UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

SOUTENABILITÉ DE LA DETTE PUBLIQUE AU QUÉBEC : UNE ÉTUDE EMPIRIQUE

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR

PIERRE-YVES MAILHOT

FÉVRIER 2014

REMERCIEMENTS

J'aimerais grandement remercier mon directeur de recherche, le professeur Steve Ambler, pour ses nombreux conseils. J'ai grandement apprécié sa disponibilité et son engagement tout au long de ma maîtrise.

Je remercie également le professeur Bernard Élie, aujourd'hui à la retraite, pour m'avoir généreusement offert de son temps pour discuter d'économie et me guider quand ce retour aux études n'était encore qu'une idée.

Je souhaite témoigner aussi toute mon appréciation à mes proches, en particulier mes parents et mon frère, ainsi que Véronique, qui m'ont soutenu chacun à leur manière pendant ce retour aux études.

Finalement, je salue tous mes collègues étudiants de l'UQAM qui, par leur entrain, ont rendu cette expérience des plus agréables.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES v

LISTE DES TABLEAUX vii

RÉSUMÉ ix

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I
REVUE DE LITTÉRATURE 6

CHAPITRE II
MÉTHODOLOGIE 11

2.1 Contrainte budgétaire intertemporelle 11

2.2 Tests de non stationnarité 13

2.2.1 Choix du nombre de retards 14

2.3 Tests complémentaires 15

2.3.1 Test de non stationnarité de DF_{τ}^{GLS} 15

2.3.2 Test de stationnarité de KPSS 16

2.3.3 Approche de Hamilton et Flavin 17

2.4 Changement structurel dans les séries sur la dette 18

2.5 Intégration et cointégration 18

2.6 Modèle de projection 20

2.6.1 Détermination des états de la nature 22

2.6.2 Détermination de la table de probabilité 24

CHAPITRE III
LES DONNÉES 26

3.1 Données pour le test de stationnarité 29

3.1.1 Données pour le PIB 29

3.1.2 Données pour la dette 29

3.1.3 Part de la dette nette fédérale 32

3.1.4 Données pour le surplus primaire 33

3.2 Données pour les tests sur l'intégration et la cointégration 34
3.2.1 Données pour revenus et dépenses 34
3.3 Données pour le modèle ergodique 35
CHAPITRE IV
RÉSULTATS 37
4.1 Tests sur le ratio dette/PIB 37
4.1.1 Tests de non stationnarité sur le ratio dette/PIB 37
4.1.2 Tests de non stationnarité de DF_{τ}^{GLS} sur le ratio dette/PIB 41
4.1.3 Tests de stationnarité de $KPSS$ sur le ratio dette/PIB 41
4.2 Tests de non stationnarité sur la dette réelle et le surplus primaire réel . . . 42
4.3 Intégration et de cointégration 44
4.3.1 Intégration et cointégration pour la dette réelle et le surplus primaire réel 44
4.3.2 Intégration et cointégration pour les revenus réels et les dépenses réelles 46
4.4 Modèle de projection 48
4.4.1 Flexibilité du modèle 54
4.4.2 Sensibilité à l'année de départ 56
CONCLUSION 60
APPENDICE A
SITUATION DE LA DETTE DU GOUVERNEMENT DU QUÉBEC 62
APPENDICE B
DÉRIVATION DE LA CONTRAINTE AVEC REVENUS ET DÉPENSES . . . 64
APPENDICE C
ALGORITHME DE CLASSIFICATION À K-MOYENNES 66
RÉFÉRENCES 69

LISTE DES FIGURES

Figure		Page
3.1	Indices implicites du PIB canadien	27
3.2	Indices implicites combinés du PIB canadien et du Québec	28
3.3	Indice implicite combiné du PIB canadien et de l'IPC canadien	28
3.4	Évolution du PIB au Québec, en termes de dépenses	29
3.5	Dette financière nette du gouvernement du Québec selon la source de données	31
3.6	Dette financière nette du Québec et des municipalités	32
3.7	Dette financière nette combinée du Québec	33
3.8	Surplus primaire du gouvernement du Québec	34
3.9	Revenus et dépenses du gouvernement du Québec	35
4.1	Distribution du modèle avec $\theta = 0{,}01$	49
4.2	Projection du modèle avec $\theta = 0{,}01$	50
4.3	Distribution du ratio dette/PIB pour les années 1976 à 2008	51
4.4	Distribution du modèle avec $\alpha = 0{,}024$, $\theta = 0{,}01$ et point de départ à 0,33	52
4.5	Projection du modèle avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}01$ et point de départ à 0,33	52
4.6	Distribution du modèle avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}01$	53
4.7	Projection du modèle avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}01$	53
4.8	Distribution du modèle de base avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}02$	55
4.9	Projection du modèle de base avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}02$	55
4.10	Distribution du modèle modifié	56
4.11	Projection du modèle modifié	57
4.12	Distribution du modèle avec $\alpha = 0{,}024$, $\theta = 0{,}01$, état de départ modifié	58

4.13 Projection du modèle avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}01$, état de départ modifié 58

A.1 Évolution du ratio de la dette nette publique combinée du Québec sur le PIB 63

A.2 Évolution du ratio du service de la dette publique du gouvernement du Québec sur le PIB 63

C.1 Exemple simple d'analyse de classification par k-moyennes 67

LISTE DES TABLEAUX

Tableau Page

2.1 Tableau de résultats pour l'analyse à k-moyennes 23

2.2 Regroupement des années 25

2.3 Table de probabilités pour le passage d'un état à un autre 25

4.1 Valeurs critiques pour la statistique de Dickey-Fuller 38

4.2 Résultats des tests de non stationnarité du ratio dette/PIB 39

4.3 Résultats des tests de non stationnarité du ratio dette/PIB, période tronquée. 40

4.4 Valeurs critiques pour la statistique de DF_τ^{GLS} 41

4.5 Résultats des tests de non stationnarité du ratio dette/PIB avec statistique DF_τ^{GLS} 41

4.6 Valeurs critiques pour la statistique de $KPSS$ 42

4.7 Résultats des tests de non stationnarité du ratio dette/PIB avec statistique $KPSS$ 42

4.8 Résultats des tests de stationnarité sur la dette réelle et le surplus primaire réel. 43

4.9 Résultats des tests de stationnarité pour la dette réelle et le surplus primaire, ajusté avec IPC. 44

4.10 Valeurs critiques des statistiques de DF_τ pour les tests de cointégration 44

4.11 Résultats pour l'intégration d'ordre 0 de la dette réelle et le surplus primaire réel 45

4.12 Résultats pour l'intégration d'ordre 1 de la dette réelle et le surplus primaire réel 45

4.13 Résultats des tests de cointégration pour la dette réelle et le surplus primaire 46

4.14 Résultats pour l'intégration d'ordre 0 pour les revenus réels et les dépenses réelles 47

4.15 Résultats pour l'intégration d'ordre 1 pour les revenus réels et les dépenses réelles 47

4.16 Résultats des tests de cointégration pour les revenus réels et les dépenses réelles 48

4.17 Quartiles de la distribution actuelle et selon le modèle 51

RÉSUMÉ

Depuis les dernières années, la question des dettes publiques a été au coeur de l'actualité économique. Suite à la dernière crise financière et économique, les ratios d'endettement de nombreux pays ont atteint des niveaux inquiétants. Au Québec, la situation est considérée comme fragile et fait l'objet de nombreux débats. Les implications sont nombreuses puisque plusieurs politiques publiques sont mises en place en fonction de l'appréciation qui est faite de la situation. Ce mémoire, qui étudie la soutenabilité de la dette publique au Québec par des méthodes économétriques et l'élaboration d'un modèle simple de projection du niveau d'endettement, souhaite apporter un éclairage additionnel à ce débat.

De nombreux auteurs ont abordé la question de la dette publique et ont proposé différentes approches. Reprenant certaines d'entre elles, plusieurs tests économétriques sont réalisés sur différentes variables. Ce sont principalement des tests de non stationnarité et de cointégration basés sur les articles de Smith et Zin (1991) et de Afonso (2005). Les variables testées sont le ratio dette/PIB, la dette réelle, le surplus primaire, les revenus réels et les dépenses réelles. Ces tests sont surtout de type Dickey-Fuller augmenté et sont exécutés avec plusieurs variations selon le nombre de retards et la période couverte. Les données utilisées proviennent principalement de Statistiques Canada et de la Banque de données des statistiques officielles sur le Québec (BDSO). Par ailleurs, un modèle de projection ergodique, basé sur le modèle de Hall (2013), est développé. Des projections sur l'évolution du ratio dette/PIB au cours de la période 2010 à 2030 sont exécutées. Cette évolution est générée à partir d'une table de probabilité de différents états de la nature et des conditions économiques associées à chaque état. Ces états et leurs probabilités sont obtenus suite à une analyse par classification à k-moyennes de certaines données économiques des années 1976 à 2010. Différents ajustements sont apportés au modèle pour tester sa flexibilité et sa sensibilité, notamment l'état de l'année initiale.

Les résultats aux tests économétriques ne permettent pas de rejeter l'hypothèse nulle de non stationnarité. Quant aux tests de cointégration, la dette et le surplus primaire, tout comme les revenus et les dépenses, ne sont pas cointégrés. Ces résultats indiquent que la politique fiscale des dernières décennies au Québec serait non soutenable. Quant au modèle de projection, il indique que le scénario médian en est un d'augmentation lente du ratio dette/PIB. Si une diminution ou stabilisation du ratio d'endettement semble possible, la situation reste fragile et très sensible aux conditions économiques.

MOTS-CLÉS : dette, publique, soutenabilité, gouvernement, Québec

INTRODUCTION

Les dettes souveraines des pays développés ont longtemps été considérées comme des placements sûrs, les obligations américaines étant même souvent utilisées comme l'équivalent de l'actif sans risque dans la littérature financière. Cependant, depuis les deux dernières décennies, la hausse marquée du ratio dette/PIB de la majorité des pays développés a amené plusieurs chercheurs à s'interroger sur la soutenabilité de ces dettes et des politiques fiscales qui les ont générées. Ces questionnements se sont amplifiés suite à la dernière crise financière de 2007 - 2008. En effet, de nombreux États, aux prises avec une grave crise économique et ayant dû, dans plusieurs cas, renflouer massivement leur système bancaire respectif, se sont retrouvés avec des déficits majeurs. Ces déficits ont entraîné une hausse rapide du ratio dette/PIB de ces pays et certains de ces États, notamment la Grèce, ont dû avoir recours à une aide extérieure. Même les États-Unis, avec un ratio dette/PIB qui avoisine maintenant les 100 %, ont perdu en 2011 leur cote AAA auprès de l'agence Standard & Poors. Avec des prévisions de croissance économique modeste, selon l'OCDE, et des déficits qui tardent à se résorber malgré une politique d'austérité dans de nombreux pays, les ratios d'endettement sont appelés à continuer de croître dans les prochaines années.

Il est souvent tentant pour de nombreux commentateurs dans l'espace public de comparer la situation du Québec aux autres pays. Cette évaluation de la situation de l'endettement public au Québec par comparaison internationale doit pourtant être faite avec prudence, notamment parce que le Québec est un état fédéré et à cause des normes comptables en vigueur qui diffèrent d'un pays à l'autre. Avant de présenter l'état des lieux de la dette publique au Québec, il convient de résumer les différents concepts de dette qui seront utilisés dans ce mémoire.

Il existe en effet plusieurs manières de comptabiliser la dette publique. Les principaux concepts sont la dette brute, la dette nette, la dette des déficits cumulés et, finalement, la dette de l'ensemble du secteur public. Chaque concept donne un portrait différent du niveau d'endettement et de la situation financière d'un gouvernement. La dette brute représente l'ensemble de la dette directe consolidée à laquelle sont ajoutés les passifs nets au titre des régimes de retraite et des avantages sociaux futurs. Dans le cas du Québec, le montant accumulé dans le Fonds des générations [1] est soustrait pour obtenir le montant de la dette brute. Ce concept est utilisé par le gouvernement du Québec dans ses documents budgétaires, ce qui n'est pas le cas du gouvernement fédéral. La dette nette est obtenue en soustrayant à la dette brute l'ensemble des actifs financiers que possède le gouvernement. Il est important de noter que cette dernière définition fait référence au concept de dette nette au sens des comptes publics et non au sens économique. Dans ce mémoire, la référence à la dette nette sera toujours celle au sens des comptes publics. Ni le gouvernement fédéral ni le gouvernement québécois n'utilisent de manière officielle ce concept bien qu'il puisse apparaître dans certains documents budgétaires et de comptes publics. La dette des déficits cumulés se compose de la dette nette moins la valeur comptable des actifs non financiers comme le stock de capital physique. C'est ce concept qui se rapproche le plus de la dette nette au sens économique. C'est le concept de dette utilisé par le gouvernement fédéral dans ses documents budgétaires, concept également utilisé par le gouvernement québécois. Finalement, la dette de l'ensemble du secteur public représente l'ensemble des engagements du gouvernement. Cela inclut la dette brute à laquelle est ajoutée la dette des sociétés d'État, des municipalités et tout autre engagement pris par le gouvernement.

Le Canada, après la crise des finances publiques du début des années 90, est aujourd'hui considéré en très bonne posture. À la fin de l'exercice financier 2011-2012, la dette nette du gouvernement fédéral s'établissait à 650,1 milliards de dollars, représentant 37,8 % du PIB. La dette fédérale des déficits cumulés était quant à elle de 582,2 milliards de dollars,

1. Le Fonds des générations a été créé en 2006.

soit 33,8 % du PIB (Ministère des Finances du Canada, 2012). Néanmoins, à l'intérieur même du Canada, les différents États fédérés ont des situations variables à cet égard. Au Québec, la dette est depuis vingt ans déjà un facteur d'inquiétude. En effet, le niveau de la dette brute du gouvernement du Québec atteignait à la fin de l'exercice financier 2011-2012 le montant de 183,4 milliards de dollars soit 54,6 % du PIB. Sa dette nette était évaluée à 167,1 milliards de dollars et 49,8 % du PIB, ce qui avec une population en 2011 de 7 980 000 habitants, représentait donc un montant de 22 982 $/habitant. Par ailleurs, la dette des déficits cumulés représentait 114,1 milliards de dollars, soit 34,0 % du PIB (Ministère des Finances du Québec, 2012). Un graphique présentant l'évolution du ratio dette/PIB est présenté à l'apprendice A pour plus d'informations.

Au-delà de la dette, le coût des intérêts[2] à payer est un élément important dans l'évaluation de la situation de l'endettement. À la fin de l'exercice financier 2011-2012, le service de la seule dette du gouvernement québécois représentait 2,1 % du PIB, en baisse ces dernières années grâce aux taux d'intérêts très faibles qui ont cours actuellement. L'appendice A contient un graphique présentant l'évolution du coût du service de la dette publique du gouvernement par rapport au PIB.

Le redressement de la situation au milieu des années 90 ne s'est pas fait sans heurts. Tout d'abord, à Ottawa, plus de vingt années de déficits successifs avaient alors amené le déficit accumulé du gouvernement fédéral à un niveau de 562,9 milliards de dollars pour l'exercice financier 1996-1997, un montant qui représentait alors plus de 67 % du PIB canadien. Le redressement des finances publiques fédérales a commencé après l'exercice financier 1992-1993 (Ministère des Finances du Canada, 2007). Le déficit passe alors de plus de 39 milliards de dollars à un surplus de trois milliards cinq ans plus tard. À l'époque, bien que le gouvernement fédéral ait réduit ses dépenses de programmes, il

---

2. Le coût des intérêts est important car il représente le fardeau annuel pour le gouvernement et sa population du financement de sa dette. Pour un même niveau d'endettement, il peut améliorer ou aggraver l'évaluation de la situation. En effet, un service de la dette faible permettra à un gouvernement de plus facilement soutenir une dette élevée, ceteris paribus, dans la mesure où cette situation perdure selon l'échelonnement des engagements et l'évolution des taux d'intérêts.

a grandement bénéficié d'une économie en forte croissance, propulsée par la demande américaine. En effet, de la période 1992-1993 à 1997-1998, les dépenses, frais sur la dette exclus, sont passées de 122,1 G$ à 114,8 G$ alors que les revenus sont passés de 124,5 G$ à 160,9 G$. Malgré tout, les citoyens ont subi les effets de la compression des dépenses dans différents programmes comme en fait foi la réduction des paiements de transferts aux particuliers, qui sont passés de 41,0 G$ à 39,0 G$, toujours pour la même période de cinq ans. Il y a donc eu des effets directs dus aux réformes. Par exemple, la réforme de l'assurance-emploi a provoqué beaucoup de mécontentement, notamment dans les provinces maritimes, plus durement touchées. Il y eu également des effets indirects. En effet, le gouvernement fédéral a réduit ses transferts aux provinces, forçant celles-ci à absorber la perte de revenus et affectant les services qu'elles rendent à leurs citoyens. Sur la même période de cinq ans, les transferts aux autres administrations sont passées de 26,5 G$ à 20,5 G$.

Au Québec, la situation difficile a donc été aggravée par la réduction des transferts fédéraux et des réductions de dépenses majeures ont dû être effectuées. Certains services publics en subissent encore aujourd'hui les contrecoups, notamment le réseau de la santé qui a dû composer avec des milliers de départs anticipés à la retraite. Après avoir atteint plus de 5,8 milliards de dollars à l'exercice financier 1994-1995, le déficit fut éliminé en quatre ans grâce à un contrôle serré des dépenses pendant cette période et des conditions économiques avantageuses qui générèrent une hausse marquée des revenus. En effet, les dépenses de programmes passent de 36,2 G$ en 1994-1995 à seulement 37,1 G$ en 1998-1999. Pendant la même période, les revenus passent de 36,3 G$ à 43,8 G$.

Il ressort de ce rappel historique que la conjoncture économique, avec une croissance soutenue aux États-Unis et un taux de change favorisant grandement les entreprises exportatrices canadiennes, a joué un grand rôle pour permettre aux gouvernements fédéral et québécois d'éliminer leur déficit respectif et d'engranger des surplus, partiellement utilisés pour le remboursement de leurs dettes. À des degrés différents pour les deux paliers de gouvernement, la situation a continué de s'améliorer jusqu'à la crise économique et financière de 2007-2008. Depuis ce temps, le niveau d'endettement a re-

monté bien qu'il n'ait pas atteint les niveaux critiques des années 90. La situation reste donc néanmoins une source de préoccupation majeure d'autant plus qu'une croissance économique soutenue, qui permettrait de redresser la situation comme dans les années 90 et début 2000, ne semble pas se dessiner dans un horizon prévisible. Le principal partenaire économique du Canada et du Québec, les États-Unis, commencent à peine à montrer des signes de reprise. Un autre élément qui rend la situation fragile est la faiblesse des taux d'intérêts. Si ceux-ci devaient remonter sans que le Québec ne bénéficie d'une croissance économique à l'avenant, la hausse des frais sur la dette pourrait mettre en péril une situation budgétaire délicate et éventuellement amener le Québec à devoir à nouveau faire des choix difficiles, comme dans les années 90, avec toutes les conséquences sociales que cela implique.

Le niveau d'endettement est donc un enjeu majeur pour les Québécois car il sert à justifier un grand nombre de décisions qui affectent directement les services rendus aux citoyens et leur niveau d'imposition global. En effet, la gravité variable de la situation, selon l'angle d'observation et le type de dette utilisé, sert souvent d'argument dans les milieux politiques et socio-économiques pour défendre ou pourfendre un certain nombre de choix en matière de politiques publiques. Bien que tous reconnaissent qu'il faut s'attaquer au problème, il n'y a pas de consensus sur la rapidité avec laquelle il est nécessaire d'agir, en particulier dans un contexte économique fragile. Ce mémoire, qui a pour objectif d'étudier la soutenabilité de la dette publique au Québec par des méthodes économétriques et l'élaboration d'un modèle simple de projection du niveau d'endettement, pourrait apporter un éclairage additionnel à ce débat.

Ce mémoire est divisé en plusieurs parties. Tout d'abord, le CHAPITRE I présente un survol de la littérature existante sur la soutenabilité des dettes publiques. Le CHAPITRE II explique la méthodologie utilisée pour les tests économétriques et le modèle de projection. Le CHAPITRE III contient la description de toutes les séries de données utilisées ainsi que les explications des manipulations effectuées dans certains cas pour obtenir les séries temporelles nécessaires aux tests et au modèle. Finalement, le CHAPITRE IV présente les résultats et leur analyse, suivi de la conclusion.

CHAPITRE I

REVUE DE LITTÉRATURE

La théorie économique prévoit que tout agent économique qui agit sur plusieurs périodes est sujet à une contrainte budgétaire intertemporelle. Ainsi, à partir de la contrainte budgétaire du gouvernement sur une année, on peut bâtir sa contrainte budgétaire intertemporelle. Dans le cas d'un État qui, théoriquement, aurait une durée de vie infinie, cette contrainte signifie que la valeur actuelle de la dette de cet État doit être inférieure à la valeur présente des surplus à venir dans un horizon infini. Le non-respect de cette contrainte implique que la dette est non soutenable, cela signifie qu'un État devrait continuellement emprunter pour rembourser sa dette et que les prêteurs au gouvernement accepteraient de ne jamais être remboursés, au risque même de recevoir des paiements d'intérêts insuffisants. Dans une telle situation, le sentier d'endettement serait insoutenable et des correctifs seraient inévitables pour le gouvernement, ce qui se traduirait par une hausse des revenus fiscaux, une réduction des dépenses ou les deux. Dans le cas des États disposant de leur propre monnaie, la hausse des revenus peut se faire par l'entremise de la taxe à l'inflation.

Au cours des années, différentes approches ont été proposées pour vérifier la validité de la contrainte budgétaire intertemporelle des États. Parmi celles-ci, une des premières approches utilisées fût la vérification de la non stationnarité de la dette ou du taux d'endettement. Notamment, des tests de Dickey-Fuller et de Flood-Garber ont été effectués sur la dette américaine et le surplus primaire, soit le surplus gouvernemental excluant les paiements d'intérêts (Hamilton et Flavin, 1986). Ces tests utilisaient des

données annuelles qui couvraient la période allant de 1960 à 1984. Dans cette étude, les auteurs trouvaient que les données étaient compatibles avec le respect de la contrainte. Cette étude a été élargie aux données trimestrielles de 1960:1 à 1987:4 avec des tests de cointégration entre la dette et le surplus primaire (Haug, 1991). Les résultats rejettent l'hypothèse du non-respect de la contrainte. Une approche similaire a été utilisée pour tester la soutenabilité de la politique fiscale en Italie (Baglioni et Cherubini, 1993). Cette dernière étude utilisait des données mensuelles allant de janvier 1979 à mai 1991. Dans ce cas-ci, les auteurs concluaient au non-respect de la contrainte budgétaire intertemporelle.

Une autre approche consiste à évaluer la cointégration entre les revenus et les dépenses. Pour que la politique fiscale soit soutenable, l'évolution du niveau des dépenses, en incluant les paiements d'intérêts, ne doit pas être divergente de l'évolution du niveau des revenus. Avec cette approche, il a été trouvée que la politique fiscale du gouvernement américain ne respectait pas la contrainte budgétaire intertemporelle (Hakkio et Rush, 1991). Dans leur étude, Hakkio et Rush permettait des fluctuations dans le taux d'intérêt. Ils ont également testé des sous-périodes de leur échantillon qui contenaient des données trimestrielles de 1950:2 à 1988:4.

Des tests d'intégration et de cointégration sur la dette et le surplus primaire du gouvernement fédéral canadien ont été effectués par le passé (Smith et Zin, 1991). Les données utilisées étaient mensuelles et couvraient la période allant de 1946:1 à 1984:12. Les auteurs ont trouvé que la politique budgétaire du gouvernement n'obéissait pas à une contrainte budgétaire intertemporelle. Ils concluaient que différents facteurs, notamment comptables au niveau de la dette, pouvaient expliquer cette conclusion ou encore que les investisseurs anticipaient un changement de politique ou même, à terme, la vente d'actifs. La situation des gouvernements fédéral et provinciaux a été aussi évaluée à partir de différents indicateurs d'endettement, notamment un indicateur de « prudence » fiscale (Paquet, 1999). L'auteur trouve que les administrations fédérale et québécoise ont suivi des sentiers d'endettement insoutenables dans les années 80 et 90.

Une autre étude (Afonso, 2005) présente des tests de cointégration entre les revenus et les dépenses publiques, exprimés en ratio sur le PIB, incluant le paiement des intérêts, pour de nombreux pays de la zone euro tout en permettant des changements structurels. La période couverte s'étend de 1970 à 2003. Les résultats indiquent que, pour la plupart des pays étudiés, des problèmes de soutenabilité sont à prévoir. Cette dernière approche a été trouvée concluante seulement dans le cas du rejet de l'hypothèse nulle, indiquant une situation non soutenable. Si l'hypothèse nulle n'était pas rejetée, l'approche ne permettait pas de tirer de conclusion. Une nouvelle approche a été suggérée et elle s'appuie sur un modèle de valeur présente pour dériver des restrictions de moment qui permettent de tester la soutenabilité de la dette (Galvao, Gomes et Kishor, 2011). Avec cette dernière approche, les auteurs ont testé la solvabilité de la politique fiscale américaine après la Seconde Guerre mondiale et leurs résultats ont été négatifs, par constraste avec les modèles habituels qui ne rejetaient pas l'hypothèse de soutenabilité. Également, certains auteurs ont introduit des variations, notamment politiques, afin de tester l'impact sur l'évolution de la dette de différents facteurs (Haber et Neck, 2006).

Cependant, ces méthodes économétriques ont été critiquées et un modèle stochastique pour le taux d'intérêt leur a été préféré (Bohn, 1995). L'auteur a également abordé les limites des tests de racine unitaire dans un autre article et avait suggéré une approche différente, soit celle d'évaluer la capacité de réaction d'un gouvernement à l'augmentation de son niveau d'endettement (Bohn, 1998). Dans un article plus récent, Bohn remet en cause la validité des tests sur la stationnarité et la cointégration (Bohn, 2007). L'auteur argumente que les preuves mathématiques sont correctes mais qu'elles restreignent la classe d'alternatives admissibles d'une manière qui exclut les intégrations d'ordre élevé. Bohn fait la démonstration que si la dette est stationnaire après un nombre fini de différenciations, alors la contrainte budgétaire intertemporelle est respectée et les tests standards utilisés sont incapables de rejeter la conformité des données avec cette contrainte. Suivant l'approche proposée par ce dernier, plusieurs pays européens ont été évalués (Fincke et Greiner, 2012). Les auteurs ont trouvé que certains pays comme les Pays-Bas avaient suivi une politique fiscale soutenable alors que la France, l'Autriche et

l'Italie suivaient des chemins incertains. Cette approche a également été appliquée sur une longue période pour le taux d'endettement du gouvernement néerlandais (van Wijnbergen et France, 2012). Les auteurs ont trouvé que la politique fiscale du gouvernement néerlandais avait été suffisamment réactive aux augmentations passées de l'endettement pour conclure que la contrainte budgétaire intertemporelle n'avait pas été violée.

Par ailleurs, une autre approche faisant appel à de la modélisation a été utilisée. En effet, afin d'évaluer si le gouvernement américain respectait la contrainte budgétaire intertemporelle, un modèle récursif empirique du taux d'intérêt réel, de la croissance du PIB et du déficit primaire du gouvernement américain a été utilisé (Hall, 2013). Ce modèle contient également un facteur qui permet de représenter la réactivité d'un gouvernement à l'endettement. En résolvant ce modèle pour trouver la distribution ergodique du ratio dette/PIB, l'étude trouvait que la contrainte budgétaire intertemporelle était respectée. La conclusion était que les détenteurs de bons du trésor américains croyaient que la politique de déficit public élevé était transitoire. D'autres modèles de projection ont été développés avec des concepts similaires. Dans une étude, une projection stochastique pour 24 pays européens a été faite sur l'horizon 2013-2017 (Berti, 2013). Cette étude utilisait un scénario dit central, basé sur des prévisions économiques, qui était soumis à différents chocs basés sur une matrice de variance-covariance des chocs historiques. Deux scénarios ont été testés, un avec des chocs permanents, l'autre avec des chocs temporaires. Berti (2013) relève qu'un avantage de l'utilisation d'un modèle stochastique est d'offrir une évaluation probabiliste explicite de la projection du niveau d'endettement. Un autre modèle de projection, appliqué sur neuf pays de l'OCDE, cherche à développer un indicateur d'alerte précoce pour la soutenabilité de la dette publique (Lukkezen et Rojas-Romagosa, 2013). À partir de simulations stochastiques de la croissance et des taux d'intérêt, ainsi que de la réaction à l'endettement attendue des gouvernements à partir de données historiques, ils obtiennent un indicateur. Cet indicateur représente l'écart du ratio d'endettement qui inclut 95 % de la distribution, soit entre la limite à 2,5 % et la limite à 97,5 %, après une période projetée de 2011 à 2021. Les indicateurs obtenus sont beaucoup plus petits pour les pays comme l'Allemagne et les États-Unis

alors qu'ils sont très élevés pour notamment l'Italie, l'Espagne et le Portugal. Les auteurs concluent que leur indicateur est efficace comme signal d'alarme précoce car les résultats générés en partant de 2007 jusqu'à 2017 permettent de distinguer les pays qui auront effectivement des difficultés dans les années suivant la crise financière et économique.

Finalement, la littérature sur la soutenabilité des dettes est variée et aborde d'autres facteurs que ceux mentionnés jusqu'ici. En effet, de nombreux facteurs peuvent avoir un impact important sur la soutenabilité et la meilleure façon de l'évaluer génère encore des débats (Roubini, 2001). Parmi ces facteurs, le niveau de liquidités et le ratio de la dette détenue à l'étranger sont souvent étudiés. De plus, en particulier en Europe, les externalités entre pays devraient être prises en compte dans l'évaluation de la soutenabilité des dettes (CEB, 2012). Il a également été trouvé que l'appartenance à une union monétaire pouvait rendre les pays plus sensibles aux sentiments des investisseurs que les pays en dehors d'une telle union (Schoder, 2013). L'auteur obtient cette conclusion suite à une étude sur l'évolution de la soutenabilité de la dette et du rendement des obligations de plusieurs pays de l'OCDE, en dehors et au sein de l'Union européenne.

CHAPITRE II

MÉTHODOLOGIE

Afin d'évaluer empiriquement la soutenabilité de la dette publique au Québec, ce mémoire reprend plusieurs tests économétriques. Tout d'abord, des tests de non stationnarité sont effectués sur le ratio dette/PIB du Québec. Cela est suivi de différents tests complémentaires, de stationnarité et de non stationnarité, ainsi qu'une reprise de l'approche de Hamilton et Flavin (1986). Finalement, les principaux tests de cointégration de Smith et Zin (1991) appliqués à la dette obligataire du gouvernement fédéral canadien sont repris cette fois pour le cas du Québec. Les différents modèles utilisés sont décrits dans ce chapitre et la dernière section décrit le modèle ergodique utilisé, basé largement sur celui de Hall (2013).

2.1 Contrainte budgétaire intertemporelle

À la base de tous les tests de soutenabilité de la dette, l'objectif est de vérifier le respect de la condition de transversalité. Pour ce faire, il faut écrire la contrainte budgétaire intertemporelle du gouvernement. Tout d'abord, la contrainte identité pour le financement du gouvernement peut s'écrire telle que :

$$D_t \equiv (1 + r_{t-1})D_{t-1} + G_t - T_t. \tag{2.1}$$

Dans cette équation, D_t représente le montant de la dette à la période présente, r_{t-1} est le taux d'intérêt réel sur les diverses obligations qui composent la dette à la période précédente, G_t représente les dépenses réelles du gouvernement à cette période, paie-

ments d'intérêts non compris et T_t est le montant des revenus réels du gouvernement. Ici, il n'y a pas de revenus de seigneuriage puisque l'État québécois ne dispose pas de sa propre monnaie. L'équation 2.1 peut se réécrire sous forme stochastique telle que :

$$D_t = (1 + r_{t-1})D_{t-1} - S_t + \epsilon_t. \tag{2.2}$$

La composante S_t représente le surplus primaire du gouvernement, c'est-à-dire le surplus en excluant le service de la dette. La variable ϵ_t est une erreur de mesure. En effet, les difficultés inhérentes à la mesure de variables comme la dette fait en sorte que la contrainte budgétaire est traitée comme une équation stochastique d'où la présence du facteur ϵ.

À partir de l'équation 2.2 la valeur de la dette anticipée peut être obtenue par :

$$D_t = E_t \sum_{j=1}^{\infty} (1 + R_{t+j-1})^{-1}(S_{t+j} - \epsilon_{t+j}) + \lim_{n\to\infty} E_t(1 + R_{t+n-1})^{-1} D_{t+n} \tag{2.3}$$

où

$$(1 + R_{t+j-1}) = \prod_{k=1}^{t+j-1} (1 + r_k). \tag{2.4}$$

L'hypothèse qui est testée est donc :

$$H_0 : D_t = E_t \sum_{j=1}^{\infty} (1 + R_{t+j-1})^{-1}(S_{t+j} - \epsilon_{t+j}), \tag{2.5}$$

qui est équivalent à

$$H_0 : \lim_{n\to\infty} E_t(1 + R_{t+n-1})^{-1} D_{t+n} = 0 \tag{2.6}$$

et qui représente la condition de transversalité.

Dans ces dernières équations, E_t est l'opérateur d'espérance conditionnelle selon toutes les informations disponibles à la période t. C'est à partir des deux hypothèses 2.5 et 2.6 que la soutenabilité de la dette sera testée. Il ressort de ces équations que la soutenabilité de la dette n'implique pas que la dette soit remboursée. En effet, la dette peut augmenter indéfiniment en autant que son taux de croissance soit inférieur au taux d'intérêt réel. Il ne peut donc pas y avoir de déficit primaire perpétuel.

2.2 Tests de non stationnarité

Les tests de non stationnarité vérifient la présence de racine unitaire dans un modèle autorégressif. L'hypothèse nulle est qu'il y a présence de racine unitaire et que la variable testée est non stationnaire. Les tests sur la non stationnarité du ratio dette/PIB sont faits selon un modèle de marche aléatoire avec dérive, soit :

$$y_t = \mu + \gamma y_{t-1} + \gamma_1 \Delta y_{t-1} + ... + \gamma_p \Delta y_{t-p} + \epsilon_t \tag{2.7}$$

où p est le nombre de retards. Appliqué sur le ratio dette/PIB, en présence de racine unitaire, le niveau d'endettement est non stationnaire et la politique fiscale est non soutenable. Pour déterminer la présence d'une racine unitaire, les tests de non stationnarité sont effectués à l'aide d'un test de Dickey-Fuller augmenté (ADF).

En appliquant ce modèle à la série sur la dette par exemple, l'équation 2.7 devient :

$$D_t = \mu + \gamma D_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \Delta D_{t-j} + \epsilon_t. \tag{2.8}$$

Les résultats obtenus avec une régression par la méthode des moindres carrés sur l'équation 2.7 permettent ensuite de calculer la statistique du test de Dickey-Fuller augmenté dont il existe deux variantes (Greene, 2003), soient :

$$DF_\tau = \frac{\hat{\gamma} - 1}{\text{Écart-type estimé}(\hat{\gamma})} \tag{2.9}$$

$$DF_\gamma = \frac{n(\hat{\gamma} - 1)}{1 - \hat{\gamma}_1 - \hat{\gamma}_2 - ... - \hat{\gamma}_p}. \tag{2.10}$$

où n est le nombre de données et $\hat{\gamma}_i$ est l'estimé obtenu par régression du paramètre γ_i. Ce sont ces critères qui permettront de déterminer s'il faut rejeter l'hypothèse nulle de non stationnarité d'une variable. En effet, si γ est égal à 1 dans l'équation 2.7, il y a présence de racine unitaire et cela signifie que la variable étudiée est non stationnaire. Le critère 2.9 teste donc la significativité du paramètre γ. Selon l'hypothèse nulle, la variable suivrait donc un modèle où sa moyenne des dernières périodes augmente régulièrement. Cette possibilité pour le ratio dette/PIB serait par exemple incompatible avec une politique fiscale soutenable. Le critère 2.10 se distingue du critère 2.9 par le fait qu'il

s'accommode de processus ϵ_t autorégressifs d'ordre élevé. Le critère DF_γ est présenté à des fins de comparaison avec le critère DF_τ mais dans l'analyse, le critère DF_τ est considéré prépondérant.

À partir des résultats obtenus pour les statistiques DF_τ et DF_γ, le rejet de l'hypothèse nulle peut se faire selon différents niveaux de significativité avec les valeurs critiques fournies dans des tables spécifiques pour le test de Dickey-Fuller. Les valeurs critiques utilisées sont tirées des tableaux 20.4 et 20.5 de Greene (2003), reproduits partiellement au CHAPITRE IV. Si le résultat du test est inférieur à la valeur critique, alors l'hypothèse nulle est rejetée. Les valeurs critiques à 1 %, 5 % et 10 % étant négatives, il est important ici de préciser que les statistiques de Dickey-Fuller devront être négatives et plus grandes en valeur absolue pour un rejet de l'hypothèse nulle.

2.2.1 Choix du nombre de retards

Avant d'exécuter les tests, il faut d'abord déterminer le nombre de retards qui seront introduits. Le nombre de retards utilisé est important. En effet, si celui-ci est trop faible, le test ADF est biaisé et s'il est trop élevé, la puissance du test sera moindre, ce qui conduit à ne pas rejeter assez souvent l'hypothèse nulle.

Il existe plusieurs manières de choisir le nombre de retards. La méthode utilisée consiste à calculer la régression par moindres carrés avec tout d'abord un nombre de retards élevé p_{max} et de vérifier si le coefficient du dernier retard est significatif à 10 %. S'il est significatif, le nombre de retards à utiliser pour le test de Dickey-Fuller augmenté correspond à p_{max}. S'il ne l'est pas, la régression est recommencée avec un nombre de retards diminué de un et le même processus est refait jusqu'à ce que le coefficient du dernier retard soit significatif. Utilisant le point de départ proposé par Schwert (1989), il est suggéré de faire une première régression avec un nombre de retards p_{max} calculé tel que :

$$p_{max} = \text{ partie entière de } [12 * (n/100)^{0,25}] \tag{2.11}$$

où n est le nombre de données.

Afin d'exécuter des tests de robustesse, certains tests de non stationnarité sont refaits avec un nombre de retards choisi en appliquant le critère d'information modifié d'Akaike (MAIC) (Ng et Perron, 2001) (Qu et Perron, 2006). Le nombre de retards est obtenu en minimisant la valeur du critère MAIC qui est donné par :

$$MAIC(p) = ln\left(\hat{\sigma}_p^2\right) + \frac{2(\tau_n(p) + p)}{n - p_{max}} \tag{2.12}$$

où

$$\tau_n(p) = \frac{\hat{\gamma^*}_p^2 \sum_{t=p_{max}+1}^{n} \tilde{y}_{t-1}^2}{\hat{\sigma}_p^2} \tag{2.13}$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{\sum_{t=p_{max}+1}^{n} \hat{\epsilon}_{tk}^2}{n - p_{max}}. \tag{2.14}$$

Le terme γ^* provient de la réécriture de l'équation 2.7 sous la forme équivalente

$$y_t - y_{t-1} = \mu + \gamma^* y_{t-1} + \gamma_1 \Delta y_{t-1} + ... + \gamma_p \Delta y_{t-p} + \epsilon_t. \tag{2.15}$$

Quant au terme $\tilde{y}$ dans l'équation 2.13, il provient de la transformation de y dont la tendance a été soustraite par la méthode des moindres carrés généralisés [1].

2.3 Tests complémentaires

Cette section décrit brièvement deux tests complémentaires qui sont effectués sur les séries du ratio dette/PIB. Ces tests supplémentaires permettent de valider les tests de non stationnarité de Dickey-Fuller présentés précédemment.

2.3.1 Test de non stationnarité de DF_τ^{GLS}

Les tests de non stationnarité de Dickey-Fuller ont fait l'objet de plusieurs études et certaines variantes ont été proposées pour en améliorer la puissance (Elliott, Rothenberg et Stock, 1996). Dans leur article, Elliott, Rothenberg et Stock, appliquent le test de non stationnarité de Dickey-Fuller à une série de données modifiée. La série originale d'observations est modifiée en lui soustrayant sa tendance qui aura été déterminée par

1. Pour les détails de la transformation, le lecteur peut consulter l'article de Ng et Perron (2001).

la méthode des moindres carrés généralisés (GLS). Les valeurs critiques de la statistique de Dickey-Fuller étant différentes dans ce cas puisque provenant d'une série de données modifiées, cette statistique est définie comme DF_{τ}^{GLS}. Ces tests complémentaires sont faits afin de valider les résultats obtenus précédemment avec la statistique DF_{τ}.

2.3.2 Test de stationnarité de KPSS

Afin d'approfondir l'évaluation de la stationnarité des séries sur le ratio dette/PIB, le test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) est aussi effectué (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin, 1992). Contrairement au test ADF, le test de KPSS teste l'hypothèse nulle de stationnarité de la variable testée. Partant de l'hypothèse que la série à tester peut être représentée comme la somme d'une tendance déterministe, d'une marche aléatoire et d'une erreur stationnaire, le modèle est :

$$y_t = \xi t + r_t + \epsilon_t \tag{2.16}$$

où r_t est la marche aléatoire :

$$r_t = r_{t-1} + u_t. \tag{2.17}$$

Le terme u_t est i.i.d. $(0, \sigma_u^2)$. L'hypothèse nulle de stationnarité est $\sigma_u^2 = 0$. S'il n'y a pas de tendance déterministe, par exemple pour le cas de marche aléatoire avec dérive, $\xi = 0$.

La statistique LM est donnée par :

$$LM = \sum_{t=1}^{n} \frac{S_t^2}{\hat{\sigma}_{\epsilon}^2} \tag{2.18}$$

où

$$S_t = \sum_{i=1}^{t} \epsilon_i \qquad t = 1, 2, 3, ..., n \tag{2.19}$$

et $\hat{\sigma}_{\epsilon}^2$ est l'estimé de la variance de la régression. Si la statistique est supérieure à la valeur critique, alors l'hypothèse nulle peut être rejetée avec le niveau de significativité associée à la valeur critique. Ces valeurs sont fournies au CHAPITRE IV.

2.3.3 Approche de Hamilton et Flavin

Les tests de non stationnarité sur la dette D_t et le surplus primaire S_t sont faits de la même manière mais relève d'une approche légèrement différente comparativement aux tests sur le ratio dette/PIB. Dans leur article, Hamilton et Flavin (1986), en posant le taux d'intérêt r comme étant constant, écrivent la valeur de la dette comme suit à partir de l'équation 2.2 :

$$D_t = \sum_{i=t+1}^{N} \frac{S_i - \epsilon_i}{(1+r)^{i-t}} + \frac{(1+r)^t D_N}{(1+r)^N}. \tag{2.20}$$

Les hypothèses qui peuvent être testées sont alors :

$$H_0 : D_t = E_t \sum_{i=t+1}^{\infty} \frac{S_i - \epsilon_i}{(1+r)^{i-t}} \tag{2.21}$$

qui est équivalente à

$$H_0 : E_t \lim_{N\to\infty} \frac{D_N}{(1+r)^N}. \tag{2.22}$$

Pour faire leurs tests, Hamilton et Flavin posent une hypothèse telle que :

$$H_0 : E_t \lim_{N\to\infty} \frac{D_N}{(1+r)^N} = A_0 > 0. \tag{2.23}$$

Cette hypothèse différente permet qu'une partie des dépenses du gouvernement ne soit jamais payée avec des taxes mais donc forcément par l'émission de nouvelles dettes, ce qui constitue une violation de la condition de transversalité. Partant de là, il est possible de réécrire l'équation 2.3

$$D_t = \sum_{i=t+1}^{N} \frac{S_i - \epsilon_i}{(1+r)^{i-t}} + A_0(1+r)^t. \tag{2.24}$$

Avec cette équation, la contrainte budgétaire intertemporelle ne peut tenir que si $A_0 = 0$. De là, si ϵ_t et $E_t \sum_{j=1}^{\infty}(1+R_{t+j-1})^{-1}(S_{t+j})$ suivent un processus stationnaire, D_t doit alors être stationnaire pour que la condition de transversalité soit respectée. Les tests de non stationnarité sont donc faits directement sur la série du surplus primaire réel puis ensuite sur la série de la dette réelle. Les tests sont faits selon un modèle de marche aléatoire avec dérive.

2.4 Changement structurel dans les séries sur la dette

La lutte au déficit dans les années 90 a produit un renversement de tendance notable dans l'évolution du ratio dette/PIB. Cela apparaît clairement sur le graphique A.1. À partir de 1996, le ratio dette/PIB diminue de manière graduelle alors qu'il avait été généralement à la hausse avant cette année charnière. Il pourrait sembler alors approprié de faire un test de stationnarité permettant un changement structurel tel que proposé par Perron (1989). Bien que les choix politiques du milieu des années 90 pourraient être considérés comme un choc exogène, d'où la présence d'un changement structurel, il a été évalué que cette approche complémentaire présentait peu d'intérêt pour le cas présent. En effet, l'objectif ici étant d'évaluer la situation actuelle de l'endettement public du Québec, un test de non stationnarité sur les seules données suivant 1996 semblait de peu d'intérêt. L'échantillon aurait été très petit et, plus important encore, étant donné le caractère à la baisse du ratio dette/PIB depuis 1996, l'indication de stationnarité ou non n'apporterait vraisemblablement pas d'information additionnelle pertinente pour l'analyse de la soutenabilité de la dette publique au Québec.

2.5 Intégration et cointégration

En s'appuyant sur l'article de Smith et Zin (1991), des tests sur l'intégration univariée et la cointégration bivariée sont effectués. Les tests sur l'intégration visent à trouver le nombre de différenciations nécessaires à une variable pour être stationnaire. Les tests sur l'intégration se font de la même manière que les tests de non stationnarité et la statistique DF_τ est utilisée pour rejeter ou non l'hypothèse nulle. L'hypothèse nulle implique que la série est non stationnaire. Le modèle initial est :

$$y_t = \mu + y_{t-1} + \epsilon_t. \tag{2.25}$$

Si la série est stationnaire, alors la variable y_t est I(0). En cas de rejet de l'hypothèse nulle, il faut ensuite conduire un test sur la première différence. Le modèle s'écrit alors :

$$\Delta y_t = \mu + \Delta y_{t-1} + \epsilon_t. \tag{2.26}$$

Si la série est stationnaire, alors la variable y_t est I(1). Dans les deux derniers modèles, il est possible d'introduire un certain nombre de retards. L'objectif des tests sur l'intégration est de s'assurer que les deux variables à tester sont intégrées. Une fois cette étape complétée, la méthode de cointégration suit l'approche de Engle et Granger (1987). Une régression linéaire par la méthode des moindres carrés est d'abord effectuée sur les deux variables. La contrainte budgétaire intertemporelle doit donc être manipulée afin de prendre une forme évaluable par régression linéaire. À partir des résidus de cette régression, un test de type Dickey-Fuller augmenté est réalisé suivant un modèle de marche aléatoire, soit sans constante ni tendance. De plus, les valeurs critiques de la statistique de Dickey-Fuller ne sont pas les mêmes et sont trouvées dans MacKinnon (2010). L'hypothèse nulle est que les résidus ne sont pas stationnaires. En cas de rejet de l'hypothèse nulle, il est possible de conclure que les variables sont cointégrées. Les tests de cointégration sont faits entre la dette et le surplus primaire ainsi qu'entre les revenus et les dépenses publiques, incluant le paiement des intérêts.

Dans le cas de Smith et Zin (1991), l'idée économique derrière les tests de cointégration est que le surplus primaire devrait augmenter lorsque la dette augmente. L'augmentation du surplus primaire permet alors de réduire le déficit ou de faire face à des paiements d'intérêts accrus ou les deux. La présence de cointégration montre alors que le gouvernement est réactif au niveau de l'endettement, ce qui permet de croire qu'il prend les mesures nécessaires pour que la dette soit soutenable. Reprenant la démarche et le test de Smith et Zin (1991), partant de l'équation 2.5 avec $E_t\epsilon_{t+j} = 0$ et $r_t = r$, le modèle testé a donc la forme :

$$D_t = E_t \sum_{j=1}^{\infty} (1+r)^{-j}(S_{t+j}). \tag{2.27}$$

En supposant :

$$S_t = \eta + S_{t-1} + \nu_t \tag{2.28}$$

et avec $E_{t-1}\nu_t = 0$, l'équation 2.27 peut se réécrire :

$$\begin{aligned} D_t &= \sum_{j=1}^{\infty}(1+r)^{-j}(\eta j + S_t) \\ &= \eta \sum_{j=1}^{\infty}(1+r)^{-j} j + S_t \sum_{j=1}^{\infty}(1+r)^{-j} \\ &= \eta(1+r)r^{-2} + r^{-1}S_t. \end{aligned} \tag{2.29}$$

La dernière équation a une forme évaluable par régression linéaire et donne le vecteur de cointégration [1, -1/r]. La régression est donc effectuée sur l'équation 2.29. Les résultats permettent de comparer les paramètres avec le vecteur de cointégration et les résidus servent de série à tester pour le test de Dickey-Fuller augmenté. Si les deux variables sont cointégrées, les résidus seront stationnaires puisqu'ils varieront autour d'une moyenne. Cependant, même en cas de cointégration, il faut s'assurer que le vecteur de cointégration trouvé correspond au modèle. Dans le cas de la dette et du surplus primaire, la valeur estimée pour le taux d'intérêt r, suite à la régression, doit être réaliste.

Dans le cas du test de cointégration des revenus et dépenses testé par Afonso (2005), l'idée est similaire et la dérivation de la contrainte est présentée à l'appendice B. Il s'agit de voir si les revenus sont cointégrés avec les dépenses, ce qui dans l'affirmative serait un signe que la politique fiscale est soutenable. En effet, le gouvernement augmente ses revenus pour s'ajuster à une hausse des dépenses. Le modèle testé est :

$$T_t = \mu + bGG_t + \epsilon_t \tag{2.30}$$

où GG_t représente les dépenses du gouvernement, service de la dette compris. La régression s'effectue sur l'équation 2.30. Si les deux variables sont cointégrées et que le vecteur de cointégration est [1, -1], la politique fiscale est soutenable. Cependant, même en cas de cointégration, si $b < 1$, la politique fiscale pourrait ne pas être soutenable. L'absence de cointégration indique une politique fiscale non soutenable.

2.6 Modèle de projection

Le modèle de projection du niveau d'endettement s'inspire largement du modèle de Hall (2013) et en reprend les principales hypothèses. Il est basé sur l'hypothèse de départ que l'économie du Québec est ergodique. L'adjectif ergodique est défini comme suit.

> Se dit, pour un processus aléatoire stationnaire, d'une hypothèse selon laquelle les caractéristiques statistiques, déduites des valeurs moyennes calculées à partir des valeurs à un même instant d'un grand nombre de réalisations différentes du processus considéré, coïncident avec celles qui sont déduites des valeurs successives dans le temps d'une quelconque de ces réalisations. [2]

Autrement dit, l'économie du Québec suit à long terme un processus stationnaire dont certaines caractéristiques statistiques peuvent être déduites à partir d'une série de réalisations dans le temps. Cette hypothèse permet donc de développer un modèle ergodique dans lequel l'économie du Québec évolue dans différents états de la nature avec différentes probabilités de passer d'un état à un autre. Les états de la nature, correspondant globalement aux différentes phases d'un cycle économique, sont définis à partir d'un certain nombre d'indicateurs économiques. Pour chaque état de la nature, des valeurs moyennes des indicateurs utilisés, spécifiques à chaque état, sont calculées. Ces valeurs sont introduites dans une équation simulant l'évolution du ratio dette/PIB. Étant donné le côté probabiliste de réalisation des différents états de la nature, le résultat obtenu à la fin est une distribution du ratio dette/PIB.

Contrairement aux modèles de prévision fréquents dans la littérature qui attribuent des valeurs moyennes à plusieurs paramètres, ce modèle prend en compte les probabilités, bien que faibles, que des événements plus extrêmes surviennent, que ce soit négatif ou positif. L'intérêt de cette approche est que, dans le cas de l'endettement, il existe une probabilité qu'une série d'événements négatifs puisse entraîner la dette à des niveaux incontrôlables qui forceront un défaut de paiement.

L'équation de base du modèle s'écrit :

$$B_{t+1} = (x_{t+1} - \alpha B_t) + \frac{B_t}{g_{t+1}}(1 + r_{t+1}) \tag{2.31}$$

où B_t représente le ratio dette/PIB, x_{t+1} représente le ratio déficit primaire/PIB, α est le coefficient de réaction du gouvernement à l'endettement, g_{t+1} est le facteur de croissance du PIB et r_{t+1} est le taux d'intérêt réel. Un facteur de réaction à l'endettement,

2. http ://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/ergodique/30769

α, est également introduit. Ce facteur représente une réponse du pouvoir politique à l'augmentation du niveau d'endettement. Plus il est élevé, plus l'État sera prompt à réagir pour augmenter son surplus primaire en cas de hausse de l'endettement. Toutes les variables sont exprimées en termes réels ce qui, pour un État fédéré, est d'autant plus logique qu'il ne dispose pas de sa propre monnaie et qu'il ne peut donc recourir volontairement à l'inflation pour diminuer le fardeau de sa dette.

2.6.1 Détermination des états de la nature

Pour obtenir les différents états de la nature, la méthode utilisée est la méthode de l'analyse en classification à k-moyennes (*k-means clustering*). Cet algorithme de classification correspond à regrouper les observations, ici les années de la période observée, en différents groupes, qui sont les différents états de la nature. Dans le modèle étudié ici, ce regroupement des années est effectué à partir de différents paramètres, soient le taux de croissance du PIB, le taux de chômage et le taux d'intérêt réel. L'algorithme cherche à définir des états de la nature qui permettront de minimiser les écarts au carré entre les paramètres des observations et les paramètres de l'état de la nature qui se rapproche le plus d'une observation donnée. Essentiellement, les années qui sont similaires, par exemple les années de forte croissance, devraient être assignées à un même état de la nature puisque leurs paramètres devraient logiquement être comparables. Cet état de la nature serait représentatif de la moyenne des années de forte croissance. Pour des explications plus détaillées sur cet algorithme et un exemple simple, le lecteur peut consulter l'appendice C.

Dans son modèle, Hall (2013) a aussi utilisé le taux d'inflation mais, dans le cas présent, cette variable n'a pas été retenue. En effet, les taux d'inflation élevés des premières années de la période observée, soit la période 1976 à 2010, provoquaient un regroupement de ces années en un état de la nature qui ne se retrouvait jamais par la suite. Cela était équivalent à ne pas utiliser les données des premières années de la période choisie puisque le modèle ne pouvait jamais aboutir à cet état de la nature à partir de son point de départ en 2010.

État	Chômage	Taux de croissance PIB réel	Taux d'intérêt réel	Ratio déficit primaire sur PIB	Probabilité
1	0,1047	1,0477	0,0527	-0,0168	20 %
2	0,0870	1,0665	0,0042	0,0151	2,9 %
3	0,1259	1,0028	0,0715	-0,0051	22,9 %
4	0,0865	1,0117	0,0162	-0,0168	31,4 %
5	0,0924	1,0162	0,0531	-0,0154	14,3 %
6	0,1260	1,0469	0,0893	0,0031	8,6 %

Tableau 2.1 Tableau de résultats pour l'analyse à k-moyennes

Le choix final du nombre de groupes s'est fait en s'appuyant sur le jugement de l'auteur. Dans la littérature, l'objectif est de minimiser le nombre de groupes tout en minimisant la variance à l'intérieur d'un groupe. Dans le cas étudié ici, un grand nombre de groupes permet de mieux représenter les différents états de la nature et d'isoler les années aberrantes (*outliers*) mais vient nuire grandement à la création, expliquée plus loin, de la table de probabilités. En s'appuyant sur le choix de Hall (2013), $k = 6$ a été utilisé comme point de départ et des essais ont aussi été faits avec $k = 5$ et $k = 7$. Les résultats obtenus avec $k = 6$ apparaissaient les plus appropriés et ont été retenus.

L'analyse en classification à k-moyennes [3] donne les états fondamentaux présentés au tableau 2.1 ainsi que leur probabilité de survenir. Pour obtenir cette probabilité, il suffit de calculer le nombre d'observations associées à un groupe sur le nombre total d'observations. Le ratio du déficit primaire sur le PIB est ensuite calculé pour chaque état de la nature à partir des années faisant partie du groupe mais il ne sert pas à l'analyse qui génère le regroupement.

3. Ces calculs ont été effectués avec le logiciel R, à l'aide de la commande (*kmeans*) de l'ensemble de fonctions (*stats*). L'algorithme utilisé est celui suggéré par défaut, soit celui de Hartigan-Wong (1979).

L'algorithme utilisé pour l'analyse en classification à k-moyennes donnent des états de la nature qui peuvent légèrement varier selon les points de départ utilisés. En effet, à partir de points de départs aléatoires, l'algorithme ne tend pas systématiquement vers les mêmes groupes. Cela étant, les groupes sont similaires mais, plus important encore, l'impact sur la projection à long terme est négligeable. Les résultats présentés au tableau 2.1 correspondent à la solution qui a généré le plus haut pourcentage du ratio de la somme des erreurs au carré dans les groupes sur la somme totale des erreurs au carré. La lecture du tableau permet de décrire approximativement en mots chaque état de la nature :

– État 1 : chômage modéré, croissance forte du PIB, taux d'intérêt modéré
– État 2 : chômage faible, croissance forte du PIB, taux d'intérêt faible
– État 3 : chômage élevé, croissance faible du PIB, taux d'intérêt élevé
– État 4 : chômage faible, croissance modérée du PIB, taux d'intérêt faible
– État 5 : chômage modéré, croissance modérée du PIB, taux d'intérêt modéré
– État 6 : chômage élevé, croissance forte du PIB, taux d'intérêt élevé

Certains états sont plus durs à catégoriser et relèvent de circonstances particulières mais trois états sont grandement représentés, soient les états 1, 3 et 4. Les états 1 et 4 sont comparables à des années de prospérité modérée à forte alors que l'état 3 est comparable à des années de surplace économique et de récession.

2.6.2 Détermination de la table de probabilité

Une fois l'analyse faite, chaque année ou observation est maintenant rattachée à un groupe tel que présenté dans le tableau 2.2.

Il est donc possible d'obtenir une table de probabilité de transition d'un état à un autre. Ces probabilités de transition sont calculées en observant, pour les années d'un groupe donné, le groupe de chaque année suivante. Par exemple, pour l'état 6, trois années sont présentes. Après 1984, l'année suivante, 1985, est dans l'état 6. Après 1985, l'année suivante est dans l'état 1. Finalement, après 1994, l'année suivante est dans l'état 3. À partir de l'état 6, il y a donc une chance sur trois de passer à l'état 1, à l'état 3 ou

État	Années
1	1978, 1986, 1987, 1988, 1997, 1998, 1999
2	1976
3	1982, 1983, 1990, 1991, 1992, 1993, 1995, 1996
4	1977, 1979, 1980, 2000, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2010
5	1981, 1989, 2001, 2002, 2009
6	1984, 1985, 1994

Tableau 2.2 Regroupement des années

de/à	1	2	3	4	5	6
1	0,57	0	0,00	0,29	0,14	0,00
2	0,00	0	0,00	1,00	0,00	0,00
3	0,13	0	0,63	0,00	0,00	0,25
4	0,10	0	0,00	0,60	0,30	0,00
5	0,00	0	0,40	0,40	0,20	0,00
6	0,33	0	0,33	0,00	0,00	0,33

Tableau 2.3 Table de probabilités pour le passage d'un état à un autre

de rester à l'état 6. En refaisant le même processus pour toutes les années de tous les états, la table de probabilité obtenue est présentée au tableau 2.3. Ces groupes donnent les valeurs typiques qui seront utilisées pour les différentes variables afin de calculer l'évolution du ratio de la dette sur le PIB d'une période à une autre dans le modèle de projection.

Avec ces différents paramètres, il est maintenant possible de calculer la distribution du ratio dette/PIB pour le Québec en fonction du modèle. Les résultats et le calcul du paramètre α sont présentés au CHAPITRE IV.

CHAPITRE III

LES DONNÉES

Le présent chapitre décrit les séries temporelles utilisées, ainsi que leur provenance, pour les différents tests et le modèle de projection. Dans certains cas, il a été nécessaire de combiner et d'ajuster deux séries pour obtenir la série temporelle recherchée.

Tout d'abord, pour les tests faisant appel à des variables devant être exprimées en termes réels, les séries ont été ajustées, avec l'année 1992 comme année de référence, en utilisant les déflateurs pour le PIB aux prix du marché. Pour cela, il a été nécessaire de combiner deux séries. La première est la série 384-0036 intitulée *Indices implicites des prix, produit intérieur brut (PIB), comptes économiques provinciaux, annuel* qui couvre la période de 1981 à 2010 et la série 380-0018 intitulée *Produit intérieur brut (PIB) indices, annuel* qui couvre la période de 1961 à 2000. Ces deux séries proviennent de Statistiques Canada. Le graphique 3.1 illustre les deux séries avec la série 384-0036 ajustée pour faire passer son année de référence de 2002 à 1992. Les deux courbes sont très similaires sur la période qui se chevauche et, donc, la série utilisée pour l'ajustement réel des variables dans les tests est une série combinée pour laquelle les indices avant 1992 proviennent de la série 380-0018 et les indices après 1992 proviennent de la série 384-0036 ajustée. L'indice implicite utilisé est donc l'indice pour le PIB canadien car, puisque la série 380-0018 ne fournissait aucune donnée pour les provinces, il n'était pas possible d'avoir un déflateur pour le Québec qui aurait couvert la période avant 1981. Le graphique 3.2 illustre certaines différences d'avec le déflateur pour le Québec sur la période 1981 à 2010 mais l'impact a été jugé négligeable compte tenu de la nature des

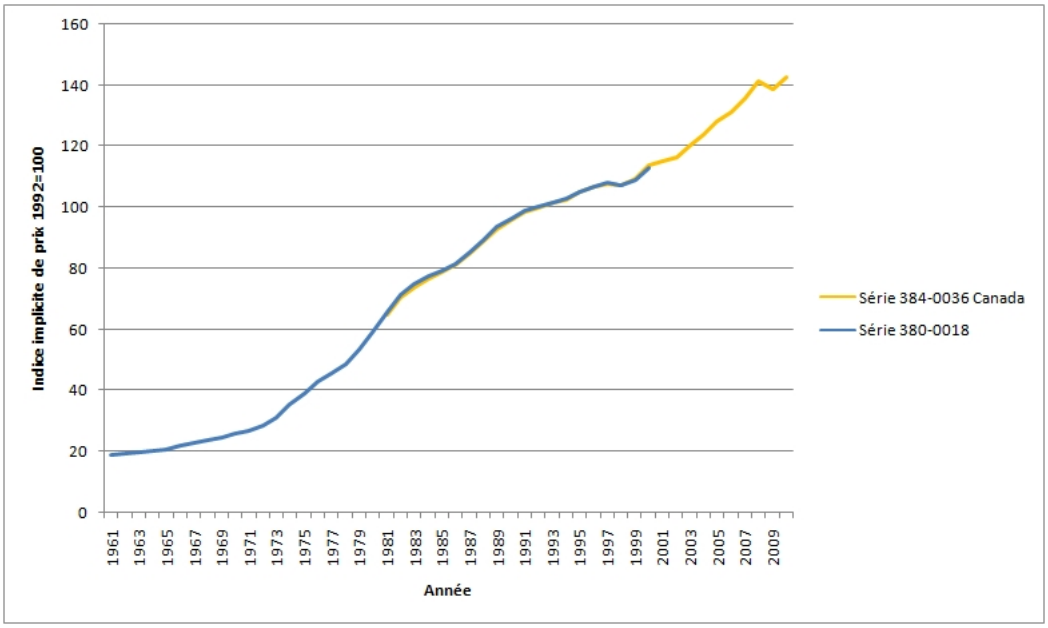

Figure 3.1 Indices implicites du PIB canadien

tests effectués. De plus, d'un point de vue théorique, puisque le taux de change nominal entre les provinces est fixe (utilisation de la même monnaie), par parité relative des pouvoirs d'achat, l'inflation tendancielle doit être la même dans l'ensemble du Canada, ceteris paribus.

Finalement, pour certains tests de robustesse faits sur la non stationnarité de certaines variables réelles, une série représentant l'IPC canadien a été utilisée. Le graphique 3.3 illustre la comparaison entre l'IPC, ajustée pour l'année de référence 1992, et le déflateur combiné. C'est la série 326-0021, fournie par Statistiques Canada, qui est utilisée et elle s'intitule *Indice des prix à la consommation (IPC), panier 2009.*

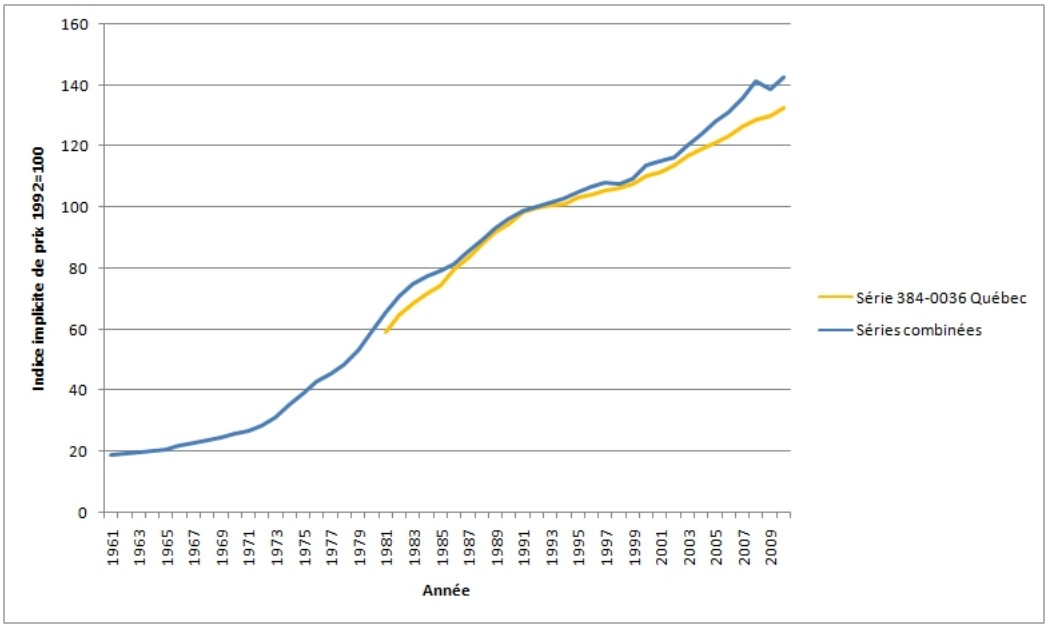

Figure 3.2 Indices implicites combinés du PIB canadien et du Québec

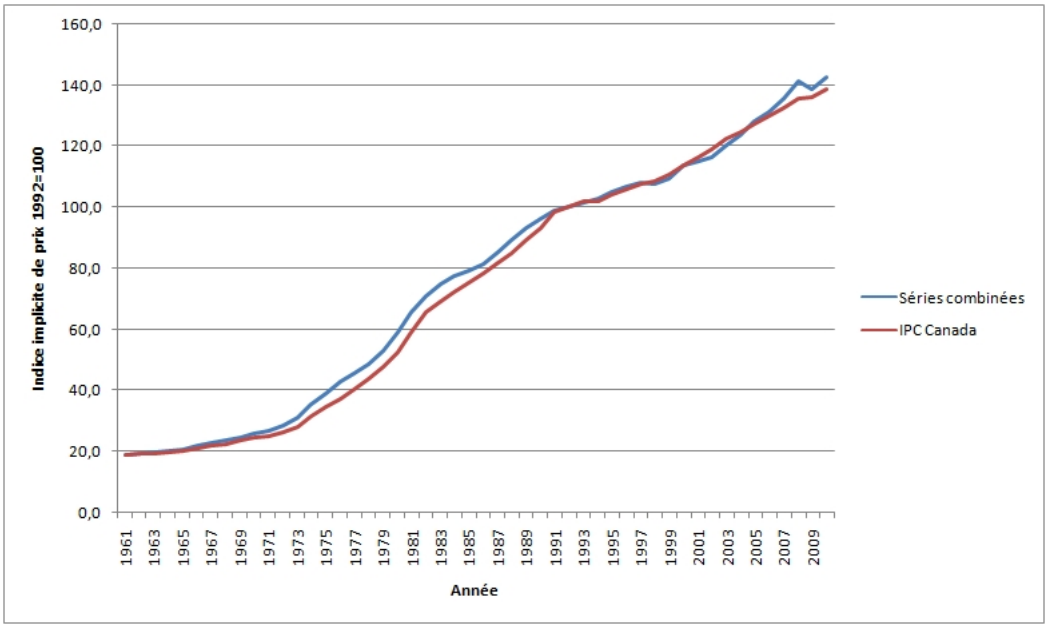

Figure 3.3 Indice implicite combiné du PIB canadien et de l'IPC canadien

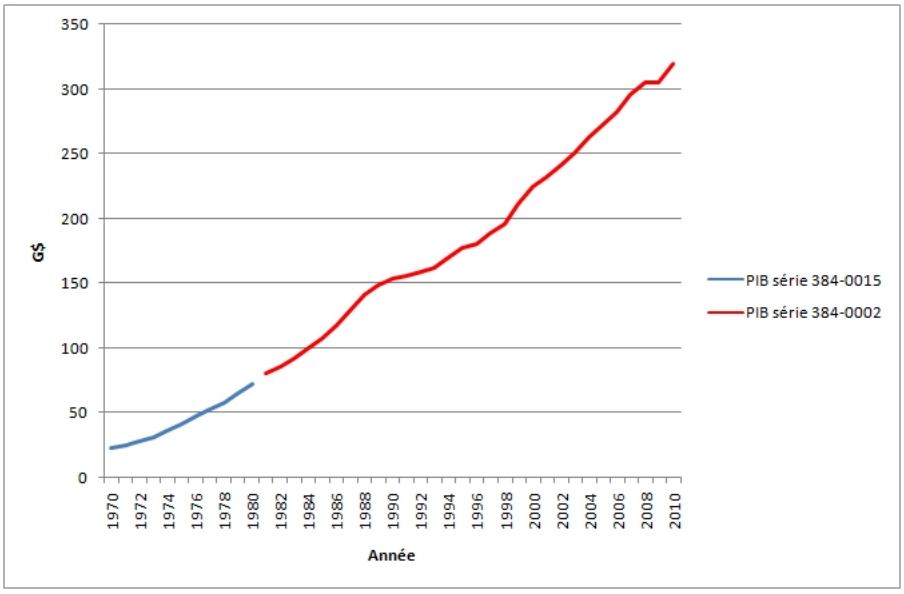

Figure 3.4 Évolution du PIB au Québec, en termes de dépenses

3.1 Données pour le test de stationnarité

3.1.1 Données pour le PIB

Les données sur le PIB proviennent des séries 384-0015, *Produit intérieur brut provincial(PIB), en termes de dépenses* et 384-0002, *Produit intérieur brut provincial(PIB), en termes de dépenses, comptes économiques provinciaux*, de Statistiques Canada. Les données sont annuelles et s'étendent de 1961 à 1980 et de 1981 à 2010 respectivement. Aucun ajustement n'a été effectué, les deux séries ont été tout simplement combinées. Le graphique 3.4 montre les deux séries de données.

3.1.2 Données pour la dette

Puisque plusieurs concepts de dette existent, il a été nécessaire de faire certains choix pour obtenir une série chronologique annuelle qui représente au mieux les engagements qui reposent sur les contribuables québécois.

Tout d'abord, le concept de dette de l'ensemble du secteur public est rejeté. En effet, la différence entre ce passif et la dette brute se composait en 2012 à 63,5 % du passif d'Hydro-Québec (Ministère des Finances du Québec, 2012). En tant qu'actionnaire unique d'Hydro-Québec, le gouvernement est le responsable ultime de sa dette. Cependant, compte tenu de sa situation de monopole fournissant un service essentiel et des larges bénéfices récurrents qui ont été générés année après année, il apparaît inconcevable qu'Hydro-Québec ne puisse honorer ses obligations dans l'avenir. Par ailleurs, bien que les actifs financiers soient susceptibles de voir leur valeur fluctuer, le concept de dette nette apparaît comme celui donnant la meilleure appréciation de l'endettement du gouvernement et il est préféré à la dette brute comme point de départ. Finalement, le concept de dette des déficits cumulés a été rejeté. Pour les tests à effectuer, soutraire à la valeur de la dette la valeur comptable des actifs n'apparaît pas réaliste, certains actifs ayant une liquidité des plus incertaines. De plus, la vente d'actifs pour sortir d'une crise d'endettement serait difficilement applicable. Les revenus à espérer, dans une telle situation de crise, seront vraisemblablement moindres que leur valeur comptable puisque les acheteurs seront en position de force face à au gouvernement. La valeur des actifs devrait se refléter dans leur capacité à générer des revenus, directs ou indirects, pour le gouvernement.

À partir du concept de dette nette, il a été nécessaire de choisir les données les plus fiables. Intuitivement, il serait logique d'utiliser les données du gouvernement québécois mais cela pose des difficultés suite aux changements apportés dans la comptabilité du gouvernement du Québec lors des dernières années. En effet, les chiffres officiels de la dette nette fournie par le gouvernement québécois dans la Banque de données des statistiques officielles sur le Québec (BDSO) n'englobent pas les mêmes composantes depuis 2007 et les données fournies n'ont pas été redressées pour les années précédent 1998 [1]. Les données disponibles auprès de Statistiques Canada, tirées de la série 385-

1. Il y a eu deux réformes de la comptabilité gouvernementale au Québec dans les dernières années. Une première réforme a eu lieu à partir de l'année fiscale 1997-1998 et une deuxième à partir de 2006-2007.

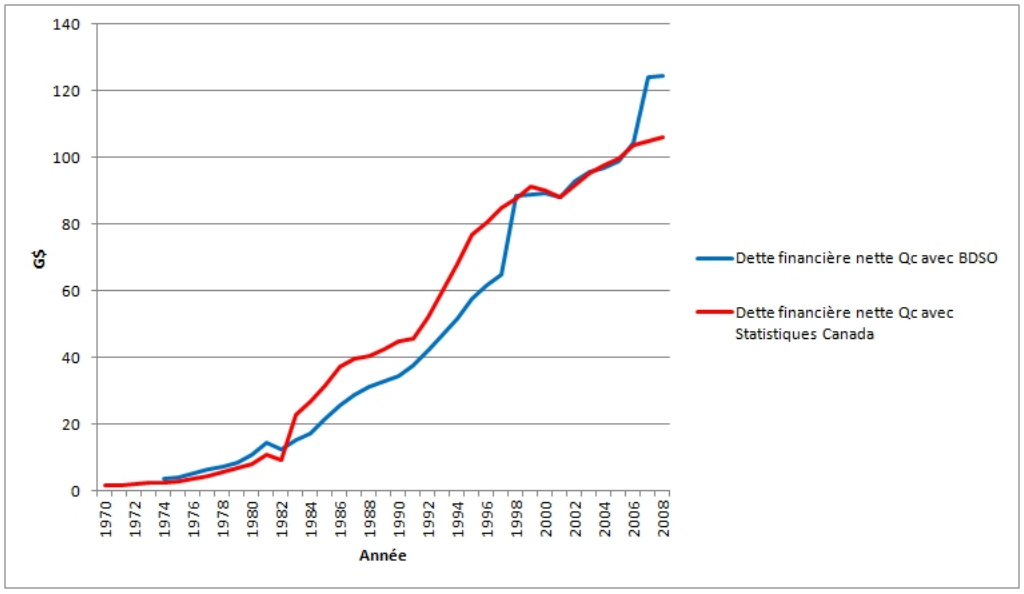

Figure 3.5 Dette financière nette du gouvernement du Québec selon la source de données

0014 intitulée *Bilan des administrations publiques générales fédérale, provinciales et territoriales et des administrations publiques locales* et disponible sur CANSIM, ont été comparées avec celles de la BDSO et les deux séries sont représentées à la figure 3.5. Les données sont très similaires entre 1998 et 2006. Le changement des normes de comptabilité du gouvernement québécois, non appliqué aux données avant 1998, est flagrant sur le graphique. C'est pourquoi ce sont les données fédérales des dettes financières nettes qui seront utilisées. Ces données, de la série 385-0014, permettent de couvrir les années allant de 1976 à 2007. La série temporelle sur la dette du Québec sera donc constituée de la somme de la part québécoise de la dette nette fédérale, de la dette nette du gouvernement québécois et de la dette nette des municipalités. À partir des données de Statistique Canada, la dette municipale est ajoutée et le résultat de la somme des deux dettes nettes est représentée à la figure 3.6.

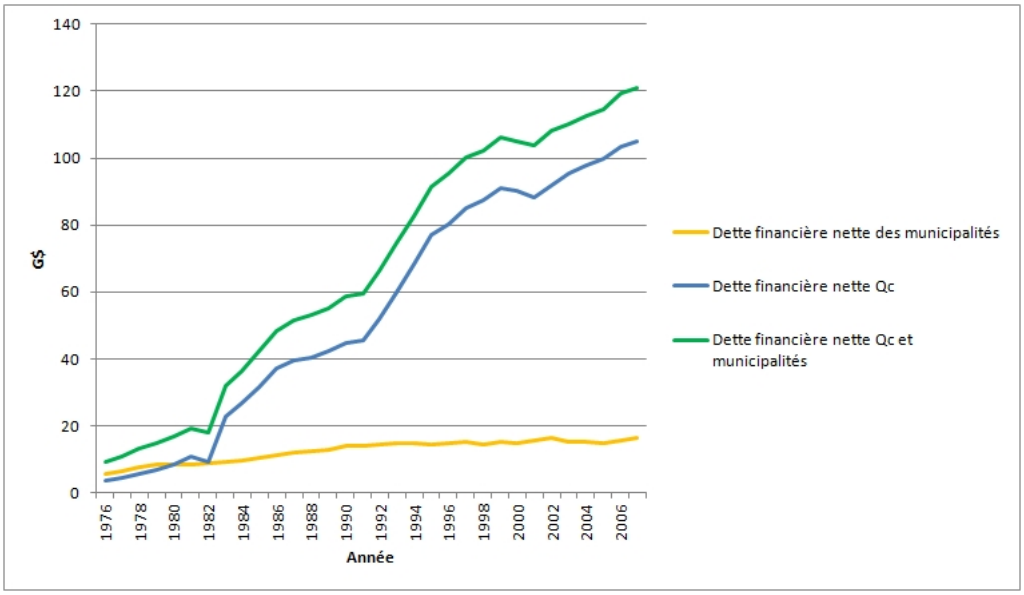

Figure 3.6 Dette financière nette du Québec et des municipalités

3.1.3 Part de la dette nette fédérale

La part de la dette nette fédérale à être attribuée au Québec est sujet à de multiples débats et de nombreuses études ont été faites par le passé à ce sujet. L'objectif de ce mémoire n'étant pas de déterminer ce qui serait la juste part, plusieurs scénarios seront étudiés. Cela permettra notamment de voir si les résultats varient grandement de l'un à l'autre. Le premier scénario prendra pour référence la part de la population québécoise par rapport à la population totale canadienne en suivant l'évolution de ce ratio tout au long de la période observée. Ce ratio évolue de 27,3 % en 1976 à 23,4 % en 2007. Les données pour la population proviennent de la série 051-0005, *Estimations de la population, Canada, provinces et territoires, annuel (personnes)*, disponible sur CANSIM. Le deuxième scénario prendra la part du PIB québécois par rapport au PIB canadien, ici encore en suivant son évolution pendant la période observée, qui varie de 24,1 % en 1976 à 19,3 % en 2007. Enfin, deux scénarios limites, pour des tests de robustesse, seront évalués. Un premier scénario limite, avec une part plus faible que dans les deux cas précédents, est calculé en diminuant de 20 % la part de la dette fédérale

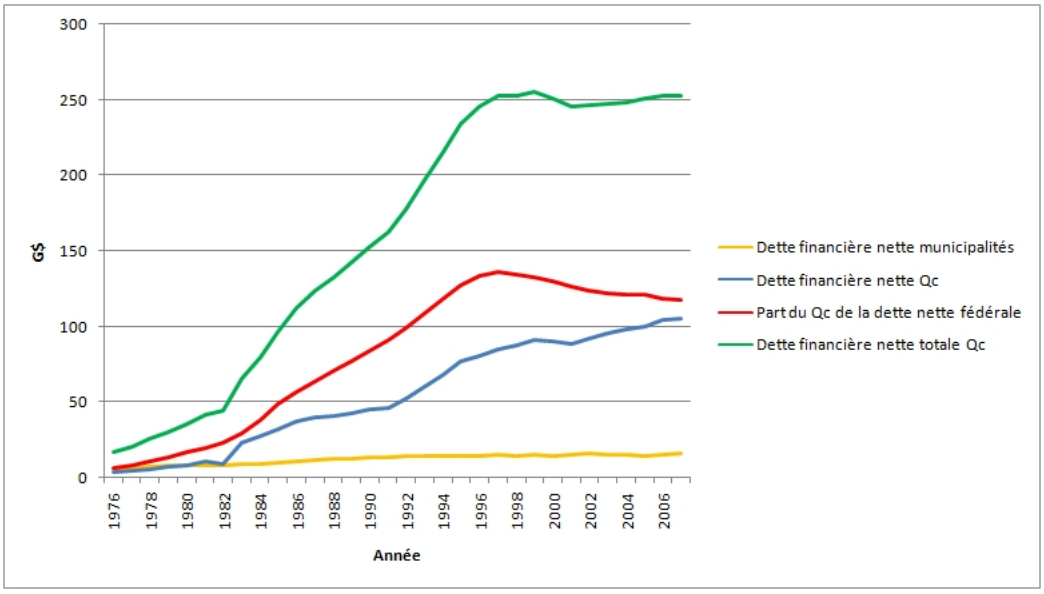

Figure 3.7 Dette financière nette combinée du Québec

obtenue dans le scénario avec ratio basé sur les PIB respectifs. Un deuxième scénario limite, avec une part plus élevée, est généré en augmentant de 20 % la part de la dette fédérale obtenue dans le scénario avec ratio basé sur les populations respectives. Le scénario de départ contient une part de dette fédérale ajoutée en fonction du ratio de la population et est représentée à la figure 3.7.

3.1.4 Données pour le surplus primaire

Les données sur le surplus primaire sont obtenues à partir de la BDSO dans le fichier *Sommaire des opérations budgétaires consolidées*. Les données utilisées sont annuelles et vont s'étendre de 1973-1974 à 2008-2009. Il est à noter que, ici encore, il y a eu application d'une réforme comptable mais l'impact combiné sur les revenus et les dépenses semble négligeable. Sur la figure 3.8, où l'année fiscale 1973-1974 est désignée comme 1973, il est possible de constater qu'il n'y a pas de cassure flagrante entre 1996-1997 et 1997-1998, dernière année où les données ont été redressées pour tenir compte de la réforme comptable.

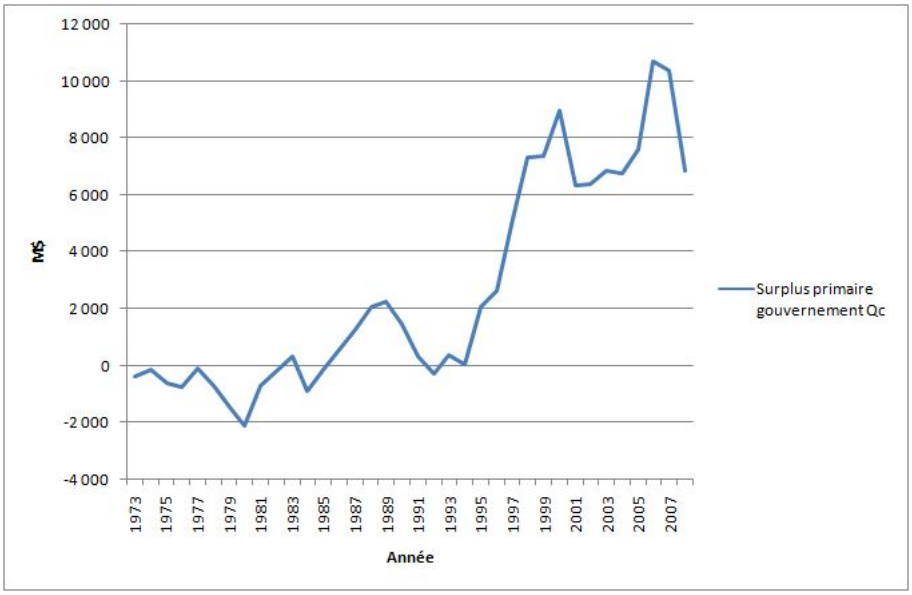

Figure 3.8 Surplus primaire du gouvernement du Québec

3.2 Données pour les tests sur l'intégration et la cointégration

Dans le cas du surplus primaire, la même série que celle décrite précédemment est utilisée. Cependant, pour la série sur la dette, les dettes municipale et fédérale sont exclues. La série sur la dette est donc composée uniquement de la dette financière nette du gouvernement du Québec. Il est justifié de faire cette modification pour les tests de cointégration car l'objectif est de voir le comportement du surplus primaire en fonction de la variation de l'endettement. Il va de soi que les décisions du gouvernement du Québec ne sont fonction que de son niveau d'endettement, d'autant plus qu'il n'a aucun contrôle sur la dette fédérale.

3.2.1 Données pour revenus et dépenses

Pour les tests sur l'intégration et la cointégration entre les revenus et dépenses qui incluent ici le service de la dette, les séries utilisées proviennent du même fichier de la BDSO mentionné précédemment. Cependant, les dépenses du gouvernement du Québec

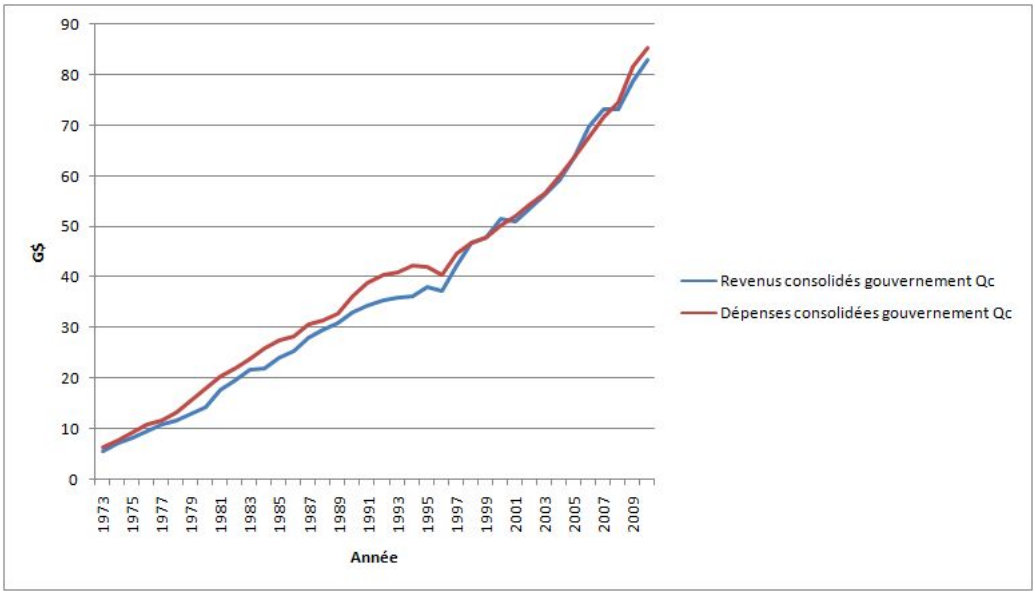

Figure 3.9 Revenus et dépenses du gouvernement du Québec

vont maintenant inclure le paiement des intérêts. Dans le cas présent, c'est la réactivité du gouvernement québécois à ajuster ses revenus en fonction de ses dépenses qui est testée. C'est pourquoi uniquement les données concernant le gouvernement québécois sont utilisées. Les données utilisées sont annuelles et couvrent la période allant de 1973-1974 à 2010-2011. Les deux séries sont illustrées à la figure 3.9 où l'année fiscale 1973-1974 est désignée comme 1973. De manière similaire à la série sur le surplus primaire, l'impact des réformes comptables est ici négligeable puisque les séries sur les revenus et les dépenses serviront à faire un test de cointégration. De plus, la baisse visible des revenus et des dépenses se produit en 1996, dernière année dans les données avant la réforme comptable, et cette baisse n'est donc aucunement reliée à cette réforme.

3.3 Données pour le modèle ergodique

Pour le modèle ergodique, les séries temporelles utilisées sont les mêmes que décrites précédemment pour le surplus primaire et la dette, composante québécoise incluse seulement. À noter ici que les valeurs sur le surplus primaire, disponible en année fis-

cale contrairement aux autres variables utilisées dans le modèle ergodique, ont été approximées, dans l'analyse par classification à k-moyennes, en appliquant, par exemple, l'année fiscale 1976-1977 à l'année 1976 et ce, pour toutes les années. Parmi les autres variables dans le modèle, les données sur le chômage sont tirées des différentes éditions du document intitulé *Annuaires québécois des statistiques du travail* disponible dans la BDSO. Les données disponibles permettent de couvrir la période de 1976 à 2010. Les taux d'inflation sont obtenus en faisant le ratio $i_t = \text{déflateur}_t/\text{déflateur}_{t-1}$. Les taux de croissance du PIB sont obtenus, à partir des données sur le PIB réel calculé avec les indices implicites du PIB, en calculant le ratio $g_t = \text{PIB}_t/\text{PIB}_{t-1}$.

Le taux d'intérêt réel payé sur la dette québécoise a été obtenu par calcul. Le taux est obtenu en soustrayant le taux d'inflation au rendement des obligations québécoises sur 10 ans. Les données pour les rendements des obligations ont été récupérées, pour la période 1976 à 2004, à partir des données sources, directement auprès du directeur du mémoire de Sonia Lukawecki (2007). Pour les années 2005 à 2010, les taux sur les obligations ont été évalués à partir du graphique D.11 du Budget 2013-2014 - Plan budgétaire (2012).

CHAPITRE IV

RÉSULTATS

Le présent chapitre contient l'ensemble des résultats des différents tests, du modèle de projection ainsi que l'analyse et l'interprétation de ces résultats. L'ensemble des tests et des simulations ont été réalisés à l'aide du logiciel R. Les scripts ont été rédigés par l'auteur à l'exception du test de KPSS [1], du critère MAIC et de la statistique de test DF_{τ}^{GLS} [2].

4.1 Tests sur le ratio dette/PIB

Cette section contient les différents tests exécutés sur le ratio de la dette totale publique du Québec sur le PIB avec différents pourcentages de la dette fédérale.

4.1.1 Tests de non stationnarité sur le ratio dette/PIB

Avant d'aborder l'analyse des résultats des tests de Dickey-Fuller augmenté, une remarque sur la puissance du test s'impose. En effet, ce type de test est reconnu pour avoir

---

1. La commande pour exécuter le test de KPSS fait partie de l'ensemble *tseries* et est présenté à l'adresse web `127.0.0.1:29295/library/tseries/html/kpss.test.html`. Le terme σ^2 est estimé avec l'estimateur de Newey-West.

2. Les calculs du critère MAIC et de la statistique de test DF_{τ}^{GLS} sont fait à partir des fonctions développées par Sebastian Fossati et disponible à l'adresse web `http://www.ualberta.ca/~sfossati/e509/files/other/urtests.R`

		DF_τ		DF_γ	
Modèle	Significativité	n=25	n=50	n=25	n=50
Modèle aléatoire avec dérive	1 %	-3,75	-3,59	-17,2	-18,9
	5 %	-2,99	-2,93	-12,5	-13,3
	10 %	-2,64	-2,60	-10,2	-10,7

Tableau 4.1 Valeurs critiques pour la statistique de Dickey-Fuller

une puissance faible lorsque vient le temps de distinguer entre un processus avec racine unitaire ($\gamma = 1$) d'un processus très près d'avoir une racine unitaire ($\gamma = 0,95$). Cela augmente la probabilité d'une erreur de type II, à savoir le non rejet d'une hypothèse nulle qui est fausse. Cela rend donc les tests sur la non stationnarité très conservateurs.

Par ailleurs, à titre de référence pour les résultats des tests de non stationnarité, le tableau 4.1 contient les valeurs critiques aux différents taux de significativité pour la statistique de Dickey-Fuller. Ces valeurs sont tirées des tableaux 20.4 et 20.5 du livre de Greene (2003).

Le tableau 4.2 présente les résultats des tests de non stationnarité de Dickey-Fuller augmenté pour le ratio de la dette publique du Québec sur le PIB. Le ratio dette/PIB est évalué selon un modèle de marche aléatoire avec dérive couvrant la période allant de 1976 à 2007. Quatre cas de figures pour le partage de la dette fédérale ont été testés. Les quatre cas, soient « Faible », PIB, Population et « Forte » correspondent aux quatre scénarios présentés à la section 3.1.3. Les résultats sous « dernier retard significatif » ont été obtenus avec un nombre de retards sélectionné en utilisant la méthode présentée au CHAPITRE II alors que, sous « MAIC », le nombre de retards a été obtenu avec le critère d'information modifié d'Akaike. Les équations 4.1 et 4.2 donnent les résultats respectifs, selon le nombre de retards, pour la régression du test de Dickey-Fuller augmenté dans le cas avec dette fédérale partagée selon le ratio de la population.

	dernier retard significatif			MAIC		
% dette fédérale	DF_τ	DF_γ	retards	DF_τ	DF_γ	retards
Faible	-1,909	-4,361	1	-1,905	-5,809	2
PIB	-1,902	-4,587	1	-1,902	-6,002	2
Population	-1,956	-4,687	1	-2,004	-6,440	2
Forte	-1,964	-4,921	1	-2,012	-6,630	2

Tableau 4.2 Résultats des tests de non stationnarité du ratio dette/PIB

$$\begin{array}{rccccccc} B_t - B_{t-1} = & 0,061 & - & 0,062 & B_{t-1} + & 0,603 & \Delta B_{t-1} + \hat{\epsilon}_t \\ & (0,031) & & (0,032) & & (0,141) & \end{array} \tag{4.1}$$

$$\begin{array}{rccccccccc} B_t - B_{t-1} = & 0,065 & - & 0,068 & B_{t-1} + & 0,435 & \Delta B_{t-1} + & 0,258 & \Delta B_{t-2} + \hat{\epsilon}_t \\ & (0,033) & & (0,034) & & (0,184) & & (0,183) & \end{array} \tag{4.2}$$

Les résultats obtenus montrent que, dans tous les cas, peu importe la méthode pour le choix du nombre de retards ou la proportion de la dette fédérale comptabilisée, l'hypothèse nulle de non stationnarité ne peut pas être rejetée. En effet, aucune des statistiques de Dickey-Fuller obtenues n'est inférieure à la valeur critique à 10 %. Ces résultats sont une indication de non soutenabilité du sentier d'endettement public au Québec.

Afin d'évaluer la robustesse du test en fonction de la période étudiée, les mêmes tests sont repris mais sur une période plus courte couvrant de 1983 à 2007. Le test vise à voir si, en retranchant quelques années à la période couverte, les résultats seraient différents puisque la nouvelle période couverte donnerait une importance plus grande aux années de surplus budgétaire, tant à Ottawa qu'à Québec. L'année de départ 1983 a été choisie de manière à avoir un minimum de 25 données. Les résultats sont présentés au tableau 4.3. L'équation 4.3 donne les résultats pour la régression du test de Dickey-Fuller augmenté dans le cas avec dette fédérale partagée selon le ratio de la population.

	dernier retard significatif			MAIC		
% dette fédérale	DF_τ	DF_γ	retards	DF_τ	DF_γ	retards
Faible	-1,948	-10,227	1	-0,781	-2,915	2
PIB	-2,611	17,294	5	-1,915	-10,166	1
Population	-0,662	-2,283	2	-0,662	-2,283	2
Forte	0,639	-2,198	2	-0,639	-2,198	2

Tableau 4.3 Résultats des tests de non stationnarité du ratio dette/PIB, période tronquée.

Ici, une seule équation est présentée car la méthode du dernier retard significatif et le critère MAIC ont donné le même nombre de retards.

$$\begin{array}{ccccccccc} B_t - B_{t-1} = & 0,023 & - & 0,026 & B_{t-1} + & 1,112 & \Delta B_{t-1} - & 0,36 & \Delta B_{t-2} + \hat{\epsilon}_t \\ & (0,041) & & (0,039) & & (0,199) & & (0,200) & \end{array} \tag{4.3}$$

Les résultats obtenus montrent tous, sauf pour le cas PIB, que l'hypothèse nulle de non stationnarité ne peut être rejetée. Dans le cas PIB, les résultats sont ambigus. Tout d'abord, la méthode du dernier retard significatif a donné un nombre de retards beaucoup plus élevé que tous les autres cas testés jusqu'à maintenant. Cela donne deux statistiques presque opposées alors que DF_γ est loin de permettre un rejet de l'hypothèse nulle alors que DF_τ est tout juste trop grand pour permettre un rejet de l'hypothèse nulle à un taux de significativité de 10 %. Ici, il est à noter que le nombre élevé de retards rend exceptionnellement la statistique DF_γ positive. Pour ce même cas, mais avec un nombre de retards choisi par le critère MAIC, les deux statistiques ne permettent pas un rejet de l'hypothèse nulle. Cela pourrait s'expliquer par le nombre de retards considéré qui passe de 1 à 5 alors que, pour tous les autres tests, il n'y en avait toujours qu'un ou deux. Dans l'ensemble, ces tests supplémentaires indiquent également que le sentier d'endettement public est non soutenable.

Niveau de significativité	0,01	0,05	0,1
Valeur critique	-2,58	-1,98	-1,62

Tableau 4.4 Valeurs critiques pour la statistique de DF_{τ}^{GLS}

% dette fédérale	DF_{τ}^{GLS}	retards (MAIC)
Faible	-1,337	2
PIB	-1,369	2
Pop	-1,439	2
Forte	-1,469	2

Tableau 4.5 Résultats des tests de non stationnarité du ratio dette/PIB avec statistique DF_{τ}^{GLS}

4.1.2 Tests de non stationnarité de DF_{τ}^{GLS} sur le ratio dette/PIB

Afin de valider les tests de non stationnarité de Dickey-Fuller, certains tests sont repris avec une méthode plus puissante, soit le calcul de la statistique DF_{τ}^{GLS}. Le tableau 4.4 présente les valeurs critiques spécifiques à cette statistique, tirées de l'article de Ng et Perron (2001).

Les résultats obtenus sont présentés au tableau 4.5. Le nombre de retards a été sélectionné avec le critère d'information MAIC. Les statistiques DF_{τ}^{GLS} calculées confirment les précédents résultats. Pour les quatre cas, il n'est pas possible de rejeter l'hypothèse nulle de non stationnarité, ce qui est un signe de non soutenabilité du sentier d'endettement.

4.1.3 Tests de stationnarité de $KPSS$ sur le ratio dette/PIB

Un autre test complémentaire consiste à tester l'hypothèse nulle de la stationnarité. Ce test donne la statistique de $KPSS$ dont les valeurs critiques sont présentées au tableau

Niveau de significativité	0,01	0,05	0,1
Valeur critique	0,739	0,463	0,347

Tableau 4.6 Valeurs critiques pour la statistique de $KPSS$

% dette fédérale	$KPSS$	retards
Faible	0,983	1
PIB	0,960	1
Pop	0,975	1
Forte	0,958	1

Tableau 4.7 Résultats des tests de non stationnarité du ratio dette/PIB avec statistique $KPSS$

4.6 (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin, 1992).

Les résultats obtenus pour les tests de stationnarité sont compatibles avec ceux des tests de non stationnarité. Le tableau 4.7 montre que, dans tous les cas [3], la statistique $KPSS$ est largement supérieure à la valeur critique à 1 %. Il est donc possible de rejeter l'hypothèse nulle de stationnarité avec un niveau de significativité de 1 %. Ces résultats indiquent un sentier d'endettement non soutenable.

4.2 Tests de non stationnarité sur la dette réelle et le surplus primaire réel

Les tests suivants de non stationnarité portent sur la dette réelle du gouvernement du Québec et le surplus primaire réel, ce qui permet de tester la condition de transversalité.

Afin de vérifier le respect de la condition de transversalité, il faut tester la non stationnarité du surplus primaire et de la dette réelle. Pour ces deux variables, la période

3. Le nombre de retards est choisi par la commande `kpss.test` selon la formule `trunc(3*sqrt(n)/13)`

Variable	DF_τ	DF_γ	retards (MAIC)
S_t	-1,183	-2,714	0
D_t	-1,563	-2,015	2

Tableau 4.8 Résultats des tests de stationnarité sur la dette réelle et le surplus primaire réel.

couvre de 1973 à 2008. Il est important de rappeler ici qu'il ne s'agit que de la dette publique du gouvernement du Québec. En effet, puisque l'équation à tester lie les surplus à la dette, il est donc nécessaire de prendre seulement le niveau de dette qui relève du gouvernement du Québec. Le tableau 4.8 ainsi que les équations 4.4 et 4.5 indiquent les résultats obtenus avec un modèle de marche aléatoire avec dérive.

$$\begin{array}{rccccc} S_t - S_{t-1} = & 326 & - & 0,078 & S_{t-1} + \hat{\epsilon}_t \\ & (252) & & (0,066) & \end{array} \tag{4.4}$$

$$\begin{array}{rccccccccc} D_t - D_{t-1} = & 3424 & - & 0,041 & D_{t-1} + & 0,119 & \Delta D_{t-1} + & 0,211 & \Delta D_{t-2} + \hat{\epsilon}_t \\ & (1591) & & (0,026) & & (0,177) & & (0,177) & \end{array} \tag{4.5}$$

Les résultats obtenus pour les statistiques de Dickey-Fuller indiquent que l'hypothèse nulle de non stationnarité ne peut pas être rejetée autant pour le surplus primaire que pour la dette réelle. Les statistiques sont largement supérieures aux valeurs critiques à 5 %. Dans leur approche, Hamilton et Flavin (1986) s'appuyaient sur la stationnarité du surplus primaire pour déduire que la stationnarité de la dette réelle impliquait le respect de la condition de transversalité. Dans la cas présent, puisque le surplus primaire pourrait être non stationnaire, tout comme la dette réelle, il n'est pas possible de tirer cette conclusion.

Par ailleurs, afin de tester l'impact de l'ajustement pour obtenir les valeurs réelles du surplus et de la dette, le test a été repris mais en ayant ajusté les données en fonction

Variable	DF_τ	DF_γ	retards (MAIC)
S_t	-1,195	-2,817	0
D_t	-1,499	-1,911	2

Tableau 4.9 Résultats des tests de stationnarité pour la dette réelle et le surplus primaire, ajusté avec IPC.

Niveau de significativité	0,01	0,05	0,1
Valeur critique n=36	-4,218	-3,511	-3,164
Valeur critique n=38	-4,200	-3,502	-3,158

Tableau 4.10 Valeurs critiques des statistiques de DF_τ pour les tests de cointégration

de l'IPC. Le tableau 4.9 présente les résultats obtenus.

Les résultats obtenus montrent que les tests de non stationnarité sur le surplus primaire et la dette sont robustes en ce qui concerne le choix de l'indice pour obtenir des valeurs réelles. Les statistiques de Dickey-Fuller obtenues ont varié de manière négligeable.

4.3 Intégration et de cointégration

Le tableau 4.10 présente les valeurs critiques des statistiques de Dickey-Fuller pour les tests de cointégration. Ces valeurs sont tirées de MacKinnon (2010).

4.3.1 Intégration et cointégration pour la dette réelle et le surplus primaire réel

Les résultats des tests de non stationnarité pour la dette réelle et le surplus primaire réel sont affichés dans le tableau 4.11. Les données couvrent la période 1973 à 2008. Ces résultats ne rejettent pas l'hypothèse nulle de non stationnarité autant pour la dette réelle que pour le surplus primaire. Par ailleurs, le nombre de retards n'a qu'un faible impact sur la statistique de Dickey-Fuller. Ces résultats sont donc en faveur de

DF_τ avec (retards)	D	S
DF_τ (0)	-1,215	-1,183
DF_τ (1)	-1,366	-1,256
DF_τ (2)	-1,563	-1,262
DF_τ (3)	-1,635	-1,066

Tableau 4.11 Résultats pour l'intégration d'ordre 0 de la dette réelle et le surplus primaire réel

DF_τ retards	D	S
DF_τ 0	-4,676	-4,780
DF_τ 1	-2,783	-3,823
DF_τ 2	-2,190	-3,651
DF_τ 3	-2,317	-3,020

Tableau 4.12 Résultats pour l'intégration d'ordre 1 de la dette réelle et le surplus primaire réel

l'intégration des variables de la dette réelle et du surplus primaire réel.

Afin de s'assurer que les deux variables sont intégrées d'ordre 1, un test de non stationnarité sur la première différence est effectuée. Les résultats sont présentés au tableau 4.12. Les résultats obtenus montrent que l'hypothèse nulle de non stationnarité peut être rejetée à un taux de significativité de 1 % lorsqu'il n'y a aucun retard inclus et à 10 % pour le cas avec un retard. Cela permet de poser l'hypothèse que les deux séries sont intégrées d'ordre 1 et qu'il est possible de faire un test de cointégration avec ces deux séries.

Les résultats des tests de cointégration de la dette réelle avec le surplus primaire réel sont affichées dans le tableau 4.13. Les résultats obtenus montrent que l'hypothèse nulle de non cointégration ne peut pas être rejetée, que ce soit pour la période complète ou

Période	DF_τ	retards	$\hat{\gamma}$ régression
1973 à 2008	-2,310	0	-0,249
1973 à 2008	-2,986	1	-0,335
1973 à 2008	-2,303	2	-0,300
1973 à 2008	-2,134	3	-0,311
1984 à 2008	-1,716	0	-0,211
1984 à 2008	-2,044	1	-0,267
1984 à 2008	-2,175	2	-0,319
1984 à 2008	-2,210	3	-0,377

Tableau 4.13 Résultats des tests de cointégration pour la dette réelle et le surplus primaire

celle réduite de 1984 à 2008. Il n'est donc pas possible d'affirmer que le surplus primaire réel est cointégré avec la dette réelle, ce qui serait une indication de non soutenabilité. De plus, les valeurs obtenues pour le coefficent $\hat{\gamma}$ suite à la régression montre que, même si les séries étaient cointégrées, la valeur que devrait prendre r, pour respecter le vecteur de cointégration, serait totalement irréaliste. En effet, $\hat{\gamma}$ devrait être égal à $1/r$ alors que, dans les résultats obtenus, le taux d'intérêt devrait être négatif et très grand.

4.3.2 Intégration et cointégration pour les revenus réels et les dépenses réelles

Dans son étude, Afonso (2005) exprime les revenus réels et les dépenses réelles en terme de ratio sur le PIB. La même démarche est reprise ici. Les résultats des tests de non stationnarité pour les revenus réels et les dépenses réelles, exprimées en pourcentage du PIB, sont affichés dans le tableau 4.14. À un taux de significativité de 10 %, en aucun cas l'hypothèse nulle de non stationnarité ne peut être rejetée pour les deux variables. Ces résultats indiquent que les variables pourraient être intégrées.

Le tableau 4.15 présente les résultats des test de non stationnarité sur la première différence pour les revenus réels et les dépenses réelles, exprimées en pourcentage du PIB.

DF_τ retards	T	GG
DF_τ 0	-1,672	-1,941
DF_τ 1	-1,083	-2,897
DF_τ 2	-0,919	-2,108
DF_τ 3	-0,712	-2,796

Tableau 4.14 Résultats pour l'intégration d'ordre 0 pour les revenus réels et les dépenses réelles

DF_τ retards	T	GG
DF_τ 0	-6,549	-4,168
DF_τ 1	-4,410	-4,068
DF_τ 2	-4,253	-2,942
DF_τ 3	-4,139	-2,879

Tableau 4.15 Résultats pour l'intégration d'ordre 1 pour les revenus réels et les dépenses réelles

Les résultats montrent que l'hypothèse nulle peut être rejetée à un taux de significativité de 10 % dans tous les cas et même de 1 % pour les cas sans aucun retard. Il est donc possible de faire un test de cointégration avec les dépenses réelles et les revenus réels.

Les résultats des tests de cointégration des revenus réels avec les dépenses réelles sont affichés dans le tableau 4.16. Toutes les statistiques de Dickey-Fuller obtenues indiquent qu'il n'est pas possible de rejeter l'hypothèse nulle de non cointégration. Il n'y a pas de différence significative entre la période complète et la période réduite à 25 ans. Par ailleurs, la valeur trouvée pour le coefficient $\hat{\gamma}$ suite à la régression devrait avoir la valeur de 1 pour respecter le vecteur de cointégration, ce qui n'est clairement pas le cas dans les résultats trouvés. La non cointégration des revenus et des dépenses serait donc une indication de non soutenabilité de la politique fiscale.

Période	DF_τ	retards	$\hat{\gamma}$ régression
1973 à 2010	-1,625	0	-0,146
1973 à 2010	-1,197	1	-0,115
1973 à 2010	-1,218	2	-0,126
1973 à 2010	-0,747	3	-0,083
1986 à 2010	-1,196	0	-0,121
1986 à 2010	-0,981	1	-0,109
1986 à 2010	-1,017	2	-0,124
1986 à 2010	-1,010	3	-0,141

Tableau 4.16 Résultats des tests de cointégration pour les revenus réels et les dépenses réelles

4.4 Modèle de projection

Les données disponibles sur le surplus primaire utilisées dans le modèle ne permettent pas de représenter fidèlement l'évolution de la dette du gouvernement du Québec, la seule considérée pour le modèle de projection. Les opérations non budgétaires contribuent à augmenter l'endettement bien que seule une fraction de ces opérations soient comptabilisées pendant l'année en cours. Afin de représenter cet ajout à la dette qui n'apparaît pas dans le surplus primaire, le modèle est ajusté pour ajouter un élément θ d'endettement supplémentaire. L'équation 2.31 devient donc :

$$B_{t+1} = (x_{t+1} + \theta - \alpha B_t) + \frac{B_t}{g_{t+1}}(1 + r_{t+1}). \tag{4.6}$$

Le facteur θ a été estimé en observant, au cours des dernières années, l'écart moyen entre l'augmentation de la dette et le surplus primaire moins le service de la dette. Il a été évalué à 1 % du ratio dette/PIB.

À partir de l'équation 4.6, la projection sur 20 ans a été calculée tout d'abord avec un coefficent α égal à 0. L'année 2010 étant le point de départ, cette année a été évaluée comme faisant partie de l'état 4. Le point de départ du modèle est donc l'état 4 avec

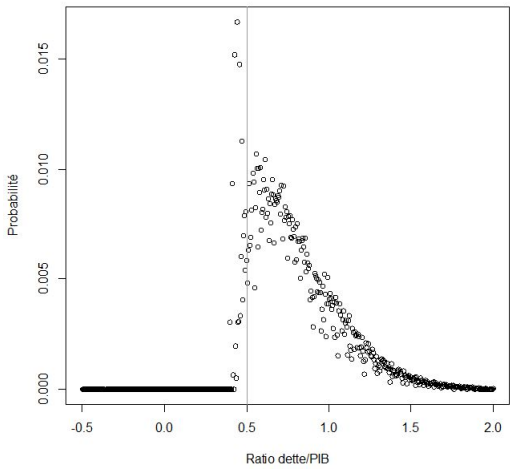

Figure 4.1 Distribution du modèle avec $\theta = 0{,}01$

un ratio dette/PIB évalué à 0,5. Ce niveau de ratio d'endettement est choisi à partir du ratio de la dette nette en 2010 tel qu'indiqué par le gouvernement du Québec dans ses données sur la dette nette disponible sur la BDSO. La distribution après 20 ans est affichée à la figure 4.1. Un trait vertical est affiché vis-à-vis la valeur de départ du ratio d'endettement.

La distribution obtenue n'est pas symétrique, le maximum du ratio dette/PIB est beaucoup plus éloigné du point de départ que le minimum. À partir des distributions de chaque année, il est possible de générer la projection présentée à la figure 4.2. Sur ce type de graphique, cinq courbes sont représentées. Elles représentent différents percentiles de la distribution. La courbe à 50 % est identifiée dans la suite du texte comme le scénario médian, la courbe à 25 % comme le scénario optimiste et celle à 75 % comme le scénario pessimiste. Le trait horizontal affiché sur les graphiques de projection indique la valeur de départ du ratio d'endettement.

Le scénario médian voit le ratio dette/PIB augmenter de manière régulière pour atteindre 73 % après 20 ans. Même le scénario optimiste, après une certaine stabilité

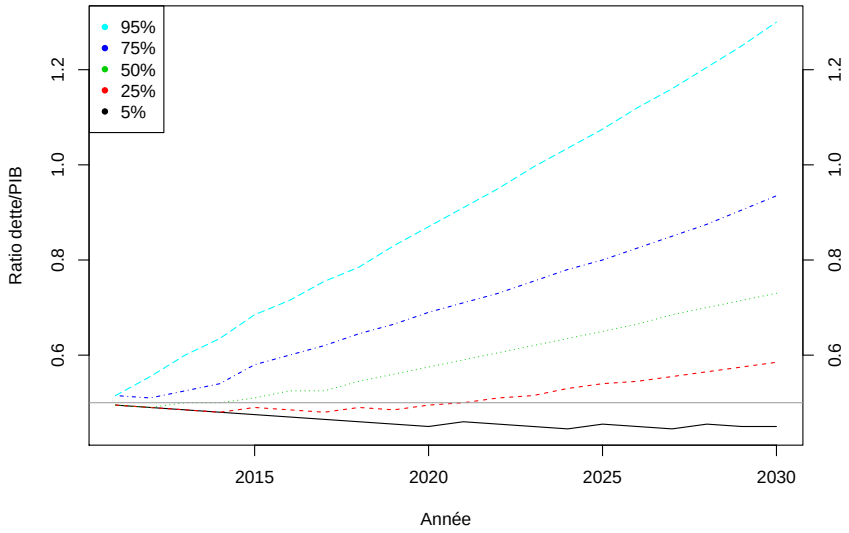

Figure 4.2 Projection du modèle avec $\theta = 0{,}01$

pendant la première décennie, voit son ratio dette/PIB augmenter jusqu'à 58 %. Quant au scénario pessimiste, son ratio dette/PIB passe de 50 % à plus de 90 % en vingt ans. La projection montre que le scénario pessimiste s'éloigne davantage du scénario médian que le scénario optimiste. Dans cet essai de modélisation, le ratio d'endettement serait donc davantage affecté par des conditions économiques défavorables qu'il ne le serait par des conditions économiques favorables. Ce constat est plausible avec la réalité où historiquement, des conditions économiques avantageuses n'ont pas toujours servies à réduire le ratio d'endettement.

Ce premier essai du modèle est en partie incomplet puisqu'il ne suppose aucune réaction du pouvoir politique à la hausse de l'endettement, ce que vise à simuler l'introduction du paramètre α. Ce paramètre est estimé de manière itérative en comparant les différents quartiles de la distribution actuelle historique du ratio dette/PIB avec la distribution obtenue par le modèle ergodique. Cette dernière distribution est celle obtenue après une période de 20 ans en prenant comme point de départ pour l'endettement 33 %, soit la

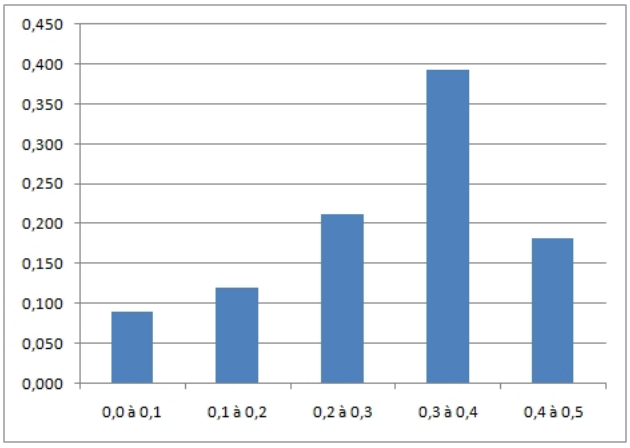

Figure 4.3 Distribution du ratio dette/PIB pour les années 1976 à 2008

Quartile	Modèle	Actuel
0,25	0,225	0,25
0,50	0,300	0,33
0,75	0,41	0,38

Tableau 4.17 Quartiles de la distribution actuelle et selon le modèle

valeur médiane de la distribution actuelle, présentée à la figure 4.3.

L'estimation trouvée pour α est de 0,024. La distribution et la projection générées avec cette valeur pour α sont présentées aux figures 4.4 et 4.5. Les quartiles obtenus sont présentés au tableau 4.17.

En remplaçant le paramètre α par la valeur trouvée, le cas initial avec point de départ à 50 % est refait. La distribution après 20 ans et la projection sont présentées aux figures 4.6 et 4.7 respectivement. L'effet du paramètre α est majeur. Le scénario médian voit son ratio dette/PIB se stabiliser à 46 %, plus de 25 % de moins que dans le cas avec $\alpha = 0$. La diminution est encore plus marquée pour le scénario pessimiste dont le ratio dette/PIB augmente lentement et ne dépasse pas 60 % comparativement à plus de 90 % sans facteur α. Cette diminution marquée de l'endettement grâce au simple

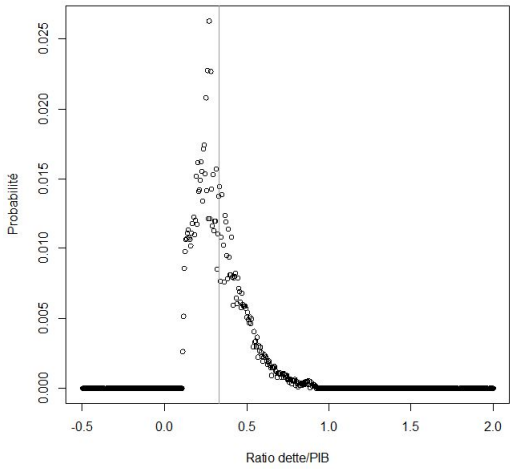

Figure 4.4 Distribution du modèle avec $\alpha = 0{,}024$, $\theta = 0{,}01$ et point de départ à 0,33

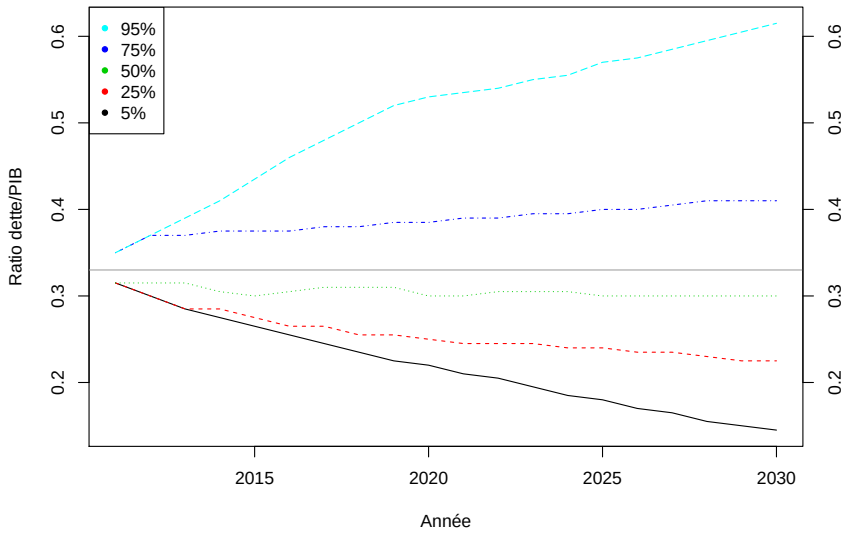

Figure 4.5 Projection du modèle avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}01$ et point de départ à 0,33

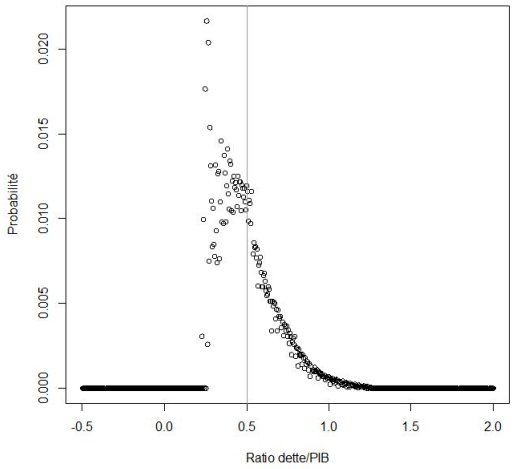

Figure 4.6 Distribution du modèle avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}01$

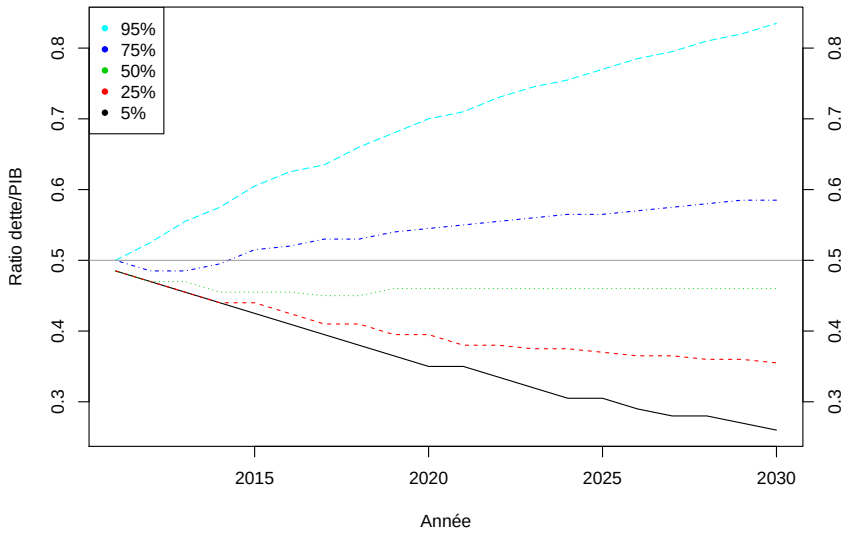

Figure 4.7 Projection du modèle avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}01$

ajout du facteur α peut apparaître surprenant au regard de l'évolution historique du ratio dette/PIB qui a été marquée par une hausse globale significative de l'endettement. Néanmoins, la stabilisation du ratio d'endettement pendant les dernières années rend cette projection plausible. Cela étant, il est important de rappeler que l'hypothèse ergodique suppose un système suivant un processus stationnaire et que le facteur α est estimé pour concorder avec cette hypothèse. Cela étant, cette hypothèse peut servir de point de départ intéressant pour simuler le comportement de l'économie tout en ajustant le modèle en fonction de tendances structurelles anticipées que ne peut percevoir le modèle ergodique.

4.4.1 Flexibilité du modèle

Afin d'explorer les possibilités du modèle et de tenir compte de changements structurels à venir pour l'économie du Québec, comme le vieillissement de la population et les investissements majeurs en infrastructure, deux modifications sont apportées au modèle.

La première modification consiste à augmenter de 1 % le facteur d'endettement θ. Cette modification peut se justifier notamment par les investissements en infrastructures qui continueront à être majeurs dans les prochaines années. De plus, l'effet du vieillissement de la population sur les revenus et les dépenses en santé mettront sous pression les finances du gouvernement. L'effet de cette hausse de θ est présenté aux figures 4.8 et 4.9. Les effets sont majeurs pour tous les scénarios. Le scénario médian voit son ratio dette/PIB augmenter constamment et dépasser 66 % en 2030. En comparaison du cas où θ valait 0,01, la hausse est de plus de 20 %, ce qui signifie que la réaction à la hausse de l'endettement est insuffisante pour ralentir la hausse.

Une autre variante intéressante à tester concerne la réaction tant du gouvernement que des marchés financiers à la hausse de l'endettement. Pour le prochain cas, un seuil critique pour le ratio d'endettement a été fixée à 65 %. Sous ce niveau d'endettement, le gouvernement a un facteur α divisé par deux. Il revient à sa valeur d'origine une fois le seuil dépassé. Cependant, au-delà de ce seuil, les taux d'intérêt sont doublés pour simuler

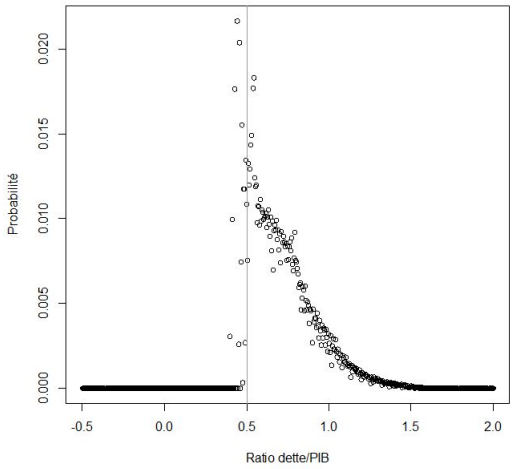

Figure 4.8 Distribution du modèle de base avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}02$

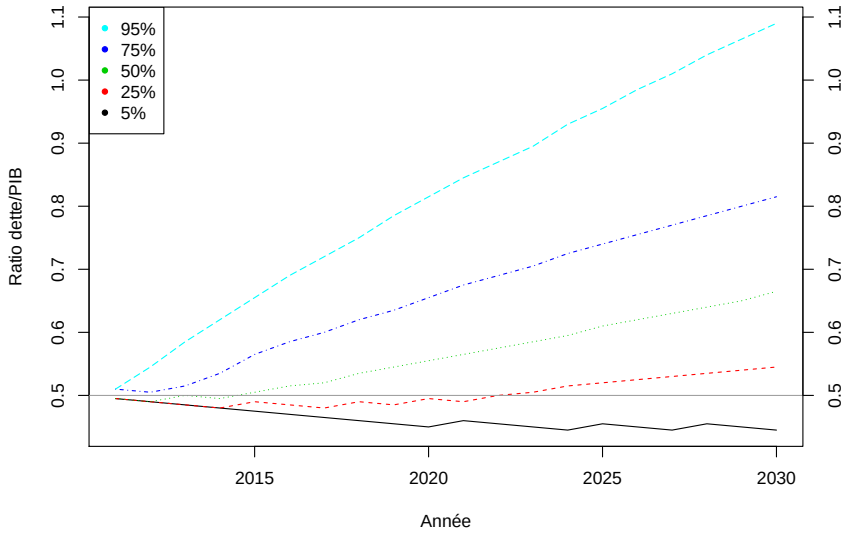

Figure 4.9 Projection du modèle de base avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}02$

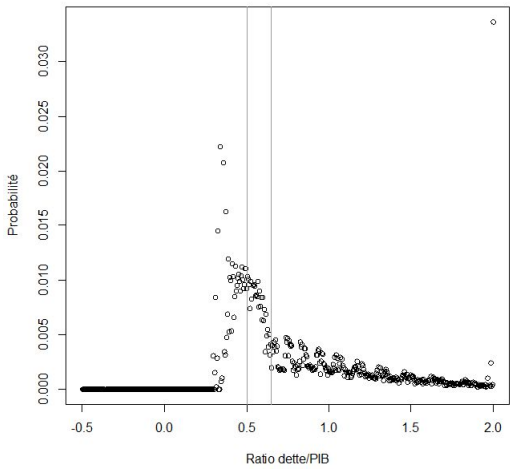

Figure 4.10 Distribution du modèle modifié

une inquiétude des marchés financiers qui demanderaient une prime supplémentaire importante pour les obligations du gouvernement. La distribution et la projection sont représentées aux figures 4.10 et 4.11 respectivement. L'effet est mineur sur les scénarios optimiste et médian, leur endettement augmentant légèrement dû à la diminution du facteur α. Cependant, le doublement du taux d'intérêt lorsque l'endettement atteint 65 % a un très grand impact sur le scénario pessimiste. Le facteur de réaction politique à la hausse de l'endettement est incapable de freiner l'emballement de celui-ci découlant de la hausse des taux d'intérêt.

4.4.2 Sensibilité à l'année de départ

Le regroupement, en attribuant un état de la nature spécifique à l'année de départ, est susceptible d'influencer significativement la distribution après 20 ans puisque les premières années seront fortement influencées par l'année initiale. Afin d'effectuer un test de sensibilité, le cas principal, avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}01$, est remodélisé mais, cette fois, l'état de départ est le 5, qui, d'ailleurs, correspond à l'année 2009 dans le regroupement des années. L'état de la nature 5 n'est pas aussi bon économiquement que

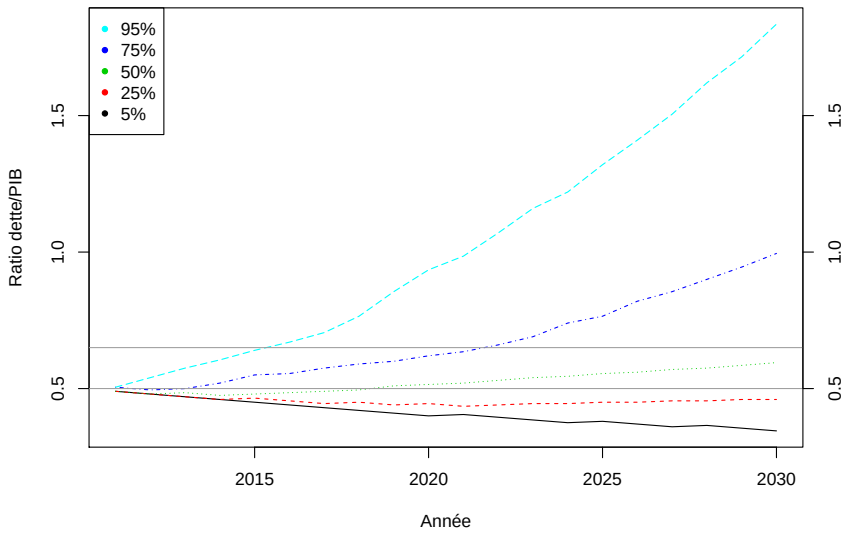

Figure 4.11 Projection du modèle modifié

l'état 4 mais il reste positif. La principale différence se situe au niveau du taux t'intérêt réel. La distribution après 20 ans et la projection sont présentées aux figures 4.12 et 4.13 respectivement. Ce simple changement a fait augmenter le ratio dette/PIB de quelques pourcents pour les différents scénarios. Par contre, un changement significatif est visible pour les premières années du scénario pessimiste où le ratio dette/PIB atteint rapidement près de 60 %. Ce changement peut avoir des conséquences majeures si cette hausse rapide entraînait une prime supplémentaire sur les marchés financiers.

Globalement, il ressort de l'ensemble des tests du modèle que le niveau d'endettement, pour se maintenir à son niveau actuel, devra bénéficier d'une viligance constante de la classe politique. La valeur estimée pour α semble un peu élevée par rapport à ce qu'elle serait dans la réalité. Cette surestimation proviendrait de la nature du modèle. Pourtant, malgré que le facteur α semble un peu surestimé, le taux d'endettement est à la hausse dès que des changements négatifs pour les finances publiques sont apportés. Cela indiquerait que, dans le modèle, le gouvernement n'a presqu'aucune marge de manoeuvre

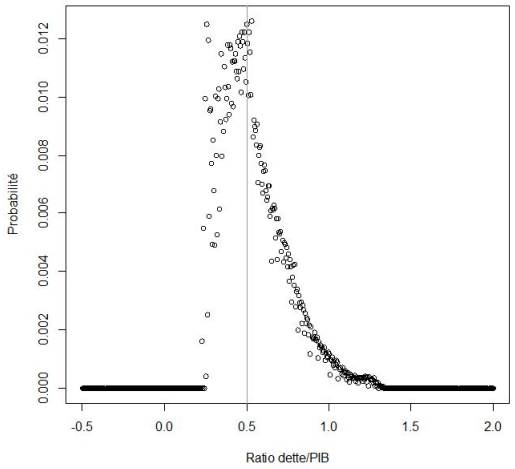

Figure 4.12 Distribution du modèle avec $\alpha = 0{,}024$, $\theta = 0{,}01$, état de départ modifié

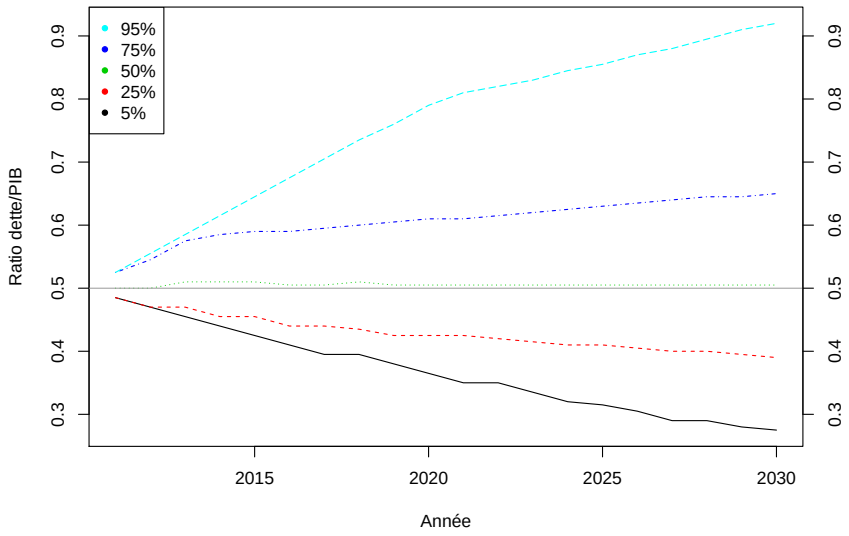

Figure 4.13 Projection du modèle avec $\alpha = 0{,}024$ et $\theta = 0{,}01$, état de départ modifié

pour faire face à une dégradation de sa situation économique. Une réaction négative des marchés, par exemple suite à une décote, ou les effets attendus du vieillissement de la population pourraient rapidement mettre le gouvernement sur un sentier d'endettement non soutenable. Par ailleurs, en étant conservateur, il serait de mise de postuler que le scénario pessimiste devrait être soutenable pour considérer que la politique fiscale du gouvernement est soutenable. Il ne s'agit en fait que d'avoir au moins 75 % de chance de ne pas se retrouver dans une situation de perte de contrôle de l'endettement. Les scénarios pessimistes atteignant des niveaux inquiétants, le modèle serait compatible avec les résultats des tests économétriques de non stationnarité et de cointégration.

CONCLUSION

La dette publique est un sujet de préoccupation important au Québec depuis 20 ans. Suite aux décisions difficiles qui ont dû être prises pour stabiliser puis réduire le ratio dette/PIB dans les années 90, la population et les gouvernements sont aujourd'hui plus sensibles à cette question. Néanmoins, le maintien d'un niveau d'endettement raisonnable est parfois difficile à conjuguer avec les considérations politiques à court terme. La situation du Québec a ceci de particulier que cet État a une dette brute élevée mais une dette des déficits cumulés beaucoup plus modeste. Le point de vue adopté sur la valeur des actifs du gouvernement change radicalement l'évaluation de la situation financière du gouvernement, notamment lorsque soumis à des comparaisons internationales.

Dans le cadre de ce mémoire, des tests de non stationnarité ont été réalisés sur le ratio dette/PIB, la dette, le surplus primaire et le surplus brut. Des tests de cointégration ont également été faits sur les revenus et les dépenses, exprimées en ratio sur le PIB, ainsi que sur la dette et le surplus primaire. Les résultats de ces tests indiquent tous un non respect de la contrainte budgétaire intertemporelle. Cela signifie qu'il n'est pas possible de réfuter l'hypothèse que la politique fiscale globale du Québec depuis les années 70 soit non soutenable.

Par ailleurs, un modèle de projection simple a été réalisé basé sur l'hypothèse que l'économie du Québec a un comportement ergodique. Les résultats indiquent que, sur un horizon de 20 ans, la distribution tend vers un ratio dette/PIB pour le gouvernement du Québec qui est similaire à son niveau actuel. Cependant, le taux d'endettement peut augmenter rapidement dès que les conditions économiques se dégradent et atteindre des niveaux insoutenables. Une grande prudence semble donc de mise.

Ce modèle et ces tests ne sauraient en aucun cas prédire l'avenir mais ils apportent des éléments d'information additionnels pour jauger de la situation actuelle de l'endettement public au Québec. Une des difficultés rencontrées concernait les sources de données. Les réformes comptables des dernières années et l'absence de données redressées sur l'ensemble de la période étudiée forcent la lecture des résultats avec une certaine prudence. Néanmoins, il serait étonnant que les résultats soient significativement différents avec des données redressées jusqu'aux années 70.

L'évolution de l'endettement au Québec n'a pas suivi un parcours linéaire, le retour à l'équilibre budgétaire suite aux objectifs de déficit zéro dans les années 90 a permis une amélioration de sa situation. Dans le contexte précaire actuel, il est impossible de prévoir ce que sera la situation dans 20 ans. Il est important de souligner, cependant, que la prise de conscience qui a eu lieu dans les années 90 est encore présente et que les gouvernements à venir, peu importe leur couleur, ne pourront échapper à cette réalité. Si le gouvernement du Québec a su se tirer d'affaire relativement bien au cours de la dernière récession, de nombreux défis structurels, notamment la productivité et le vieillissement de de la population, garderont sous pression les finances publiques du gouvernement du Québec.

APPENDICE A

SITUATION DE LA DETTE DU GOUVERNEMENT DU QUÉBEC

Cet appendice contient deux graphiques sur l'évolution de la dette et du service de la dette du gouvernement du Québec.

À partir des séries de données sur la dette nette et le PIB provenant de Statistiques Canada (voir CHAPITRE III), le graphique A.1, permet de visualiser l'évolution du ratio de la dette publique combinée du Québec sur son PIB de 1976 à 2007. Pour ce graphique, cette dette publique combinée inclut les municipalités, le gouvernement québécois et la part québécoise de la dette fédérale établie en fonction du ratio de la population.

Le graphique A.2 permet de visualiser l'évolution du ratio du coût du service de la dette publique du gouvernement du Québec par rapport au PIB de 1973 à 2010. Sur le graphique, l'année fiscale 1973-1974 est désignée comme 1973.

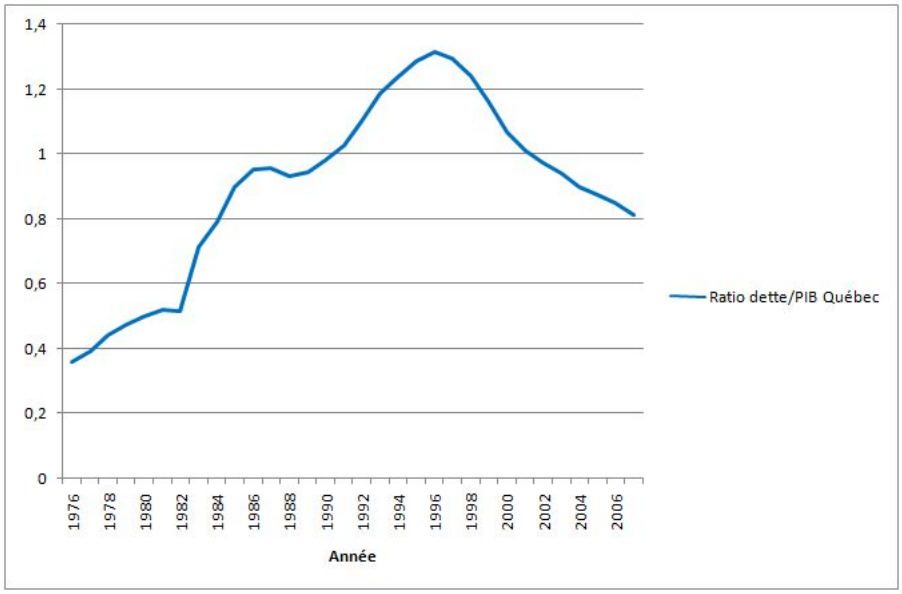

Figure A.1 Évolution du ratio de la dette nette publique combinée du Québec sur le PIB

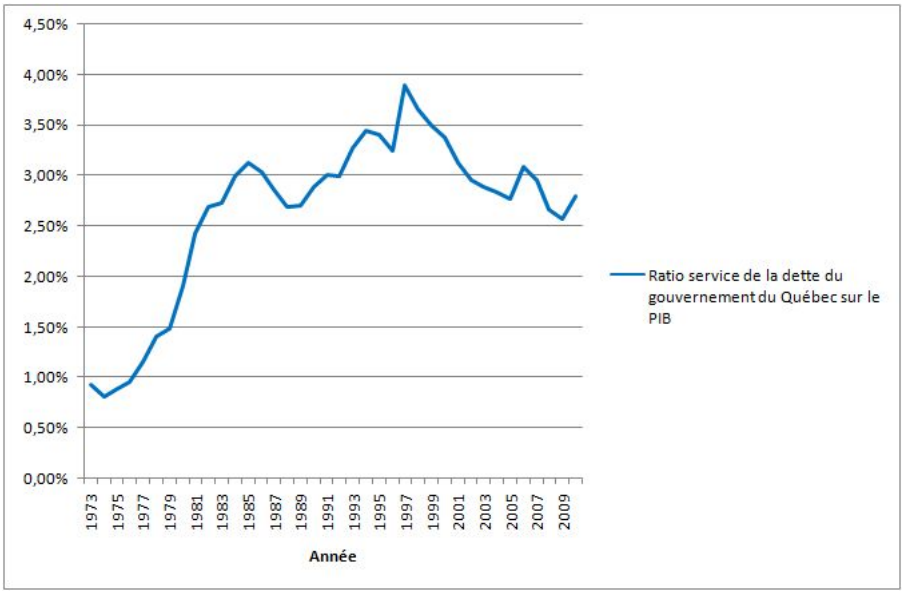

Figure A.2 Évolution du ratio du service de la dette publique du gouvernement du Québec sur le PIB

APPENDICE B

DÉRIVATION DE LA CONTRAINTE AVEC REVENUS ET DÉPENSES

Cet appendice reprend l'essentiel de la démarche d'Afonso (2005).

La contrainte identité du financement pour le gouvernement peut s'écrire :

$$G_t + (1 + r_{t-1})D_{t-1} = T_t + D_t. \tag{B.1}$$

Dans cette équation, D_{t-1} représente le montant de la dette à la période précédente, r_{t-1} est le taux d'intérêt réel sur la dette, G_t représente les dépenses réelles du gouvernement à cette période, paiements d'intérêts non inclus, et T_t est le montant des revenus réels du gouvernement. En réécrivant l'équation B.1 pour toutes les périodes suivant la période présente et résolvant cette équation de manière récursive, la contrainte budgétaire intertemporelle est obtenue telle que :

$$D_t = \sum_{s=1}^{\infty} \left(\frac{T_{t+s} - G_{t+s}}{\prod_{j=1}^{s}(1 + r_{t+j})} \right) + \lim_{s \to \infty} \frac{D_{t+s}}{(1 + r_{t+j})}. \tag{B.2}$$

Afonso pose l'hypothèse que le taux d'intérêt réel est stationnaire et de moyenne r. Définissant la variable E_t telle que

$$E_t = G_t + (r_t - r)D_{t-1}, \tag{B.3}$$

il est possible d'inclure ce résultat dans l'équation B.2 et d'obtenir :

$$D_{t-1} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{(1 + r)^{s+1}} (T_{t+s} - E_{t+s}) + \lim_{s \to \infty} \frac{D_{t+s}}{(1 + r)^{s+1}}. \tag{B.4}$$

À partir de ce résultat, la condition de transversalité est définie telle que :

$$\lim_{s \to \infty} \frac{D_{t+s}}{(1 + r)^{s+1}} = 0, \tag{B.5}$$

ce qui implique le respect de la contrainte budgétaire intertemporelle.

Partant des travaux de Hakio et Rush (1991), Afonso utilise l'équation B.2 pour obtenir l'équation équivalente suivante :

$$\begin{aligned} G_t + r_t D_{t-1} - R_t = \quad & \textstyle\sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^{s-1}} \left[\Delta R_{t+s} - \Delta G_{t+s} - \Delta r_{t+s} \Delta D_{t-1+s} + r \Delta D_{t-1+s}\right] \\ & + \lim_{s\to\infty} \tfrac{D_{t+s}}{(1+r)^{s+1}}. \end{aligned} \tag{B.6}$$

Utilisant l'équation B.3 et remplaçant, l'équation B.6 devient

$$G_t + r_t D_{t-1} - T_t = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^{s-1}} (\Delta T_{t+s} - \Delta E_{t+s}) + \lim_{s\to\infty} \frac{D_{t+s}}{(1+r)^{s+1}}. \tag{B.7}$$

À partir de la condition de transversalité, l'équation B.5, et de la définition suivante :

$$GG_t = G_t + r_t D_{t-1} \tag{B.8}$$

où GG_t représente les dépenses gouvernementales, intérêts sur la dette inclus, l'équation B.7 devient :

$$GG_t - T_t = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^{s-1}} (\Delta T_{t+s} - \Delta E_{t+s}) + \lim_{s\to\infty} \frac{D_{t+s}}{(1+r)^{s+1}}. \tag{B.9}$$

De cette dernière équation, il ressort que GG_t et T_t doivent être cointégrés d'ordre 1 pour que leurs premières différences soient stationnaires. Afonso assume que T et E sont des variables non stationnaires et que leurs premières différences doivent être stationnaires, il en conclut donc que le côté gauche de l'équation B.9 doit aussi être stationnaire. Le test de cointégration se fait alors sur l'équation suivante :

$$T_t = a + bGG_t + u_t. \tag{B.10}$$

Cette dernière équation peut être régressée linéairement et la stationnarité des résidus, jumelée avec un vecteur de cointégration [1, -1], implique la cointégration des revenus et dépenses.

APPENDICE C

ALGORITHME DE CLASSIFICATION À K-MOYENNES

Cet appendice présente de manière intuitive et plus détaillée le principe de l'algorithme de classification à k-moyennes.

Pour parvenir à une classification, l'algorithme cherche à minimiser l'écart au carré entre chaque paramètre d'une observation, soient les variables comme, par exemple, le taux de chômage de l'année considérée, et la valeur de ce paramètre associé au centroïde, soit l'état de la nature, de son groupe. Initialement, les centroïdes sont définis de manière aléatoire ou, par exemple, en les associant au hasard à différentes observations de l'échantillon. À partir de ce point de départ, l'algorithme calcule pour chaque centroïde quelles sont les observations qui font partie de son groupe. Il calcule ensuite de nouveaux paramètres pour chaque centroïde à partir des valeurs moyennes des paramètres des observations de son groupe. Ces nouvelles valeurs de paramètres pour chaque centroïde feront évoluer les observations associées à chaque groupe. Les centroïdes verront donc leur groupe respectif modifié et se verront attribuer de nouveaux paramètres jusqu'à ce qu'ils aient convergé.

La figure C.1 illustre le processus avec un exemple très simple. Dans cet exemple, il y a cinq observations, les ronds, et deux centroïdes ou états de la nature, les carrés pleins. Les observations ne sont définies que par un seul paramètre, leur position horizontale dans l'espace. À l'étape 1, les deux centroïdes ont été placés aléatoirement sur les deux observations les plus à droite sur l'axe horizontal. Le trait vertical définit leur zone

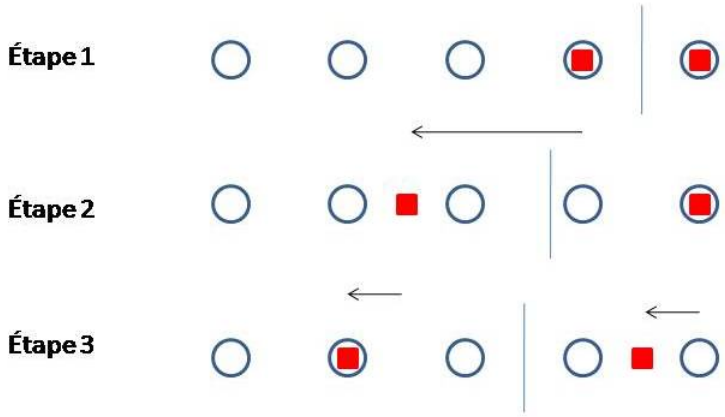

Figure C.1 Exemple simple d'analyse de classification par k-moyennes

d'influence respective. Les quatre observations à gauche font partie d'un même groupe alors qu'une seule observation fait partie du groupe de centroïde de droite. En calculant la valeur moyenne de la position horizontale des observations du centroïde de gauche, une nouvelle valeur de son paramètre est obtenue et le centroïde est déplacé vis-à-vis cette nouvelle position et cela amène à l'étape 2. La démarcation des groupes a changé et maintenant il y a trois observations dans le groupe de gauche et deux dans le groupe de droite. Les valeurs moyennes de la position horizontale des observations amènent un déplacement des centroïdes ce qui donne l'étape 3. Dans cet exemple, l'algorithme a maintenant convergé puisque les centroïdes ne se déplaceraient plus après l'étape 3.

Cet exemple simple permet également d'illustrer que le processus se reproduit jusqu'à la convergence vers une solution qui peut être un minimum local. En effet, selon les valeurs de départ, l'algorithme ne converge pas nécessairement vers la solution optimale sur l'ensemble des solutions possibles. Dans l'exemple de la figure C.1, il aurait suffi que les centroïdes démarrent à partir des deux observations les plus à gauche pour inverser de manière symétrique la solution. Il est donc nécessaire de faire rouler l'algorithme plusieurs fois pour évaluer les résultats obtenus. Dans le cadre de ce mémoire, l'algorithme a été exécuté des dizaines de fois. Les résultats obtenus étaient similaires

d'une fois à l'autre et le même petit groupe de solutions revenaient de manière régulière. Pour exécuter les différents tests et ne pas avoir de variation, les points de départ des centroïdes ont été fixés aux valeurs de la solution retenue, garantissant une convergence vers la même solution à chaque exécution de l'algorithme.

Le lecteur qui souhaite approfondir le sujet des algorithmes de classification peut consulter, notamment, l'ouvrage de Hartigan (1975).

RÉFÉRENCES

Afonso, Antonio. 2005. « Fiscal Sustainability : the Unpleasant European Case ». FinanzArchiv : Public Finance Analysis, Mohr Siebeck, Tübingen, vol. 61(1), pp. 19-44.

Baglioni, Angelo, et Umberto Cherubini. 1993. « Intertemporal budget constraint and public debt sustainability : the case of Italy ». *Applied Economics*, vol. 25, pp. 275-283.

Berti, Katia. 2013. « Stochastic public debt projections using the historical variance-covariance matrix approach for EU countries », Commission européenne, Economics Papers 480, avril 2013, 25 p.

Bohn, Henning. 1995. « The sustainability of budget deficits in a stochastic economy ». *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 27, no.1 février 1995, pp. 257-271.

Bohn, Henning. 1998. « The Behavior of U.S. Public Debt and Deficits ». *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 113, no.3 août 1998, pp. 949-963.

Bohn, Henning. 2007. « Are stationarity and cointegration restrictions really necessary for the intertemporal budget constraint ? ». *Journal of Monetary Economics*, vol. 54, pp. 1837-1847.

Contessi, Sylvio. 2012. « An application of conventional sovereign debt sustainability analysis to the current debt crises », Federal Reserve Bank of St-Louis Review, mai/juin 2012, 94(3), pp. 197-220.

Elliott, Graham, Rothenberg, Thomas J., et James H. Stock. 1996. « Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root ». *Econometrica*, vol. 64, no.4 juillet 1996, pp. 813-836.

Engle, Robert F., et Clive W.J. Granger. 1987. « Co-Integration and Error Correction : Representation, Estimation, and Testing ». *Econometrica*, vol. 55, no.2 mars 1987, pp. 251-276.

Fincke, Bettina, et Alfred Greiner. 2012. « How to assess debt sustainability ? Some theory and empirical evidence for selected euro area countries ». *Applied Economics*, 44 :28, pp. 3717-3724.

Galvao, Antonio F., Fabio Augusto Reis Gomes et N. Kundan Kishor. 2011. « Testing Public Debt Sustainability Using the Present-Value Model ». Disponible sur

SSRN : http://ssrn.com/abstract=1916922orhttp://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1916922.

Greene, William. 2003. *Économétrie*. Trad. de l'anglais par Didier Schlacter et al. IEP Paris, 946 p.

Haber, Gotttfried, et Reinhard Neck. 2006. « Sustainability of Austrian Public Debt : A Political Economy Perspective ». *CESifo Working paper*, Working paper 1816.

Hakkio, Craig S., et Mark Rush. 1991. « Is the Budget Deficit "Too Largee ?" ». *Economic Inquiry*, vol. 29, pp. 429-445.

Hall, Robert E.. 2013. « Fiscal stability of high-debt nations under volatile economic conditions ». *NBER Working paper series*, Working paper 18797.

Hamilton, James D., et Marjorie A. Flavin. 1986. « On the Limitations of Government Borrowing : A Framework for Empirical Testing ». *The American Economic Review*, Vol. 76, No.4 septembre 1986, pp. 808-819.

Hartigan, John A. 1975. *Clustering Algorithms*. John Wiley & Sons, 365 p.

Hartigan, John A., et M. A. Wong. 1979. « A K-Means Clustering Algorithm ». *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, vol. 28, no. 1 pp. 100-108.

Haug, Alfred A., 1991. « Cointegration and Government Borrowing Constraints : Evidence for the United States ». *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 9, No.1 janvier 1991, pp. 97-101.

Kwiatkowski, Denis, Peter C.B. Phillips, Peter Schmidt et Yongcheol Shin. 1992. « Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root ». *Journal of Econometrics*, vol. 54, pp. 159-178.

Lukawecki, Sonia, 2007. « La détermination des taux d'intérêt des obligations provinciales à long terme ». Mémoire de maîtrise, Montréal, Université du Québec à Montréal, 41 p.

Lukkezen, Jasper, et Hugo Rojas-Romagosa. 2013. « An early-warning indicator for sovereign debt sustainability ». CPB Netherlands Bureau for Economic Policy Analysis, 49 p.

MacKinnon, James G., 2010. « Critical Values for Cointegration Tests ». Queen's Economics Department Working Paper No. 1227, Queen's University. 17 p.

Ministère des Finances du Canada. 2007. Voir Gouvernement du Canada, Ministère des Finances, Tableaux de référence financiers.

Ministère des Finances du Canada. 2012. Voir Gouvernement du Canada, Ministère des Finances, Rapport financier annuel du Gouvernement du Canada.

Ministère des Finances du Québec. 2012. Voir Gouvernement du Québec, Ministère des Finances, Budget 2013-2014 - Plan budgétaire.

Ng, Serena, et Pierre Perron. 2001. « Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power ». *Econometrica*, vol. 69, no.6 novembre 2001, pp. 1519-1554.

Paquet, Alain. 1999. « Prudence fiscale, indicateurs d'endettement et évolution de l'état des administrations publiques au Canada ». *L'Actualité économique*, Vol. 75, pp. 475-518.

Perron, Pierre. 1989. « The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis *Econometrica*, Vol. 57, No.6, novembre, pp. 1361-1401.

Qu, Zhongjun, et Pierre Perron. 2006. « A Modified Information Criterion for Cointegration Tests based on a VAR Approximation ». *Boston University - Department of Economics - Working Papers Series*, WP2006-11.

Roubini, Nouriel. 2001. « Debt Sustainability : How to Assess Whether a Country is Insolvent ». Stern School of Business, New York University. Disponible sur `http://people.stern.nyu.edu/nroubini/papers/debtsustainability.pdf`.

Schoder, Christian. 2013. « The fundamentals of sovereign debt sustainability : Evidence from 15 OECD coutries », Institut für Makroökonomie und Konjunktuforschung, 27 p.

Schwert, William. 1989. « Tests for Unit Roots : A Monte Carlo Investigation ». *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 7, No.2, avril, pp. 147-159.

Smith, Gregor W., et Stanley E. Zin. 1991. « Persistent deficits and the market value of government debt ». *Journal of applied econometrics*, vol. 6, pp. 31-44.

Trehan, Bharat, et Carl E. Walsh. 1991. « Testing Intertemporal Budget Constraints : Theory and Applications to U.S. Federal Budget and Current Account Deficits ». *Journal of Money, Credit, and Banking*, vol. 23, No.2 mai 1991, pp. 206-223.

Union Européenne, Commission Européenne du Budget. 2012. « Analysing government debt sustainability in the euro area ». Bulletin mensuel. avril 2012. pp. 55-69.

Wijnbergen, Sweder van, et Alexander France. 2012. « Assessing Debt Sustainability in a Stochastic Environment : 200 Years of Dutch Debt and Deficit Management ». *De Economist*, vol. 160, pp. 219-236.