découvert varie selon le type de firme et affecte davantage les firmes inefficaces que les firmes efficaces. La deuxième, qui augmente l'effort d'exploration des firmes, dépend de la valeur critique $\hat{\theta}(x^a(\theta_1))$ de chacune des firmes. De plus, en asymétrie d'information, nous trouvons qu'il est possible qu'une partie des réserves mises au jour par une firme soit laissée inexploitée.

S'il est possible pour le gouvernement de s'engager à un régime de redevances sur plusieurs périodes, l'effort d'exploration optimal des firmes pourrait être réduit par rapport au cas asymétrique sans engagement. Cela implique donc que l'engagement du gouvernement sur plusieurs périodes pourrait être bénéfique d'un point de vue social pour une firme qui met au jour un plus grand stock dans le cas asymétrique qu'en pleine information. Dans ce cas, l'engagement du gouvernement ramènerait son niveau de stock découvert vers le niveau qui est Pareto optimal.

Ces résultats ont été obtenus en faisant l'hypothèse que les paramètres de coût n'étaient pas corrélés temporellement. Nous avons ignoré intentionnellement la possibilité de corrélation temporelle afin de porter notre attention sur la dynamique d'un stock de réserves non renouvelables dans le cas où une firme possède de l'information privée sur ses coûts d'exploration et d'extraction. Cette hypothèse semble plus naturelle étant donné la différente nature des coûts entre les deux périodes. Il pourrait cependant être intéressant de considérer une corrélation partielle entre les coûts d'exploration et d'extraction. Par exemple, la profondeur de la mine pourrait affecter non seulement le coût marginal d'exploration mais également, d'une façon différente, le coût marginal d'extraction. De plus, il pourrait être intéressant de considérer le problème que nous avons étudié dans un modèle à trois périodes comprenant une période d'exploration suivie de deux périodes d'extraction.

BIBLIOGRAPHIE

Aghion, P. et Quesada, L. (2009). Petroleum contracts : What does contract theory tell us ? *Populism and natural resources", W. Hogan and F. Sturzenegger (eds), MIT Press, Cambridge, MA.*

Baron, D. P. (1989). Design of regulatory mechanisms and institutions. *Handbook of industrial organization*, *2*, 1347–1447.

Baron, D. P. et Besanko, D. (1984). Regulation and information in a continuing relationship. *Information Economics and Policy*, *1*(3), 267–302.

Baron, D. P. et Myerson, R. B. (1982). Regulating a monopolist with unknown costs. *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, *50*(4), 911–930.

Dasgupta, P., Hammond, P. et Maskin, E. (1980). On imperfect information and optimal pollution control. *The Review of Economic Studies*, *47*(5), 857–860.

Gaudet, G. (2007). Natural resource economics under the rule of hotelling. *Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique*, *40*(4), 1033–1059.

Gaudet, G. et Lasserre, P. (sous presse). The management of natural resources under asymmetry of information. *Annual Review of Resource Economics*, *7*(1).

Gaudet, G., Lasserre, P. et Van Long, N. (1991). *Optimal resource royalties with unknown and temporally independent extraction cost structures*. Rapport technique, Cahier de recherche No. 66, CERPE, Université du Québec à Montréal.

Gaudet, G., Lasserre, P. et Van Long, N. (1995). Optimal resource royalties with unknown and temporally independent extraction cost structures. *International Economic Review*, *36*(3), 715–749.

Hotelling, H. (1931). The economics of exhaustible resources. *The journal of political economy*, *39*(2), 137–175.

Hotelling, H. (1938). The general welfare in relation to problems of taxation and of railway and utility rates. *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, *6*(3), 242–269.

Kwerel, E. (1977). To tell the truth : Imperfect information and optimal pollution control. *The Review of Economic Studies*, *44*(3), 595–601.

Laffont, J.-J. et Salanié, F. (2006). Incentives and the search for unknown resources such as water. In *Frontiers in Water Resource Economics* 21–41. Springer.

Laffont, J.-J. et Tirole, J. (1986). Using cost observation to regulate firms. *The Journal of Political Economy*, *94*(3), 614–641.

Osmundsen, P. (1995). Taxation of petroleum companies possessing private information. *Resource and Energy Economics*, *17*(4), 357–377.

Osmundsen, P. (1998). Dynamic taxation of non-renewable natural resources under asymmetric information about reserves. *Canadian Journal of Economics*, *31*(4), 933–951.