UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

APPLICATION EMPIRIQUE DU MODÈLE D'ÉVALUATION DES ACTIFS FINANCIERS CONDITIONNEL INTERNATIONAL (MEDAFI) ET SES IMPLICATIONS POUR LA DIVERSIFICATION INTERNATIONALE SUR LES MARCHES ÉMERGENTS ET DÉVELOPPÉS

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAITRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR

AÏCHATOU LAYE DIOP

JANVIER 2020

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je rends grâce au Tout Puissant d'avoir compléter ce mémoire. Je tiens à remercier mon cher mari Isma Laye Dieng, mes adorables enfants Adja Mariama et Mathioro pour leur soutien, leurs encouragements et leur compréhension tout au long de cette rédaction.

À mes parents, Maman, Papa, MERCI, du fond du cœur pour TOUT. Vos sacrifices, votre soutien infaillible et vos conseils sont appréciés. Cet accomplissement est grâce à vous.

Débo et Coura, mes acolytes de toujours, merci pour les encouragements et de m'avoir poussée dans mes moments de doutes. Mamy, ma deuxième maman, tu as mon éternel reconnaissance.

À mon directeur de recherche, Hodgson Douglas, je vous remercie pour votre aide et votre disponibilité dans la réalisation de ce travail.

À ma famille, mes amis, mes camarades de classe, je vous REMERCIE.

TABLE DES MATIÉRES

LISTES DES GRAPHIQUES.....IV

LISTES DES TABLEAUX..... V

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES.....VI

RÉSUMÉ VII

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I CADRE THÉORIQUE 5

1.1 Présentation des marchés financiers..... 5

1.1.1 Présentation des marchés financiers développés et leurs caractéristiques 5
1.1.2 Présentation des marchés émergents et leurs caractéristiques 6

1.2 Intégration financière et diversification internationale: une revue de la littérature 7

1.3 Présentation du MEDAF 12

1. 3. 1 Le MEDAF traditionnel 12
1. 3. 2 Limites et extensions du modèle 14
1.3.3 Application économétrique du MEDAF 15

CHAPITRE II CADRE METHODOLOGIQUE 16

2.1 MEDAF conditionnel international 16

2.2 Spécification du modèle économétrique du MEDAFI 18

2.2.1 Dynamique du prix du risque 19
2.2.2 Dynamique de la matrice de variance covariance conditionnelle 21
2.2.3 Fonction de vraisemblance 23

CHAPITRE III PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET ANALYSES 26

3. 1 Présentation des données 26

3.2 Statistiques descriptives et présentation des résultats 27

3.3 Estimation du modèle et mesure du gain de diversification 34

3.3.1 Estimation du modèle du MEDAFI avec prix de risque de covariance constant 35
3.3.2 Estimation du modèle du MEDAFI avec prix de risque de covariance variable 37

3.4 Diversification internationale 42

CONCLUSION 48

ANNEXE CORRÉLATIONS CONDITIONNELLES 50

BIBLIOGRAPHIE 54

LISTES DES FIGURES

Figures Page

3.1 Évolution des rendements boursiers 1993-2018 30

3.2 Prix du risque du marché mondial : fonction exponentielle 40

3.3 Prix du risque du marché mondial : fonction linéaire 41

3.4 Fonction exponentielle versus fonction linéaire 42

3.5 Corrélations conditionnelles États-Unis et marché mondial 45

3.6 : Gains de la diversification du marché américain 46

A.7 Corrélations de la Chine avec le portefeuille marché mondial 50

A.8 Corrélations de la France avec le portefeuille marché mondial 50

A.9 Corrélations de la Grèce avec le portefeuille marché mondial 51

A.10 Corrélations du Japon avec le portefeuille marché mondial 51

A.11 Corrélations de l'Afrique du Sud avec le portefeuille marché mondial 52

A.12 Corrélations du Brésil avec le portefeuille marché mondial 52

A.13 Corrélations du Canada avec le portefeuille marché mondial 53

LISTES DES TABLEAUX

Tableau Page

1.1 Classement risque politique, économique et corruption par pays en 2018 5

3.2 Statistiques descriptives des excès de rentabilité des indices boursiers 27

3.3 Matrice des corrélations non-conditionnelles des excès de rentabilité 30

3.4 Autocorrélations des excès de rentabilité des différents marchés 31

3.5 Autocorrélations des excès de rentabilité des différents marchés 32

3.6 Statistiques descriptives des variables d'information 33

3.7 Corrélation et autocorrélation des variables d'information 34

3.8 Estimation du modèle du MEDAFI à prix de risque de covariance constant 35

3.9 Estimation du modèle du MEDAFI prix de risque de covariance variable 37

3.10 Test de spécification du MEDAFI à prix de risque variable 39

3.11 Matrice des corrélations non-conditionnelles des excès de rentabilité 44

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

ARCH	Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
BEKK	Baba, Engle, Kraft and Kroner, 1990
CML	Capital Market Line
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
GMM	Generalized Method of Moments
MEDAF	Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers
MEDAFI	Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers international
PPA	Parité des pouvoirs d'achat
SML	Securities Market Line
TIC	Technologies de l'information et de la communication
QMV	Quasi maximum de vraisemblance
EU	États-Unis
AFSUD	Afrique du Sud

RÉSUMÉ

Ce mémoire utilise le modèle GARCH multivarié de De Santis et Gérard (1997) avec une spécification BEKK afin de tester une version conditionnelle du MEDAF International. Notre étude porte sur 8 marchés financiers, quatre marchés développés (Canada, États-Unis, Japon et France) et quatre marchés émergents (Brésil, Afrique du Sud, Chine et Grèce), ainsi que le marché mondial pour la période de juillet 1993 à juillet 2018. Le modèle permet d'estimer simultanément pour les huit marchés et le marché mondial. Cette approche permet aux primes de risque, aux bêtas, aux corrélations et aux gains *ex ante* de diversification internationale de varier suivant les dates. Le prix de risque de covariance est modélisé comme une fonction exponentielle d'un ensemble de variables macroéconomiques et financières. Nos résultats montrent que les gains de la diversification internationale sont statistiquement et économiquement significatifs pour tous les pays de l'échantillon, mais que ces derniers sont plus importants pour les marchés émergents.

Mots clés : MEDAFI, diversification des portefeuilles, intégration financière, BEKK-GARCH multivarié.

INTRODUCTION

Depuis l'effondrement du système de Breton Woods, nous assistons à des réformes de libéralisation des marchés financiers nationaux et d'intégration internationale qui ont transformé le système financier international. Cette globalisation financière qui a permis l'apparition de nouveaux marchés découle de trois événements : les réformes introduites dans le système monétaire et financier international, les innovations technologiques ainsi que les innovations financières. Effectivement, les marchés permettent la rencontre entre les agents économiques à la recherche de financements et/ou de placements. Ils sont principalement composés du marché des devises, du marché des actions et du marché obligataire (titres à revenus fixes). Les investisseurs ont maintenant la possibilité de multiplier les opérations de placement, d'endettement, d'assurance et de spéculation au gré des opportunités de profits, grâce à l'interconnexion des marchés rendue possible avec le développement des technologies de l'information et de la communication (TIC). L'intégration internationale rend la diversification des portefeuilles plus efficace et elle permet d'accroître l'efficience des marchés financiers.

À cette fin, selon l'hypothèse où tous les agents économiques sont riscophobes, l'achat et la vente des titres financiers dépendront de la prime de risque qu'ils recevront en contrepartie dans un marché efficient. En effet, en investissant sur le marché des actions pour un actif risqué, l'investisseur est incertain quant au rendement que lui rapportera un tel placement. La gestion de son portefeuille dépendra donc de son niveau d'aversion pour le risque et de la variance totale du portefeuille. De ce fait, la prime de risque impacte la rentabilité attendue par les investisseurs pour l'achat d'un actif risqué plutôt que des actifs non risqués.

En conséquence, un investisseur réclamera une rentabilité plus élevée d'un actif risqué que d'un actif non risqué (des bons de Trésor ou des obligations d'État).

Cette prime est composée d'une source de risque systématique (ou risque de marché) et d'un risque spécifique. Pour expliquer la relation entre le rendement et la prime de risque, le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) de Sharpe (1964), Lintner (1965) et Mossin (1966) a été très longtemps utilisé lorsque tous les titres sont parfaitement divisibles pour quantifier le risque encouru par la détention d'un actif financier. Leurs études se sont basées sur celle de Markowitz (1952), qui nous dit que l'investisseur optimise ses placements en tenant compte du rendement de son portefeuille, mais aussi de son risque *mesuré par la variance de sa rentabilité.* Il nous enseigne aussi que l'inclusion des titres peu corrélés dans un portefeuille réduit grandement son risque. Le MEDAF traditionnel intègre la loi du prix unique, c'est-à-dire que des actifs de même risque auront le même rendement. Son application empirique a été introduite par Black, Jensen et Scholes (1972) qui ont conclu la validité du MEDAF.

Cependant, des auteurs comme Fama et French (1992) utilisent des modèles multifactoriels pour présenter une extension du MEDAF. Ces auteurs trouvent des résultats qui vont à l'encontre de ce que prédit le modèle originel. Ils trouvent une relation rendement - risque négative. Cette conclusion découle du fait qu'ils incluent deux facteurs supplémentaires dans le modèle, soit la taille de la société et l'effet de valeur. L'ajout de ces facteurs explique les variations du rendement espéré de l'actif. Le modèle s'ajuste donc mieux à la tendance de la surperformance et cela est supposé en faire un meilleur outil pour évaluer les performances du gestionnaire. Cette question de la validité du modèle soulève encore aujourd'hui bien des débats académiques.

Au niveau international, plusieurs travaux empiriques ont montré que la diversification internationale réduit davantage le risque qu'un portefeuille totalement domestique. Une

extension du MEDAF au plan international a été proposée par Solnik (1974), Sercu (1980), Stulz (1981) et Adler et Dumas (1983). Ces modèles généraux intègrent les problèmes liés aux déviations de la PPA. Cette extension du MEDAF stipule que la diversification internationale atténue le risque d'un portefeuille de telle sorte que le portefeuille international est une combinaison d'actifs risqués et non risqués sur le marché mondial. Cela peut s'expliquer par les corrélations plus faibles entre marchés financiers nationaux qu'entre titres individuels du même marché. Cependant, ces dernières années grâce aux réformes amorcées, les entités financières stipulent que les corrélations entre les marchés financiers auraient augmenté, ce qui aurait réduit l'intérêt de la diversification internationale de portefeuilles. Quelle est l'évidence empirique du MEDAF international sur la diversification internationale des portefeuilles ? Pour répondre à cette question, nous poursuivrons deux principaux objectifs : le premier objectif est d'étudier le fonctionnement des modèles d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) traditionnelle et internationale pour estimer les risques systématiques. Le deuxième objectif est de tester empiriquement la validité du MEDAF international et ses implications pour la diversification internationale sur les marchés émergents et développés. Nous allons scinder le sujet en deux parties : un cadre théorique et une étude empirique. Dans la partie théorique, nous présenterons le MEDAF traditionnel et le MEDAFI, pour ensuite définir les hypothèses du modèle, ainsi que les données utilisées, pour déterminer sa validité empirique. Dans la partie empirique, nous testerons les hypothèses préalablement définies. Enfin nous procéderons à l'analyse et à l'interprétation des résultats pour tirer les conclusions relatives à la problématique.

Dans notre étude, nous allons nous inspirer du modèle GARCH multivarié proposé initialement par De Santis et Gérard (1997) et testerons une version conditionnelle du modèle d'évaluation des actifs financiers international (MEDAFI) afin d'étudier le comportement de la prime de diversification internationale. Cette approche nous per-

mettra de modéliser des « bêtas » qui évoluent à travers le temps. Nous ferons l'hypothèse de l'efficience des marchés et étendrons notre recherche sur les marchés développés et émergents. Notre étude porte sur 8 marchés financiers, quatre marchés développés (Canada, États-Unis, Japon et France), quatre marchés émergents (Brésil, Afrique du Sud, Chine et Grèce) et le marché mondial pour la période de juillet 1993 à juillet 2018. Le modèle permet d'estimer simultanément les huit marchés et le marché mondial. Cette approche permet aux primes de risque, aux bêtas, aux corrélations et aux gains *ex ante* de diversification de varier suivant les dates. La contrainte de positivité de prix est appliquée en ayant une fonction du prix du risque exponentiel. Nos résultats trouvent que les gains espérés pour un investisseur américain sont de 1,1% et que le rendement est plus élevé pour les marchés émergents. Le modèle avec prix de risque variables est plus performant que celui avec prix constant.

CHAPITRE I

CADRE THÉORIQUE

1.1 Présentation des marchés financiers

1.1.1 Présentation des marchés financiers développés et leurs caractéristiques

Les marchés financiers développés sont probablement les marchés les plus faciles à définir. Comme son nom l'indique, ce sont les marchés qui appartiennent aux pays les plus sécures et avancés économiquement au monde. Ces marchés sont caractérisés par des structures bien établies avec des marchés de capitaux très développés, des niveaux élevés de liquidité, une grande capitalisation boursière, un niveau de revenu par habitant élevé ainsi que des organismes de réglementation efficace qui protègent les investisseurs.

Tableau 1.1 Classement risque politique, économique et corruption par pays en 2018

	France	Grèce	Japon	E. U	Chine	AFSud	Brésil	Canada
Corruption	21/180	67/180	18/180	22/180	87/180	73/180	105/180	9/180
Politique	80,2	59,6	83,1	85	80,2	47,9	57,5	92,7
Économique	71,9	52,7	63,1	73,3	76	55,6	55,6	73,8

Cependant, l'investissement sur ces marchés est moins rentable ce qui fournit aux investisseurs des couples de risque-rendement qui ne sont pas très attractifs. Goetzmann et Jorion (1999) trouvent que les rendements d'un échantillon des marchés des pays développés sont trois fois moindres que pour un échantillon des marchés des pays

émergents. En 2017, le Morgan Stanley Capital International (MSCI) compte 23 pays qui figurent parmi les marchés développés. Ils se retrouvent principalement entre autres en Amériques du Nord, en Europe l'Ouest et du Nord, en Israël et en Australie.

1.1.2 Présentation des marchés émergents et leurs caractéristiques

Le terme « marché émergent » est souvent utilisé pour désigner les marchés financiers, ouvert aux investisseurs étrangers, des économies en voie de développement qui connaissent une forte croissance économique. Cependant la classification de ces marchés ne fait pas l'unanimité contrairement aux marchés développés. Par exemple, en 2017, le Fonds monétaire international (FMI) classe 23 pays comme des marchés émergents, tandis que Morgan Stanley Capital International (MSCI) classe également vingt-trois pays en tant que marchés émergents, mais avec une certaine différence entre les deux listes. Standard and Poor's (S & P) et Russell classent chacun vingt et un pays en tant que marchés émergents, tandis que le Dow Jones classe vingt-deux pays en tant que marchés émergents. Les critères de sélection du MSCI, entre autres, comportent trois paramètres : développement économique au sein du pays, taille et conditions de liquidité, accessibilité du marché.

Ces marchés sont considérés comme étant des marchés à risque, ils font face à des problèmes de liquidités. Ils sont le plus souvent caractérisés par la volatilité des cours. Les investisseurs font face à la possibilité de grand profit ou courent des risques de pertes importantes. Ils comportent des risques politiques, économiques et judiciaires. Selon le classement de *Marsh & McLennan*, l'indice de risque politique et économique des pays ayant des marchés émergents, mis à part la Chine, sont parmi les plus instables au monde. Le risque politique est pratiquement inexistant dans les pays développés. Puisque la plupart des pays émergents ont besoin de lever des fonds sur le marché international, le blocage de fonds par un gouvernement est impensable. Donc le risque politique ne devrait pas avoir un grand impact sur la diversification internationale. Le

risque majeur des marchés émergents est économique notamment celle du risque du change. Elle peut être très volatile et son risque provient du fait que l'on ne peut prévoir ni l'ampleur ni les sentiers des fluctuations. Les investisseurs sont moins protégés sur les marchés financiers émergents, car ces pays ne disposent pas d'un système judiciaire fort et indépendant, ni d'organismes de règlementations efficaces. Selon le classement de l'agence *Transparency International*, l'indice de corruption des pays, ayant des marchés émergents, sont parmi les plus corrompus au monde. Cependant, ils constituent de plus en plus un attrait pour les investisseurs à cause des rendements élevés qu'ils permettent d'obtenir.

Une hausse des marchés émergents découle du fait qu'ils sont généralement moins corrélés avec les marchés développés. Ce qui leur permet de jouer un grand rôle dans la diversification d'un portefeuille et ainsi réduire les risques d'investissement.

1.2 Intégration financière et diversification internationale: une revue de la littérature

De nombreux auteurs ont tenté d'étudier empiriquement le comportement de la version conditionnelle du MEDAF international. Cette dernière sous-entend que les investisseurs ont des anticipations rationnelles c'est-à-dire qu'ils tiennent compte des nouvelles informations qui arrivent périodiquement en révisant leurs décisions d'investissement en fonction de ces nouvelles informations. Tandis que pour la version non conditionnelle, nous avons des investisseurs qui ont des anticipations adaptatives. Ces derniers ne tiennent pas compte des nouvelles informations qui leur arrivent à chaque période.

Parmi ces auteurs nous avons Engel et Rodrigues (1989) qui estiment par maximum de vraisemblance un modèle de tarification internationale des actifs basés sur le MEDAF. Ils utilisent l'approche ARCH multivariée pour tester une version conditionnelle du MEDAFI. Ceci permet aux « bêtas » du modèle de varier avec le temps, à mesure que

les stocks d'actifs et les covariances conditionnelles changent. Ils concluent que le MEDAF estimé, s'améliore beaucoup lorsque les écarts ne sont pas constants dans le temps. Néanmoins, le MEDAF est rejeté en faveur du modèle de prix des actifs moins restreints.

Contrairement à Engel et Rodrigues (1989), Dumas et Solnik (1995) utilisent la méthode des moments généralisés (MMG) pour tester une version conditionnelle du MEDAFI en faisant l'hypothèse que les marchés financiers sont parfaitement intégrés. Cette approche permet aux primes de risque de varier à travers le temps. Les résultats de cette étude montrent que la prime est significative pour les quatre plus grands marchés boursiers (États-Unis, Japon, Allemagne et Royaume-Uni). Cependant, il faut noter que la méthode MMG ne permet pas de spécifier la dynamique de seconds moments et donc de mesurer entre autres les corrélations conditionnelles.

D'ailleurs, De Santis et Imrohoroglu (1997) utilisent un modèle GARCH univarié pour étudier la dynamique des rentabilités et des volatilités des marchés émergents. Ces auteurs se sont inspirés du modèle de Bollerslev (1986) en y incorporant une composante autorégressive et la volatilité conditionnelle reliées de manière linéaire à l'indice des marchés. Ils concluent que la volatilité des marchés émergents est partiellement prévisible et caractérisée par une forte persistance. Ils testent aussi les hypothèses d'intégration régionale et d'intégration globale des marchés asiatiques et latino-américains. Leurs résultats empiriques concluent en faveur de l'intégration régionale.

Bekaert et Harvey (1995) se sont penchés sur certains marchés du bassin Pacifique (Corée, Taiwan, la Malaisie et la Thaïlande) sur la période de 1975 à 1992. Il faut signaler que le modèle permet une intégration progressive, comme en Corée qui avait d'importantes restrictions à la propriété étrangère, qui se sont progressivement relâchées. Dans le cas de la Thaïlande, la variation de la mesure d'intégration a été notée

en 1987, lorsque les réformes sur les marchés des capitaux ont été introduites. Les auteurs concluent que certains pays sont devenus moins intégrés dans le temps.

Carrieri et al. (2007) étudient huit marchés émergents sur la période 1977-2000 en utilisant la méthodologie GARCH-M pour évaluer le degré d'intégration dans le temps. Leurs résultats suggèrent que bien que le risque local soit le facteur le plus pertinent pour expliquer la variation dans le temps des rendements des marchés émergents, le risque global est également à prix conditionnel pour trois pays, alors que pour deux pays, il présente une signification marginale. En outre, il existe des différences significatives entre les marchés dans le degré d'intégration. De plus, leurs résultats suggèrent fortement l'improbabilité d'utiliser les corrélations des rendements des indices à l'échelle du marché comme mesure de l'intégration du marché. Ils signalent que les politiques de développement des marchés financiers, de développement macroéconomique et de libéralisation financière jouent un rôle important dans l'intégration des marchés émergents.

De Santis et Gérard (1997) adoptent une approche différente pour étudier les marchés développés. Ils utilisent l'approche GARCH multivariée pour tester une version conditionnelle du MEDAFI. Cette approche permet de spécifier la dynamique des seconds moments conditionnels. Les auteurs font les mêmes hypothèses que Dumas et Solnik (1995) et étudient les huit plus grands marchés boursiers (Canada, Japon, France, Allemagne, Italie, Suisse, Royaume-Uni et États-Unis). De Santis et Gérard (1997) obtiennent des résultats statistiquement significatifs pour les marchés financiers des pays développés étudiés. Pour finir, ils introduisent une mesure des rendements attendus de la diversification internationale en prenant l'exemple d'un investisseur américain. Ils montrent que les rendements additionnels attendus sont en moyenne de 2,11 % par an et que ces gains ne diminuent pas de manière significative avec l'intégration financière.

Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988) ont développé un modèle conditionnel du MEDAF en utilisant l'approche GARCH (1,1) multivariée. Ils ont estimé les covariances du MEDAF en supposant que la matrice de covariance des rendements suivait un processus GARCH (1,1) multivarié. Ils ont constaté que, dans le paramétrage de ce modèle, le bêta et la prime de risque du marché varient en fonction du temps. Ils ont également montré que les rendements et la volatilité sont prévisibles et varient dans le temps.

Hodgson et Vorkink (2003) ont apporté une extension au modèle de Bollerslev et al. (1988) en y apportant des modifications avancées par De Santis et Gérard (1997). Ils ont développé une nouvelle méthodologie, avec une procédure d'estimation semi-paramétriques, appliquée les modèles GARCH à moyenne multivariée afin d'estimer un MEDAF où les queues de la distribution des erreurs sont plus épaisses que celles d'une distribution normale (c'est-à-dire leptokurtique), permettant ainsi une certaine souplesse quant à la forme de la distribution conditionnelle. Ils supposent que la distribution des rendements est un membre de la classe des distributions symétriques elliptiquement. Leur étude a porté sur un échantillon de rendements journaliers annualisés de firmes cotées au NYSE, NASDAQ et AMEX de janvier 1996 à décembre 1997. Ils concluent que les betas sont moins volatiles et que les rendements sont supérieurs que ceux estimés par maximum de vraisemblance avec une loi Gaussienne.

Pour les études les plus récentes, Arouri (2007) étudie l'intégration boursière internationale des marchés développés et émergents et évalue ses effets sur la diversification. Pour ce faire, il utilise une méthode GARCH multivarié pour tester une version du MEDAF international à segmentation partielle en utilisant une extension du modèle BEKK asymétrique. S'inspirant de l'article de De Santis et Gérard (1997), il trouve que les marchés étudiés sont globalement intégrés. De plus, il conclut que l'intégration

boursière n'a pas significativement réduit les bénéfices de la diversification internationale, mais que ces derniers sont plus importants pour les marchés émergents.

Arouri, Nguyen et Pukthuanthong (2012) ont étudié le MEDAFI conditionnel pour les marchés partiellement segmentés en utilisant une méthode GARCH multivariée. Ils établissent que si certains investisseurs ne détiennent pas tous les actifs internationaux en raison des obstacles directs et/ou indirects, le portefeuille du marché mondial n'est pas efficace. Leur étude a porté sur six marchés émergents sur la période de Janvier 1988 à Mars 2008 et de trois marchés développés sur la période de Janvier 1973 à Mars 2008. Ils concluent que le degré d'intégration du marché boursier varie dans le temps et que la plupart des marchés émergents sont devenus plus intégrés au cours des dernières années. La prime de risque locale des marchés émergents représente en grande partie la prime de risque totale. De même que les facteurs mondiaux déterminent en grande partie la prime de risque totale pour les pays développés.

La grande majorité des résultats empiriques montre que le degré d'intégration des principaux marchés boursiers a augmenté dans le temps tant au niveau des marchés développés qu'émergents. En prolongement de cette littérature, nous voulons vérifier le comportement de la prime du risque sur ces marchés boursiers (entre 1993 et 2018), ainsi que l'impact de l'augmentation de cette intégration sur les gains attendus de la diversification plus précisément sur le marché américain. Cette longue période vise aussi à analyser l'impact des chocs affectant les marchés financiers sur l'évolution de la prime de risque. Ainsi, nous voulons vérifier si cela est toujours avantageux pour les investisseurs de diversifier internationalement leur portefeuille. Cette étude diffère de celle de De Santis et Gérard (1997) dont nous nous inspirons du fait que celle-ci inclus des marchés émergents. Le marché mondial considéré dans notre étude, avec des données du MSCI, n'est pas constitué seulement des pays développés. Elle englobe la majorité des marchés émergents et développés pour représenter l'intégration boursière mondiale.

1.3 Présentation du MEDAF

1. 3. 1 Le MEDAF traditionnel

Le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) est un modèle statique d'un marché en équilibre. Il sert à déterminer le taux de rentabilité attendu pour des actifs financiers en fonction de son risque systémique c'est-à-dire le risque qui provient des marchés. Il prend sa source dans le travail de Markovitz (1959) qui étudie l'optimisation de la richesse par le critère de Moyenne-Variance et la diversification de portefeuille. Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) en s'appuyant sur les travaux de Markovitz (1959) ont introduit le MEDAF tel qu'on le connaît aujourd'hui. Il s'appuie sur le fait que les investisseurs, quel que soit leur niveau d'aversion pour le risque, vont choisir des portefeuilles efficients en termes de moyenne-variance. Les auteurs concluent, en se référant au Théorème de Séparation en Deux Fonds de Tobin (1952), qu'à l'équilibre, même le plus riscophobe des investisseurs détiendra un portefeuille efficient.

La MÉDAF traditionnel fait intervenir plusieurs hypothèses. Nous avons celle de l'efficience des marchés, imposée en vue de créer des conditions favorables (les actifs sont tous négociables et divisibles à l'infini). Tous les investisseurs sont riscophobes, ils peuvent prêter ou emprunter au taux sans risque sans restriction et sans limite, et ils forment des anticipations homogènes, c'est-à-dire fondées sur une connaissance commune des informations sur le marché.

Dans un marché en équilibre, pour chaque portefeuille ou actif j, le modèle de Sharpe (1964) se définit mathématiquement comme suit :

$$E(\tilde{r}_j) = r_f + \beta_{jm}(E(\tilde{r}_m) - r_f), \qquad (1)$$

où $E(\tilde{r}_j)$ est le rendement espéré du portefeuille j, r_f est le rendement du titre sans risque, $\beta_{jm} = \frac{\sigma(\tilde{r}_j,\tilde{r}_m)}{\sigma^2(\tilde{r}_m)}$ représente le bêta du portefeuille j par rapport au marché et $E(\tilde{r}_m)$ est le rendement espéré du portefeuille de marché.

Pour que le marché soit en équilibre, il faudrait que le rendement espéré du portefeuille du marché soit supérieur au rendement du taux sans risque $E(\tilde{r}_m) - r_f > 0$, donc en équilibre le rendement espéré du portefeuille de l'actif est fonction du coefficient de volatilité (bêta) des rendements de cet actif face aux rendements du portefeuille du marché. On peut conclure que dans ce modèle le risque d'un actif est évalué par rapport au risque du portefeuille du marché. Cette relation (1) tient comme une propriété mathématique de la frontière des portefeuilles. Elle est appelée la Droite de Marché de Valeurs (LMV) ou SML et représente la frontière efficiente c'est-à-dire qu'il existe une relation linéaire entre le bêta d'un titre et l'espérance de rentabilité. Cette droite (*Security Market Line*) passe par l'actif sans risque et le portefeuille de marché.

L'équation (1) est obtenue par une autre frontière efficiente appelée la Droite de Marches des Capitaux (CML) qui est donné par l'équation suivante :

$$E(\tilde{r}_j) = r_f + (E(\tilde{r}_m) - r_f)\ \frac{\sigma(\tilde{r}_j)}{\sigma(\tilde{r}_m)}, \qquad (2)$$

où $E(\tilde{r}_j)$ est le rendement espéré du portefeuille j, r_f est le rendement du taux sans risque, $E(\tilde{r}_m)$ est le rendement espéré du portefeuille de marché et $\sigma(\tilde{r}_j)$ et $\sigma(\tilde{r}_m)$ représentent respectivement les volatilités de l'actif j et du portefeuille de marché. Elle relie linéairement le rendement espéré d'un portefeuille composé de toutes les proportions possibles entre le portefeuille de marché et un actif sans risque. Si l'investisseur est rationnel et riscophobe, il acceptera un risque plus élevé que lorsque le rendement

augmentera proportionnellement. La droite représente la prime de risque que l'investisseur gagne pour prendre un risque supplémentaire. De ce point de vue, le portefeuille tangentiel est le portefeuille le plus efficient.

L'une des principales différences entre la CML et la SML est la manière dont les facteurs de risque sont mesurés. La mesure du risque du CML est l'écart-type c'est-à-dire la volatilité tandis que le coefficient bêta détermine les facteurs de risque du SML. Il fait noter aussi que tous les titres sont situés sur la SML, alors qu'aucune des actions n'est située sur la CML

Une autre version du MEDAF a été introduite par Black (1972), cette version s'intitule le zéro-bêta du MEDAF. Cette version du MEDAF utilise un portefeuille à covariance nulle avec le portefeuille de marché qui remplace l'actif sans risque, ce qui transforme la relation (1) par celle qui suit :

$$E(r_q) = E(r_{zc(m)}) + \beta_{qm}(E(r_m) - E(r_{zc(m)})), \qquad (3)$$

où $r_{zc(m)}$ est le rendement du portefeuille de zéro-covariance.

1. 3. 2 Limites et extensions du modèle

L'une des principales critiques sur le MEDAF repose sur la difficulté de son application pratique. Le modèle s'appuie du taux sans risque, ce taux s'apparente plus aux obligations des banques centrales, dont il est impossible de certifier qu'il est sans risque. Nous avons aussi l'hypothèse sur la normalité multivariée sur les actifs. Ce qui en soi ne représente pas une bonne hypothèse en finance. Une autre de ses faiblesses se situe au niveau de l'hypothèse d'efficience des marchés, qui n'est jamais vérifiée. Pour finir nous avons l'inobservabilité des portefeuilles de marché. Aucune de ces variables ne

corresponde au concept théorique du portefeuille du marché. Car selon la théorie du MEDAF, le portefeuille du marché inclut tous les actifs qui existent, y compris le capital humain.

Ainsi, pour répondre aux différentes critiques des modèles traditionnels du modèle d'évaluation des actifs financiers, de nouvelles présentations théoriques sont apparues. Nous avons celle de Black (1972) avec sa version zéro-beta, nous avons aussi le modèle à trois facteurs de Fama et French (1992). Cependant, nous allons plutôt nous pencher sur une extension conditionnelle du MEDAF utilisé entre autres par Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988), Hodgson et Vorkink (2003), Arouri (2005) et De Santis et Gérard (1997).

1.3.3 Application économétrique du MEDAF

De nombreux chercheurs se sont penchés sur l'estimation et sur les tests du MEDAF. Des applications économétriques ont utilisé l'une ou l'autre des deux versions du MEDAF notamment l'équation (1) et l'équation (3). Il existe des approches économétriques pour chacune des versions. Nous avons l'approche de Blume et Friend (1970) qui propose une procédure pour des données en coupe transversale, tandis que Black, Jensen et Scholes (1972) ont construit un test incorporant des séries chronologiques. Enfin, Fama et MacBeth (1973) ont adapté le test de Blume et Friend (1973) sur des données de panel.

CHAPITRE II

CADRE METHODOLOGIQUE

2.1 MEDAF conditionnel international

Dans cette étude nous nous baserons sur le modèle conditionnel du MEDAF international. La différence avec le MEDAF traditionnel est que dans le MEDAF conditionnel les paramètres du modèle peuvent varier dans le temps. Il constitue en soi une extension du modèle traditionnel. Il permet l'ajout d'autres variables pertinentes à la prime de risque et aux investisseurs de former des anticipations rationnelles. Avec le développement dans les années 80 des modèles GARCH, il était devenu possible de modéliser les betas qui varient dans le temps. Le modèle du MEDAF proposé à l'origine par Sharpe (1964) et Lintner (1965) prédit que le rendement attendu d'un actif au-dessus du taux sans risque est proportionnel à la valeur non diversifiable du risque, mesuré par la covariance du rendement de l'actif avec le portefeuille de marché. Ce modèle permet de spécifier empiriquement de manière jointe à l'évaluation internationale la nature de l'intégration des marchés financiers. Solnik (1974) a présenté une extension internationale du MEDAF non conditionnel qui se définit comme suit :

$$E(R_{it}) - r_{ft} = \frac{Cov(R_{it}, R_{wt})}{Var(R_{wt})}\left(E(R_{Wt}) - r_{ft}\right),$$

où R_{it} est le rendement du portefeuille *i* entre (*t*-1) et *t*, R_{Wt} est le portefeuille du marché mondial et r_f est le rendement du taux sans risque. La relation précédente établit qu'à l'équilibre des marchés de capitaux, l'excès de rentabilité attendu sur un titre

i quelconque est proportionnel à l'excès de rentabilité attendu sur le portefeuille du marché mondial. Les études empiriques montrent que les rendements boursiers sont très volatils et que cette volatilité varie dans le temps. Ces propriétés rendent difficile l'estimation des primes de risque et pourraient être la cause du rejet empirique du MEDAF international non conditionnel.

Suite aux nombreuses critiques des modèles non conditionnels du MEDAF, de nouvelles présentations théoriques ont vu le jour. Elles sont dans la majeure partie des extensions des modèles originels. Quant au modèle d'équilibre, les développements s'expriment notamment autour de l'approche conditionnelle. Une version internationale conditionnelle du modèle de Sharpe (1964) peut être présentée comme suit :

$$E(R_{it}|\Omega_{t-1}) - r_{ft} = \beta_{iw,t-1}[E(R_{Wt}|\Omega_{t-1}) - r_{ft}],\ \forall i = 1,\dots,N\ et\ \forall t = 1,\dots,T \quad (4)$$

où R_{it} est le rendement du portefeuille *i* entre (*t*-1) et *t*, R_{Wt} est le portefeuille du marché mondial et r_{ft} est le rendement du taux sans risque et $\beta_{iw,t-1} = \big(Cov(R_{it}, R_{Wt}|\Omega_{t-1})\big)/Var\big(R_{W,t}|\Omega_{t-1}\big)$ mesure la sensibilité variable suivant les dates de l'actif *i* au portefeuille du marché mondial. Notons que toutes les anticipations sont faites conditionnellement au vecteur informationnel Ω_{t-1} disponible à l'instant (*t* -1).

Nous utilisons le MEDAF conditionnel avec un facteur comme notre modèle de référence. L'équation précédente peut être présentée comme suit :

$$E\big(R_{i,t}|\Omega_{t-1}\big) - r_{ft} = \delta_{t-1} cov\big(R_{i,t}, R_{W,t}\big|\Omega_{t-1}\big), \quad \forall i = 1,\dots,N\ et\ \forall t = 1,\dots,T \quad (5)$$

où $\delta_{t-1} = \big(E(R_{Wt}|\Omega_{t-1}) - r_{ft}\big)/Var(R_{Wt}|\Omega_{t-1})$ est le prix variable dans le temps du risque de covariance de marché. Cette relation implique que les marchés financiers sont

intégrés, c'est-à-dire que la prime du risque du marché est similaire pour tous les actifs financiers et ce pour tous les investisseurs.

Cette dernière formulation du MEDAFI conditionnel est couramment utilisée dans les études empiriques notamment dans celle de Hodgson et Vorkink (2003), De Santis et Gérard (1997), et Arouri (2007). Cette équation stipule que l'excès de rentabilité de l'actif *i* est linéaire dans sa covariance avec le portefeuille du marché et qu'elle suppose implicitement que les marchés financiers sont intégrés. Elle permet la décomposition de la prime de risque comme produit du prix de risque de covariance et du risque quantifié par la covariance. Elle insinue que l'intégration financière passe par une convergence des prix de risque et pas forcément des primes de risque. Il faut noter que le prix de risque est l'agrégation des aversions au risque de tous les investisseurs. Ainsi, l'harmonisation des comportements conduit à des prix de risque similaires. L'intégration des marchés financiers internationaux n'est pas donc inconciliable avec des primes de risque différentes. Cela peut s'expliquer par la persistance des écarts de volatilité qui est due au fait que l'intégration économique et l'intégration financière ne se font pas au même rythme.

2.2 Spécification du modèle économétrique du MEDAFI

Pour tester le MEDAFI, l'équation (5) a souvent été utilisée dans la littérature des marchés financiers. Cette relation est valide pour tous les actifs financiers en particulier pour le portefeuille du marché mondial, il s'ensuit que δ_{t-1} est aussi le prix du risque du marché mondial. Donc, pour une économie à *N* actifs risqués, le système d'équations suivant doit être satisfait en chaque point du temps :

$$E(R_{1t}|\Omega_{t-1}) - r_{ft} = \delta_{t-1} cov(R_{1t}, R_{Wt}|\Omega_{t-1}) , \quad \forall t = 1, \dots, T$$
$$\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots$$

$$E(R_{N-1t}|\Omega_{t-1}) - r_{ft} = \delta_{t-1} cov(R_{N-1t}, R_{Wt}|\Omega_{t-1}), \quad \forall t = 1, \dots, T$$

$$E(R_{Wt}|\Omega_{t-1}) - r_{ft} = \delta_{t-1} var(R_{Wt}, |\Omega_{t-1}). \quad \forall t = 1, \dots, T$$

Le système ne contient que (*N*-1) actifs risqués en plus du marché mondial pour éviter toute redondance. L'inclusion des *N* actifs risqués dans le système entraînera que la dernière équation soit une combinaison linéaire des *N* premières équations.

Désignons R_t comme le vecteur de taille ($N \times 1$) contenant les rendements des actifs risqués, alors le système suivant nous permet de tester le MEDAFI conditionnel :

$$R_t - r_{ft}\tau = \delta_{t-1} h_{Nt} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t|\Omega_{t-1} \sim N(0, H_t), \qquad \forall t = 1, \dots, T \qquad (6)$$

où τ est un vecteur unitaire de dimension ($N \times 1$), $\delta_{t-1} = \left(E(R_{Wt}|\Omega_{t-1}) - r_{ft}\right)/ Var(R_{Wt}|\Omega_{t-1})$ est le prix variable dans le temps de risque de covariance de marché, r_{ft} est le rendement du taux sans risque, H_t la matrice de taille ($N \times N$) de variances-covariances conditionnelles des excès de rentabilités et h_t est la $N^{ème}$ colonne de H_t contenant la covariance conditionnelle de chaque actif avec le portefeuille du marché mondial.

2.2.1 Dynamique du prix du risque

Selon Merton (1980) de même que Adler et Dumas (1983), le prix du risque est l'agrégation des aversions au risque de tous les investisseurs. Or, ces derniers sont supposés être averses au risque : le prix du risque doit donc être positif en chaque point du temps. En effet, de par sa formulation, le MEDAF, conditionnel ou non, n'est pas autorisé à avoir des valeurs négatives, même occasionnelles, du prix de risque de covariance pour un actif corrélé positivement avec le portefeuille du marché mondial. A l'instar des études de Slutz et al. (1992), De Santis et Gérard (1997) et Arouri (2007), nous utilisons, en premier lieu, une version internationale conditionnelle du MEDAF avec prix

de risque constant ou $\delta_{t-1} = \delta\,,\ \forall t = 1, \ldots, T$. Cela implique que même si les déterminants du prix du risque fluctuent suivant les dates, la tangente de la droite de marché des capitaux reste constante. Cette version du MEDAF conditionnelle internationale est très restrictive car elle ne permet pas de capturer tous les déterminants de la dynamique du prix du risque. Cette spécification a été critiquée pour son absence de fondements théoriques par Harvey (1991). De plus, le modèle avec prix de risque constant est souvent rejeté lorsqu'il est confronté aux données d'observations réelles. Ceci pourrait aussi s'expliquer par le fait que les études empiriques utilisent des primes de risque *ex post* plutôt que des primes *ex ante*.

Le rejet du modèle du MEDAF conditionnel international avec prix de risque constant nous pousse dans un second temps à faire varier à travers le temps le prix de risque de covariance. De plus, Bekaert et Harvey (1995), De Santis et Gérard (1997) et Arouri (2007) ont montré que le prix du risque est variable dans le temps. Ils ont modélisé le prix du risque de covariance comme une fonction exponentielle de certaines variables d'information liées au cycle économique et financier mondial. Ces auteurs imposent la positivité du prix du risque de covariance $\delta_{t-1} > 0,\ \forall t = 1, \ldots, T$. Tout comme eux, nous modélisons le prix du risque comme une fonction exponentielle de certaines variables économiques :

$$\delta_{t-1} = \exp(k'_W \mathrm{Z}_{\mathrm{t}-1})\,, \qquad (7)$$

où k_w représente les pondérations associées aux variables d'information globales et $\mathrm{Z}_{\mathrm{t}-1}$ est un vecteur informationnel qui contient des variables observables inclus dans le vrai vecteur informationnel $\Omega_{\mathrm{t}-1}$ inobservable.

Nous nous sommes inspirés des travaux cités ci-dessus pour identifier la liste d'indicateurs économiques que nous utiliserons comme variables d'information. Les variables

d'information sont constituées du rendement en dividende du portefeuille du marché mondial en excès d'un certificat de trésorerie américain comportant une échéance de trente jours (XDPR), la variation mensuelle d'une prime à terme américaine (USTP), une prime de défaut américaine (USDP) et la variation mensuelle du rendement d'un certificat de trésorerie américain comportant une échéance de trente jours (USRF). La prime de terme est obtenue par la différence entre un taux d'intérêt court (un certificat de trésorerie américain à 3 mois) et un taux long (un bon du Trésor américain à 10 ans). La prime de défaut est obtenue par la différence entre le rendement d'une obligation notée Baa par l'agence Moody's et d'une obligation notée Aaa. Ainsi qu'une variable dichotomique janvier (JAN) qui prend la valeur 1 en janvier et 0 autrement. De Santis et Gerard (1997) ont montré que le rendement moyen de janvier est la plus forte de l'année. Cet effet de janvier s'explique par le caractère cyclique de la diffusion de certaines informations économiques et des prises de décision par les autorités qui se font pour la plupart du temps en début d'année. Il faut noter aussi que les bilans sur les états financiers de certaines entreprises en bourse se font en janvier.

2.2.2 Dynamique de la matrice de variance covariance conditionnelle

L'extension au cadre multivarié des modèles GARCH implique que les termes d'erreur ont une distribution conditionnelle gaussienne de moyenne nulle et de matrice de variances-covariances H_t. Le principal défi de la littérature MGARCH a été de spécifier la matrice de variance covariance. Le modèle VEC-GARCH de Bollerslev et al. (1988) est la forme la plus générale, puisque chaque variance et covariance conditionnelle est une fonction de toutes les variances et covariances conditionnelles de la période précédente, ainsi que des carrés des rendements précédents et des produits croisés des rendements. L'avantage évident de ce modèle est qu'il est parfaitement adaptable à la modélisation des interactions entre variances et covariances conditionnelles. Cependant, cette souplesse implique également d'estimer un grand nombre de paramètres ce qui

représente un inconvénient. En pratique, lorsque le nombre de variables est grand, l'estimation d'un tel système est difficile à mettre en œuvre. Bollerslev et al. (1988) ont également proposé une version diagonale du modèle VEC, où *A* et *B* sont des matrices diagonales. Dans cette spécification, le nombre de paramètres est considérablement réduit, mais elle est restrictive. Ce modèle n'a pas été très populaire dans la littérature.

La spécification BEKK-GARCH développée par Engle et Kroner (1995) offre les mêmes avantages en termes de flexibilité que le modèle VEC, car elle permet à toutes les variances et covariances conditionnelles d'interagir les unes avec les autres. Cependant, la propriété intéressante de ce modèle, également connu sous le nom de paramétrisation définie positive, est que les matrices de covariance conditionnelle sont définies positivement par construction (en raison des formes quadratiques). Elle se présente comme suit :

$$H_t = CC' + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + B'H_{t-1}B \qquad (8)$$

où *C* est une matrice triangulaire inférieure de taille ($N \times N$), *A* et *B* sont deux matrices de taille ($N \times N$).

Cette dernière est couramment utilisée dans les travaux empiriques. La plupart d'entre eux utilisant des processus GARCH multivariés limitent le nombre d'actifs étudiés ou imposent des restrictions sur le processus générant H_t. Longin et Solnik [1995,2001], Arouri [2005], Carrieri et *al.* [2005] ont montré que les corrélations entre les actifs financiers varient au cours du temps, ce qui n'est pas pris en compte par le modèle avec des corrélations constantes proposées par Bollerslev (1990).

Tout comme Slutz et al. (1992), De Santis et Gérard (1997) et Arouri (2007), nous utiliserons la spécification BEKK dans notre modèle. Ces derniers imposent la condition de diagonalité des matrices *A* et *B*. Cela implique que les variances dans H_t ne dépendent que du carré des résidus passés et d'un terme autorégressif, alors que les covariances ne dépendent que du produit croisé des résidus passés et d'un terme autorégressif. En particulier, cette spécification permet aux corrélations de varier au cours du temps.

2.2.3 Fonction de vraisemblance

Le système formé des équations (6), (7) et (8) constitue notre modèle de base. Sous l'hypothèse de la normalité d'une distribution multivariée de R_t conditionnelle à R_{t-1}, la fonction de vraisemblance s'écrit :

$$lnL(\theta) = -\frac{TN}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{T} ln|H_t(\theta)| - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{T} \varepsilon_t'(\theta)H_t^{-1}(\theta)\varepsilon_t(\theta), \quad (9)$$

où θ est le vecteur des paramètres inconnus et *T* est le nombre d'observations. Puisque l'hypothèse de normalité des séries financières est souvent rejetée nous utilisons la méthode du quasi-maximum de vraisemblance (QMV) de Bollerslev et Wooldridge (1992). Sous certaines conditions de régularité, l'estimateur QMV est convergent, asymptotiquement normal et asymptotiquement optimal.

L'estimateur du maximum de vraisemblance de $\hat{\theta}$ est obtenu en maximisant la fonction du log-vraisemblance par rapport à θ :

$$\max_{\theta} lnL(\theta) = -\frac{TN}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{T} ln|H_t(\theta)| - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{T} \varepsilon_t'(\theta)H_t^{-1}(\theta)\varepsilon_t(\theta),$$

$$\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial \theta} = 0,$$

$$\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial \theta} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{T}\frac{1}{H_t(\hat{\theta})}\frac{\partial H_t(\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{T}\frac{\varepsilon_t'(\hat{\theta})\varepsilon_t(\hat{\theta})}{H_t(\hat{\theta})^2}\frac{\partial H_t(\theta)}{\partial \theta} + \sum_{i=1}^{T}\frac{\varepsilon_t'\varepsilon_t(\hat{\theta})}{H_t(\hat{\theta})}\frac{\partial \varepsilon_t'(\theta)\varepsilon_t(\theta)}{\partial \theta}.$$

L'estimateur du quasi-maximum de vraisemblance se définit comme suit :

$$\sqrt{T}\left(\hat{\theta}_{QVM} - \theta_0\right) \xrightarrow{A} N(0, J_0^{-1} I_0 J_0^{-1}), \qquad (10)$$

où θ_0 est le vrai vecteur de paramètres et la matrice de variance covariance asymptotique de l'estimateur du QMV est calculée à partir de :

$$J = E_0\left[\frac{\partial^2 lnL(\hat{\theta})}{\partial\theta\partial\theta'}\right] \qquad I = E_0\left[\frac{\partial lnL(\hat{\theta})}{\partial\theta}\frac{\partial lnL(\hat{\theta})}{\partial\theta'}\right].$$

où E_0 est l'espérance prise par rapport à la vraie loi.

Dans la pratique, les matrice *I* et *J* sont directement estimées en substituant l'espérance E_0 par la moyenne empirique et le paramètre inconnu θ par son estimateur convergent $\hat{\theta}$. Ainsi, on utilise :

$$\hat{J} = -\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}\frac{\partial^2 lnL(\theta)}{\partial\theta\partial\theta'} \qquad \hat{I} = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta}\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta'},$$

et la variance estimée de $\hat{\theta}$ vérifie alors :

$$Var\left[\sqrt{T}\left(\hat{\theta}_{QVM} - \theta_0\right)\right] \xrightarrow{A} \hat{J}_0^{-1}\hat{I}_0\hat{J}_0^{-1}$$

L'estimation du vecteur θ est réalisée par l'algorithme (BHHH) développé par Berndt et *al.* [1974].

Il existe trois approches pour effectuer des tests sur l'estimateur du quasi-maximum de vraisemblance :

- Le test de Wald est basé sur l'estimateur non contraint ;

- Le test du multiplicateur de Lagrange est calculé à partir de l'estimation contrainte c'est-à-dire sous H_0 (LM);
- Le test du rapport de vraisemblance est la différence des deux valeurs entre de la fonction de vraisemblance respectivement obtenues sans et avec la ou les contraintes associées à l'hypothèse nulle.

Ces trois tests sont asymptotiquement équivalents, mais ils peuvent se comporter différemment en échantillon fini. Ils sont distribués asymptotiquement selon une loi khi-deux avec *J* degrés de liberté $\chi^2(J)$. En échantillon fini le test de Wald est plus puissant puisqu'il rejette plus souvent l'hypothèse nulle $\mathrm{LM} \leq \mathrm{LR} \leq \mathrm{Wald}$.

Désirant vérifier si la condition théorique de positivité du prix du risque du marché mondial est respectée a posteriori par les données, nous estimerons et comparerons le prix du risque exponentiel avec celui du prix du risque linéaire. Nous testerons également l'hypothèse selon laquelle le prix du risque est constant :

$H_0: \mathrm{k_w} = 0 \; \forall w > 1,$
$H_1: \mathrm{k_w} \neq 0 \; \forall w > 1$

Étant donné que le vecteur de variables d'information $\mathrm{Z_{t-1}}$ contient un terme constant, l'hypothèse de constance du prix du risque peut être testée directement en vérifiant la nullité conjointe des coefficients des autres variables d'information. Le test robuste de Wald sera utilisé pour effectuer ce test à partir des estimations des modèles par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance.

CHAPITRE III

PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET ANALYSES

3. 1 Présentation des données

Notre étude porte sur huit marchés financiers nationaux et un indice du marché mondial. Nous avons quatre marchés développés (France, Canada, Japon et États Unis d'Amérique) et quatre marchés émergents (Brésil, Grèce, Chine et Afrique du Sud). Ce choix est motivé notamment par le souci de comparer les comportements des rendements sur les marchés des pays développés et émergents. Pour ce faire, nous avons opté pour des marchés développés et émergents, déjà étudiés par d'autres articles ce qui facilite la comparaison, se trouvant sur le même continent. Le Royaume-Unis, étant très fortement corrélé avec le marché mondial et le marché américain, a été omis en faveur du Canada qui n'affecte pas forcément les autres marchés en cas de chocs. Les données utilisées sont des cours journaliers de fin de période, nous avons des séries mensuelles allant de juillet 1993 à juillet 2018. Cette longue période permet d'inclure les différentes crises qu'ont connu les marchés. Les cours boursiers, calculés avec réinvestissement des dividendes, sont issus de Morgan Stanley Capital International (MSCI). Nous prenons la position d'un investisseur américain dont la position sur le marché des changes est nulle, les rentabilités sont donc toutes exprimées en dollars américains. Notre taux sans risque est celui d'un certificat de trésorerie américain comportant une échéance de trente jours. Les données du bon de trésor américain ont été obtenues dans la base de données de la Federal Reserve Economic Data (FRED). L'indice mondial est représenté par l'indice calculé par le MSCI. Il s'agit d'une moyenne

pondérée des indices des différents marchés nationaux. Le MSCI mondial est composé par les titres de 23 pays les plus développés, ainsi que les valeurs cotées de 24 marchés émergents dans la zone d'Amérique latine, d'Europe de l'Est, d'Afrique, du Moyen-Orient, et la région asiatique. Le rendement excédentaire est conséquemment calculé en prenant la différence entre le rendement boursier et le taux sans risque.

3.2 Statistiques descriptives et présentation des résultats

Dans cette section, nous présentons les statistiques descriptives de notre base de données ainsi que les résultats trouvés. La base de données se décrit comme comprenant : les variables associées aux quatre marchés développés (France, États-Unis, Canada, Japon) et aux quatre marchés émergents (Brésil, Afrique du Sud, Chine et Grèce) pour un total de 300 observations sur la période de juillet 1993 à juillet 2018.

Tableau 3.2 Statistiques descriptives des excès de rentabilité des indices boursiers

	Statistiques descriptives des rendements excédentaires					
	Moyenne	Écart-type	Skewness	Kurtosis	J. B	Q (12)
Brésil	0,64	11,00	-0,62	2,04***	71,72***	4,16
Chine	0,06	9,47	-0,09	1,84***	42,87***	23,75**
Grèce	-0,64	10,76	-0,84	2,14***	92,76***	12,51
AFSUD	0,50	7,73	-0,78	2,23***	92,32***	5,14
Canada	0,54	5,71	-1,05	4,20***	275,71***	11,29
France	0,44	5,73	-0,64	1,44***	46,37***	10,55
Japon	-0,08	5,15	-0,19	0,50***	4,88*	19,44*
E. U	0,58	4,17	-0,86	1,87***	80,86***	12,54
Monde	0,42	4,33	-0,98	2,80***	146,04***	10,39

*, ** et *** signifie statistiquement significatif à 10, 5 et 1 pour cent respectivement.

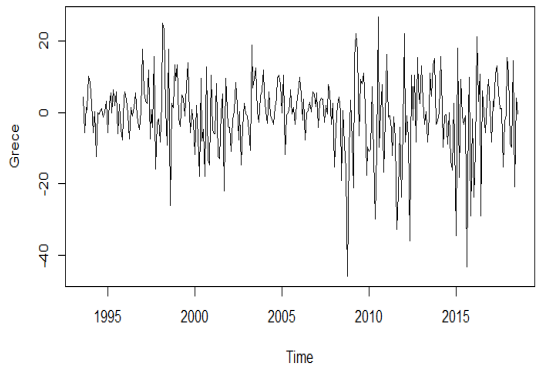
Le tableau 1 montre que les rendements mensuels moyens de tous les marchés sont positifs à l'exception du Japon et de la Grèce pour la durée de notre étude. Le marché

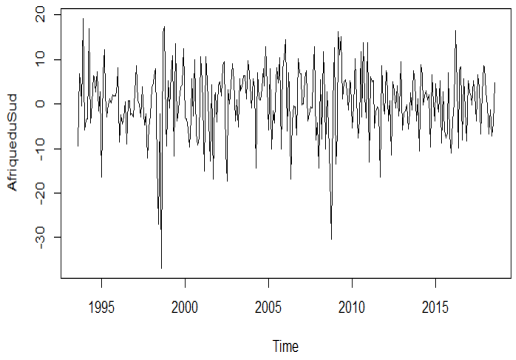
sur lequel il y a eu le rendement plus élevé est celui du Brésil avec une moyenne mensuelle de 0,64 %, suivi du marché américain avec 0,58%, du marché français avec 0,44 % et du marché mondial avec 0,42%. Tandis que le moins élevé est enregistré pour le marché grecque avec une moyenne mensuelle de -0,64 %, suivi du marché japonais avec -0,8 %. Cela peut s'expliquer par la crise grecque de 2008 qui a plongé le pays dans une profonde crise. Celle du Japon peut s'expliquer par crise de la bulle spéculative japonaise et ses retombées qui ont perduré tout au long des années 1990 et la crise de 2008 qui a replongé le pays en dépression. En termes de risque, le marché brésilien est le plus volatile avec un écart-type de 11,00, suivi du marché grecque avec 10,76 d'écart-type, puis du marché chinois avec un écart-type de 9,47. Le risque le plus faible est celui des États-Unis avec un écart-type de 4,17, suivi par le marché mondial avec 4,33 d'écart-type. Le marché brésilien présente le rendement moyen le plus élevé, mais il est aussi le plus volatile.

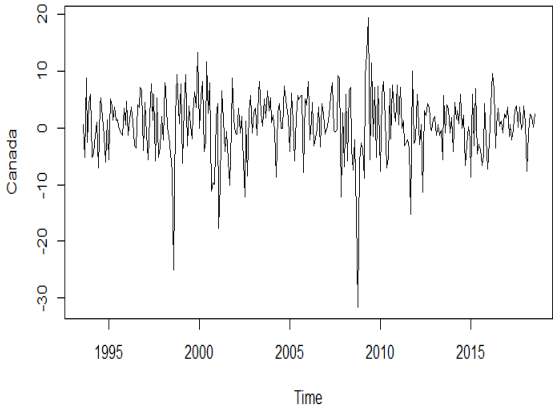
Les valeurs de la statistique de Kurtosis indiquent que les séries d'indices boursiers présentent un caractère leptokurtique. En effet, nous pouvons voir que la Kurtosis centrée est positive ($K > 3$) pour toutes les séries. L'excès de Kurtosis illustre une distribution à queues épaisses. Les coefficients de Skewness ne sont pas, pour la plupart, significativement différentes de zéro aux niveaux conventionnels. Leurs valeurs négatives indiquent que la distribution des séries est quelque peu étalée vers la gauche, bien que les valeurs de ces statistiques ne soient pas significativement différentes de zéro aux niveaux conventionnels. Cela implique que ces marchés boursiers ont subi plus de chocs négatifs que de chocs positifs durant la période étudiée.

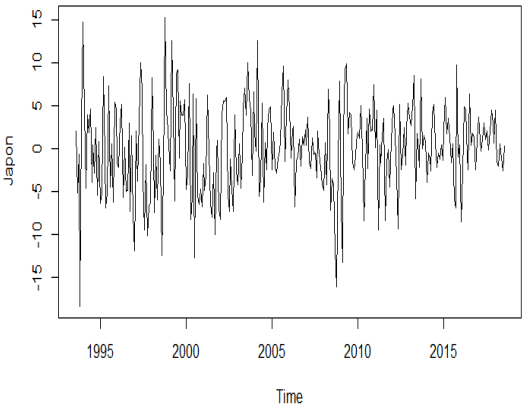
Le test de Jarque et Bera nous montre que l'hypothèse de normalité est rejetée par l'ensemble des marchés. Les probabilités du test de Ljung-Box d'ordre 12 sont presque toutes non statistiquement significative à l'exception de la Chine et du Japon significatif au seuil de 10 %. Ce qui montre l'absence d'autocorrélation temporelle.

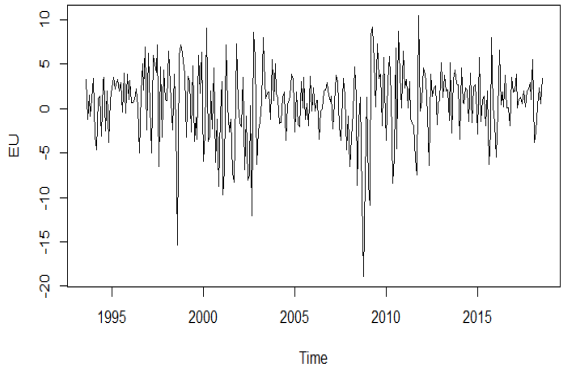
Le Graphique suivant nous montre l'évolution des différents indices boursiers.

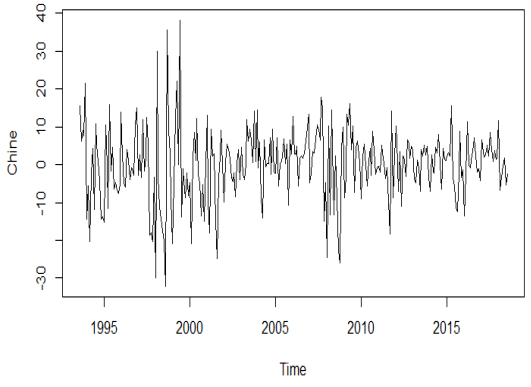












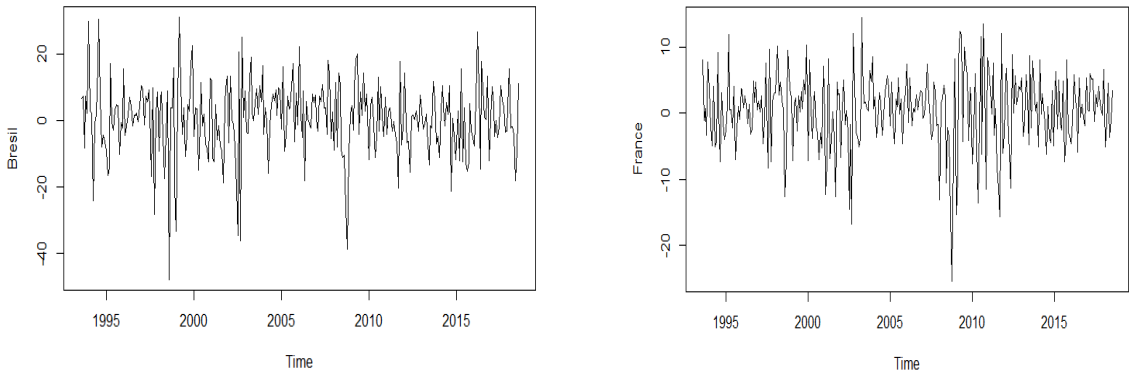


Figure 3.1 Évolution des rendements boursiers 1993-2018

Tableau 3.3 Matrice des corrélations non-conditionnelles des excès de rentabilité

Corrélations non-conditionnelles des rendements excédentaires pour l'ensemble de la période 1993-2018

	Brésil	Chine	Grèce	AFSUD	Canada	France	Japon	E. U	Monde
Brésil	1								
Chine	0,49	1							
Grèce	0,42	0,31	1						
AFSUD	0,59	0,57	0,42	1					
Canada	0,66	0,55	0,50	0,67	1				
France	0,55	0,42	0,64	0,58	0,71	1			
Japon	0,40	0,32	0,35	0,52	0,53	0,52	1		
E. U	0,57	0,50	0,52	0,56	0,79	0,77	0,53	1	
Monde	0,67	0,55	0,61	0,68	0,84	0,88	0,68	0,94	1

La lecture du tableau 2 indique que les marchés développés sont fortement corrélés entre eux et avec l'indice MSCI monde. La corrélation la plus forte, 94%, est entre les États-Unis et l'indice MSCI monde, la plus faible est de 52 % entre le Japon et la

France. Ceci corrobore les travaux, entre autres, de Bekaert et Harvey (1995) qui suggèrent que les marchés développés sont fortement intégrés. Les marchés émergents sont relativement modérément corrélés entre eux et avec les marchés développés. La Chine présente la corrélation la plus faible, de 31%, avec le marché grecque et de 32 % avec le marché japonais. Ces corrélations inconditionnelles suggèrent que les stratégies de diversification internationale de portefeuille peuvent représenter un intérêt en termes de maximisation du rapport rendement risque.

Tableau 3.4 Autocorrélations des excès de rentabilité des différents marchés

Autocorrélations des rendements excédentaires						
Retard	1	2	3	4	5	6
Brésil	0,060	0,026	-0,055	0,018	-0,030	-0,017
Chine	0,113**	0,079	-0,079	-0,082**	-0,034	-0,011
Grèce	0,070	0,030	0,130	0,006	0,022	0,042
AFSUD	-0,007	-0,064	0,023	-0,036	-0,086	0,013
Canada	0,123	0,045	0,025	0,039	-0,075	-0,039
France	0,053	-0,061	0,079	0,073	-0,028	0,007
Japon	0,125**	-0,055	0,119**	0,008**	0,051	-0,027
E. U	0,077	-0,028	0,102	0,059	0,048	-0,049
Monde	0,111	-0,025	0,089	0,068	0,009	-0,043

*, ** et *** signifie statistiquement significatif à 10, 5 et 1 pour cent respectivement.

Par ailleurs, comme le montre le tableau 3, les autocorrélations des excès de rentabilités de la plupart des différents marchés montrent une absence d'autocorrélation temporelle. Ce résultat est confirmé par le test de Ljung-Box d'ordre 12 effectué précédemment. Il apparaît donc inutile d'introduire une correction AR dans l'équation de la moyenne pour notre modélisation.

Tableau 3.5 Autocorrélations des excès de rentabilité des différents marchés

Autocorrélations des carrés des rendements excédentaires						
Retard	1	2	3	4	5	6
Brésil	0,146**	0,081	0,167	0,176	0,182	0,164
Chine	0,304**	0,081**	0,080**	0,025**	0,058**	-0,002**
Grèce	0,080	0,033	0,116	0,126**	0,133**	0,075
AFSUD	0,103	0,299**	0,076	0,101	0,011	0,015
Canada	0,165**	0,040	0,013	0,022	0,074	0,133
France	0,246**	0,148**	0,173**	0,169**	0,030	0,129
Japon	0,026	0,216**	0,088	0,113	0,116	-0,020
E. U	0,233**	0,119	0,167**	0,209**	0,138	0,135
Monde	0,254**	0,110	0,127	0,191**	0,087	0,154

*, ** et *** signifie statistiquement significatif à 10, 5 et 1 pour cent respectivement.

Le tableau 4 présente les autocorrélations des carrés des excès de rentabilités. Nous dénotons que ces autocorrélations sont statistiquement significatives. Ce qui nous conforte dans notre paramétrisation GARCH.

Les variables d'information utilisées dans notre étude s'inspirent des travaux antérieurs, notamment celle de De Santis et Gérard (1997), Bekaert et Harvey)1995) et Arouri (2007).

$$\delta_{t-1} = \exp(k'_W \mathrm{Z}_{\mathrm{t-1}})$$

où k_w représente les pondérations associées aux variables d'information globales et $\mathrm{Z}_{\mathrm{t-1}}$ est un vecteur informationnel inclus dans le vrai vecteur informationnel Ω inobservable par nature.

Ces variables nous donnent idée sur le cycle financier et économique international dont disposent les investisseurs à la période précédente. L'équation du prix du risque de covariance conditionnel à Z se définit comme suit :

$$\delta_{t-1} = \exp(k_0 + k_1 \mathrm{XDPR}_{t-1} + k_2 \mathrm{USTP}_{t-1} + k_3 \mathrm{USDP}_{t-1} + k_4 \mathrm{USRF}_{t-1} + k_5 \mathrm{JAN}) ,$$

où XDPR est le rendement en dividende du portefeuille du marché mondial en excès d'un certificat de trésorerie américain comportant une échéance de trente jours, USTP est la variation mensuelle d'une prime à terme américaine, USDP est une prime de défaut américaine, USRF est la variation mensuelle du rendement d'un certificat de trésorerie américain comportant une échéance de trente jours et JAN est une variable dichotomique janvier qui prend la valeur 1 en janvier et 0 autrement.

Tableau 3.6 Statistiques descriptives des variables d'information

Statistiques Descriptives des variables d'information				
	Moyenne	Écart-type	Min	Max
XDPR	0,27	4,21	-21,70	13,50
USTP	1,79	1,04	-0,53	3,70
USDP	0.,95	0,42	0,55	3,38
USRF	-0,01	0,26	-1,00	2,00

Le Tableau 5 nous présente les statistiques descriptives de ces variables. La moyenne la plus élevé est attribuée à la prime à terme américaine (USTP), et la plus faible est celle de la variation mensuelle du rendement d'un certificat de trésorerie américain de trente jours. La plus volatile est celle du rendement en dividende du portefeuille du marché mondial en excès d'un certificat de trésorerie américain trente jours (XDPR) avec un écart-type de 4,21.

Tableau 3.7 Corrélation et autocorrélation des variables d'information

Corrélation des variables d'information						
	USTP	USRF	XDPR	USDP		
USTP	1,00					
USRF	-0,116	1,00				
XDPR	-0,032	0,033	1,00			
USDP	0,310	-0,219	-0,101	1,00		
Autocorrélations des variables d'informations						
Retard	1	2	3	4	5	6
USTP	0,973	0,933	0,895	0,850	0,801	0,753
USRF	-0,008	-0,100	0,024	0,154	0,138	0,175
XDPR	0,964	0,896	0,819	0,742	0,663	0,581
USDP	0,117	-0,024	0,062	0,095	-0,002	-0,055

Le tableau 6 représente les corrélations et les autocorrélations entre les variables d'information. Elles sont relativement faibles, ce qui évoque que le vecteur d'information Z_{t-1} ne contient pas d'informations continuelles.

3.3 Estimation du modèle et mesure du gain de diversification

Dans cette partie, nous ferons l'hypothèse que le prix de risque du marché mondial est constant et unique pour tous les portefeuilles nationaux y compris le portefeuille du marché mondial $\delta_i = \delta > 0 \ \forall i$. Ceci suppose que même si les composantes du prix du risque fluctuent suivant les dates, la tangente de la droite de marché des capitaux reste constante. De nombreuses études sur le MEDAFI international ont observé cette restriction notamment De Santis et Gérard (1997) et Arouri (2007).

3.3.1 Estimation du modèle du MEDAFI avec prix de risque de covariance constant

Tableau 3.8 Estimation du modèle du MEDAFI à prix de risque de covariance constant

Prix du risque covariance constant									
δ (const)				0.0278** (0.0113)					
Processus GARCH									
	France	Grèce	Japon	E. U	Chine	AFSud	Brésil	Canada	Monde
	M1.	M2.	M3.	M4.	M5.	M6.	M7.	M8.	M9.
M1.	1,492* (0,551)								
M2.	1,459* (0,509)	3,283* (1,221)							
M3.	0,549* (0,193)	0,576* (0,221)	0,36** (0,153)						
M4.	0,781* (0,251)	0,824* (0,299)	0,404* (0,127)	0,727* (0,203)					
M5.	0,850* (0,313)	0,99** (0,439)	0,514* (0,160)	0,588* (0,194)	1,656* (0,691)				
M6.	1,666* (0,484)	1,979* (0,712)	1,112* (0,337)	1,047* (0,320)	1,757* (0,563)	4,459* (1,484)			
M7.	1,874* (0,536)	2,437* (0,811)	1,098* (0,351)	1,190* (0,381)	2,278* (0,742)	3,877* (1,082)	6,911* (1,990)		
M8.	1,413* (0,422)	1,666* (0,669)	0,778* (0,274)	1,057* (0,334)	1,328* (0,398)	2,255* (0,703)	2,842* (0,776)	2,457* (0,822)	
M9.	0,951* (0,290)	1,037* (0,332)	0,501* (0,141)	0,716* (0,194)	0,763* (0,229)	1,373* (0,383)	1,570* (0,447)	1,206* (0,366)	0,789* (0,207)
A.	0,192* (0,026)	0,190* (0,022)	0,121* (0,014)	0,208* (0,022)	0,246* (0,030)	0,204* (0,036)	0,234* (0,041)	0,194* (0,033)	0,207* (0,019)
B.	0,920* (0,011)	0,920* (0,007)	0,943* (0,004)	0,918* (0,008)	0,955* (0,008)	0,938* (0,016)	0,939* (0,014)	0,938* (0,015)	0,901* (0,006)
Diagnostic des résidus									
	France	Grèce	Japon	E. U	Chine	AFSud	Brésil	Canada	Monde
Skewness	-0,674*	-0,79*	-0,229	0,317**	-0,76	-0,035**	-0,133	-0,121	-0,230
Kurtosis	3,63**	3,68**	3,23	3,49***	3,67**	3,60**	4,39*	3,69**	3,26
J.B.	27,80*	37,65*	3,35	5,97***	5,98***	10,70**	25,12*	6,77**	3,51

*, ** et *** signifie statistiquement significatif à 1, 5 et 10% pour cent respectivement.

Pour notre part, nous ferons l'hypothèse de la contrainte de positivité imposée au prix du risque, c'est-à-dire que le prix de risque varie de manière exponentielle en fonction des variables instrumentales. Dans ce travail, nous utilisons le vecteur informationnel Z_{t-1} décrit précédemment.

Le tableau 7 présente les résultats de l'estimation du MEDAFI avec prix de risque constant par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance (QMV). Nous voyons que le prix de risque de covariance moyen est estimé à 2,78 de pourcentage et significatif au seuil 5%. Ce qui raisonnable en valeur et en signe. Le vecteur $M(i,j)\ \forall i,j$ représente les paramètres estimés de la ième ligne et jième colonne de la matrice *M*. Le vecteur *A* nous donne un aperçu sur la configuration des moments conditionnels. Selon le théorème de Bollerslev (1986), le processus BEKK est stationnaire si $a_i a_j + b_i b_j < 1\ \forall i,j$, les paramètres estimés remplissent les conditions de la stationnarité. Les coefficients *a* et *b* du processus GARCH sont tous positifs et significatifs à 1%. Les valeurs estimées des paramètres du vecteur *B*, qui relient les seconds moments à leurs valeurs historiques, sont largement supérieures à celles des paramètres du vecteur A. Nous remarquons qu'il se dégage une forte persistance entre les marchés. Nos résultats semblent concorder avec les études antérieures employant le processus GARCH.

Les tests sur les résidus nous permettent d'apprécier la performance du modèle estimé. Le coefficient d'asymétrie est significatif pour quatre marchés la France, la Grèce, Afrique du Sud et les États-Unis. Le coefficient d'aplatissement quant à lui est positif et significatif pour la majorité des marchés étudiés. Ainsi, à l'exception du Japon et du marché mondial, l'hypothèse de la normalité est rejetée pour tous les marchés étudiés, ce qui justifie le recours à la technique du quasi-maximum de vraisemblance.

3.3.2 Estimation du modèle du MEDAFI avec prix de risque de covariance variable

Tableau 3.9 Estimation du modèle du MEDAFI prix de risque de covariance variable

Prix du risque de covariance variable						
	Const	Janvier	XDPR	USTP	USDP	USRF
Prix du risque	-3,466 (0,914)	0,166 (0,503)	0,687 (0,218)	-1,004 (0,551)	0,410 (0,290)	-2,160 (0,653)

Processus GARCH									
	France	Grèce	Japon	E. U	Chine	AFSud	Brésil	Canada	Monde
	M1.	M2.	M3.	M4.	M5.	M6.	M7.	M8.	M9.
M1.	1,546* (0,610)								
M2.	1,470* (0,539)	3,268* (1,425)							
M3.	0,565* (0,203)	0,605** (0,242)	0,457** (0,170)						
M4.	0,808* (0,259)	0,835* (0,316)	0,412* (0,130)	0,742* (0,207)					
M5.	0,959* (0,341)	1,084** (0,474)	0,562* (0,179)	0,641* (0,211)	1,90** (0,795)				
M6.	1,526* (0,489)	1,779* (0,684)	0,997* (0,303)	0,972* (0,304)	1,598* (0,532)	4,056* (1,344)			
M7.	1,869* (0,563)	2,301* (0,817)	1,050* (0,344)	1,168* (0,374)	2,283* (0,761)	3,463* (0,991)	6,409* (1,936)		
M8.	1,393* (0,462)	1,588** (0,670)	0,744* (0,260)	1,034* (0,331)	1,320* (0,398)	2,049* (0,627)	2,668* (0,735)	2,331* (0,783)	
M9.	0,971* (0,305)	1,031* (0,349)	0,505* (0,144)	0,725* (0,195)	0,818* (0,248)	1,252* (0,361)	1,517* (0,440)	1,167* (0,361)	0,790* (0,208)
A.	0,186* (0,026)	0,191* (0,023)	0,134* (0,015)	0,204* (0,022)	0,264* (0,032)	0,190* (0,035)	0,234* (0,040)	0,189* (0,032)	0,204 (0,019)
B.	0,959* (0,012)	0,930* (0,008)	0,939* (0,004)	0,958* (0,007)	0,949* (0,009)	0,945* (0,015)	0,940* (0,013)	0,941* (0,014)	0,957* (0,006)

Diagnostic des résidus									
	France	Grèce	Japon	E. U	Chine	AFSud	Brésil	Canada	Monde
Skewness	-0,610*	-0,805*	-0,161	0,273**	-0,174	-0,405*	-0,30**	-0,066	-0,232***
Kurtosis	3,655**	3,731*	3,086	2,865	3,645**	4,072*	4,565*	3,304	3,202
J.B.	23,59*	39,17*	1,50	6,46**	10,16*	19,61*	35,05*	1,09	5,07***

*, ** et *** signifie statistiquement significatif à 1, 5 et 10% pour cent respectivement.

Le tableau 8 présente les résultats du MEDAFI estimés avec le processus GARCH par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance. La version conditionnelle du MEDAFI permet au prix de risque de covariance de varier au cours du temps en fonction d'un ensemble de variables informationnelles. L'exploration de la littérature financière nous renseigne que la plupart des études empiriques font l'hypothèse que le prix de risque dépend linéairement d'un ensemble de variables instrumentales.

Le tableau précèdent résume les résultats de notre estimation, nous constatons que la configuration des seconds moments conditionnels a augmenté légèrement. Les conditions de stationnarité sont vérifiées. Tous les paramètres des vecteurs A et B sont statistiquement significatifs et positifs. Nous remarquons, tous comme dans le modèle estimé précédemment, que la valeur de paramètres estimées des coefficients du vecteur *B* sont nettement supérieures à celles estimés en *A*, ce qui semble indiquer une forte persistance.

Le prix de risque de covariance moyen est égal à environ 2,62 de pourcentage et significatif à 1%. Celle-ci a été calculée en fonction de la valeur moyenne des variables dans Z_{t-1}. Pour accommoder la dichotomique Janvier nous présumons qu'au mois de janvier elle est égale à $\delta_{t-1} = k_5 \mathrm{JAN} + \exp(k'_W \mathrm{Z_{t-1}})$. Le portefeuille de marché mondial détermine la dynamique du prix de risque de covariance. Elle est aussi déterminée par le terme constant, le rendement en dividende du portefeuille du marché international, la variation mensuelle de la prime de terme, la prime de défaut et la variation mensuelle du rendement du certificat américain de trésorerie à 30 jours. L'impact est plus important pour la variation mensuelle de la prime de terme, par l'effet janvier et par la variation mensuelle du rendement du certificat américain de trésorerie à 30 jours.
Le modèle du MEDAF conditionnel avec prix de risque constant, présente une performance moindre comparé au modèle avec prix de risque variable. Celle-ci est expliquée par le diagnostic des résidus qui confirme ce constat.

Les coefficients d'asymétrie (*skewness*) et d'aplatissement (*kurtosis*) ainsi que la statistique de Jarque et Bera ont légèrement augmenté dans la plupart des indices. L'hypothèse de normalité est rejetée pour toutes les séries des résidus à l'exception du Japon et du Canada. Cependant, il faut signaler que les coefficients d'asymétrie (*skewness*) et d'aplatissement centré (*kurtosis*) sont plus faibles que ceux calculée pour les séries de rentabilités.

Le tableau 9 présente les résultats de test de spécification relatifs au MEDAF international conditionnel avec prix de risque variable suivant les dates. Toutes les hypothèses sont testées par le test robuste de Wald à partir des estimations des modèles par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance.

Tableau 3.10 Test de spécification du MEDAFI à prix de risque variable

$$R_t - r_{ft}\tau = \delta_{t-1} h_{Nt} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t|\Omega_{t-1} \sim N(0, H_t), \quad \forall t = 1, \dots, T$$

$$\delta_{t-1} = \exp(k'_W Z_{t-1})$$

$$H_t = CC' + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + B'H_{t-1}B$$

Hypothèse nulle	χ^2	df	p-value
Le prix mondial du risque est-il constant ? H_0 : $k_w = 0$ $\forall w > 1$	580.09	5	0,000

La statistique de test de Wald, égale à 580, rejette clairement l'hypothèse de constance des prix du risque et montre qu'elle varie au cours du temps. Étant donné que le vecteur de variables d'information Z_{t-1} contient un terme constant, l'hypothèse de constance du prix du risque peut être testée directement en vérifiant la nullité conjointe des coefficients des autres variables d'information.

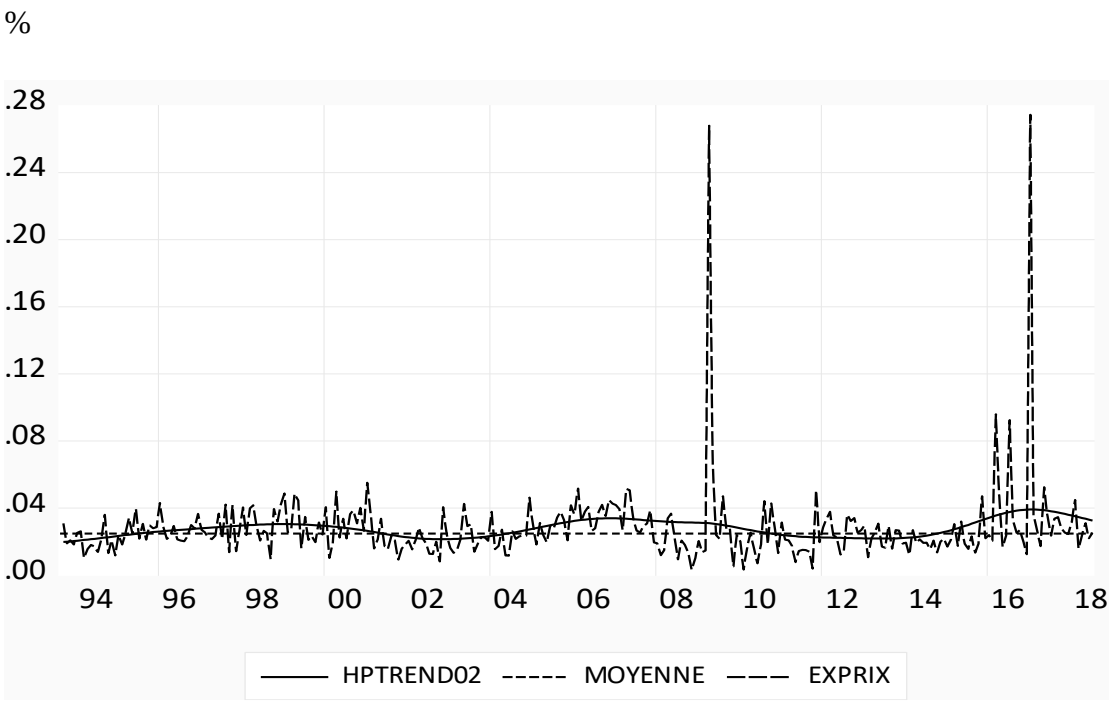


Figure 3.2 Prix du risque du marché mondial : fonction exponentielle

Le graphique 2 relate l'évolution du prix du risque, en centième de pourcentage, ainsi que la série filtrée par la méthodologie de Hodrick et Prescott [1996]. Le filtre HP permet de séparer les mouvements de court terme (cycles) du mouvement de long terme (tendance). La série filtrée s'accroit de 1995 à 2001, elle se trouve au-dessus de sa moyenne, pour ensuite décroitre pour la période de 2002 à 2004 et se retrouver en dessous de sa moyenne. Cette période correspond à son niveau le plus bas. De 2004 à 2008, elle s'accroît à nouveau pour se réduire pour la période de 2010 à 2014 en dessous de sa moyenne. La série filtrée atteint ses valeurs les plus élevés entre 2016 et

2018. Ces fluctuations extrêmes, à l'ordre de 28%, traduisent l'incertitude que traversent les marchés financiers internationaux ces dernières années. On se souvient des crises asiatiques en 1997-1998, brésilienne en 1999 ainsi qu'américaine en 2007. Le marché international représente un refuge pour les investisseurs à la suite d'une crise. Quand les bourses développées voyaient leurs indices chuter, les Bourses émergentes bénéficiaient de réallocations de portefeuilles. Après une courte chute, les bourses asiatiques grimpaient de plus de 20 % en octobre 2007, selon Morgan Stanley.

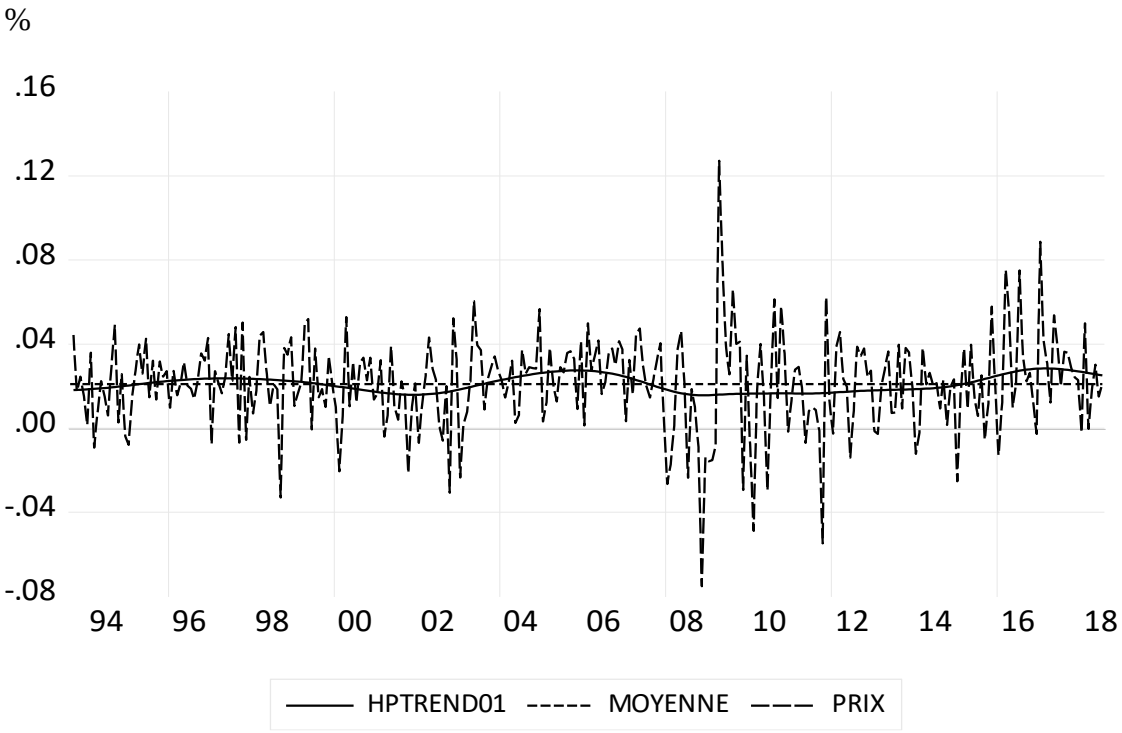


Figure 3.3 Prix du risque du marché mondial : fonction linéaire

Contrairement au prix du risque à fonction exponentielle qui contraint à la positivité de prix, la série du prix linéaire, en centième de pourcentage est, caractérisée par des périodes de valeurs négatives. La série filtrée suit les mêmes fluctuations que la série à prix exponentielle à la différence que la période de baisse commence plus tôt de 2007 à 2014 contrairement à la série exponentielle 2010 à 2014. Ces fluctuations extrêmes traduisent l'incertitude qui traversent les marchés financiers internationaux ces dernières années

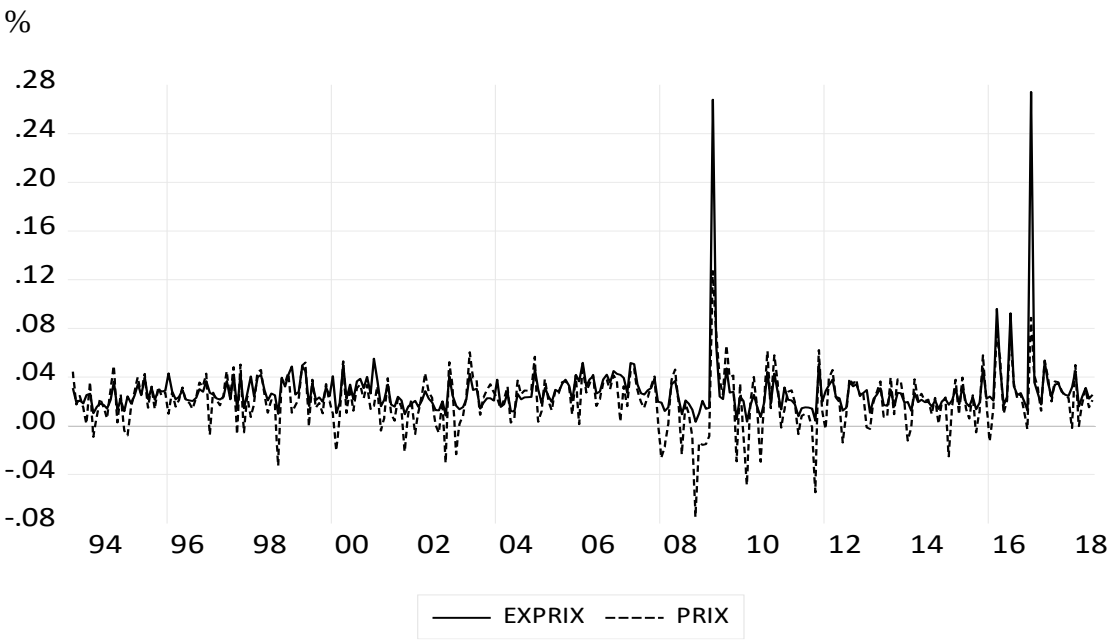


Figure 3.4 Fonction exponentielle versus fonction linéaire

3.4 Diversification internationale

La diversification internationale a longtemps été vue comme un moyen pour améliorer les performances d'un portefeuille. Aussi longtemps que les marchés financiers seront affectés par des facteurs spécifiques, les corrélations entre les titres des différents pays sont plus faibles que celles entre les titres d'un même pays. Elle constitue un élément crucial pour gérer le risque et le réduire. L'intégration des marchés se justifie dans le

mouvement de libéralisation et de déréglementation des marchés financiers dans les années 80 et des avancées technologiques et financières. Ceci a permis l'augmentation des corrélations entre les marchés financiers ces dernières années. Cette augmentation contribuerait à réduire l'intérêt de la diversification internationale de portefeuille. Gerard et De Santis (1997) ainsi que de nombreux d'autres auteurs jugent que l'effet inverse peut aussi se produire.

Pour vérifier empiriquement les effets de cette augmentation de l'intégration sur les gains de la diversification, nous déterminerons les gains additionnels de la diversification internationale dans le cadre moyenne variance de Markowitz. Pour ce faire, nous prenons deux portefeuilles, présentant instantanément le même risque. Le premier portefeuille désigne par (*I*) est diversifié internationalement tandis que le second, désigné par (*i*), est national. Le MEDAFI conditionnelle sera utilisé pour calculer la rentabilité anticipée sur chacun de ces deux portefeuilles.

La rentabilité du portefeuille (*I*) est une combinaison de la rentabilité de l'actif sans risque et de celle du portefeuille de marché :

$$R_I = \theta_{t-1} R_{wt} + (1 - \theta_{t-1}) R_{ft}, \tag{11}$$

où θ est le coefficient à l'aversion au risque d'un investisseur donné.

Les excès de rentabilités s'écrivent :

$$E\left(R_{I,t} | \Omega_{t-1}\right) - r_{ft} = \delta_{t-1} \theta_{t-1} var\left(R_{W,t} | \Omega_{t-1}\right), \tag{12}$$

$$E\left(R_{i,t} | \Omega_{t-1}\right) - r_{ft} = \delta_{t-1} cov\left(R_{i,t}, R_{W,t} | \Omega_{t-1}\right). \tag{13}$$

D'après les équations (12) et (13), les gains de la diversification internationale espérés par l'investisseur domestique, selon le du MEDAFI conditionnelle, sont donnés par la relation suivante :

$$E\left(R_I - R_{I,t} | \Omega_{t-1}\right) = \delta_{t-1} \theta_{t-1} var\left(R_{W,t} | \Omega_{t-1}\right). \tag{14}$$

La différence entre les deux mesures de rentabilités peut être interprétée comme le gain *ex ante* de la diversification internationale des portefeuilles. En se positionnant comme des investisseurs américains, ayant un portefeuille mondial parfaitement équilibré c'est-à-dire $\theta=0,5$. Cela implique que la moitié du portefeuille est en titre américain sans risque et l'autre moitié en portefeuille international de marché. Les résultats de cette estimation nous montre qu'il y a un gain ex ante significatif. Notre intuition de départ est vérifiée. Concernant les gains attendus pour les pays émergents faiblement corrélés avec le portefeuille de marché mondial il s'avère qu'ils sont plus importants que ceux des marchés développés. La matrice de corrélation conditionnelle ci-dessus entre les marchés financiers montre que les gains de diversification les plus importants sont obtenus sur les pays émergents et plus particulièrement sur les marchés sud-africains et brésilien.

Tableau 3.11 Matrice des corrélations non-conditionnelles des excès de rentabilité

Corrélations conditionnelles des excès de rentabilités									
	Brésil	Chine	Grèce	AFSUD	Canada	France	Japon	E. U	Monde
Brésil	1								
Chine	0,14	1							
Grèce	0,27	0,39	1						
AFSUD	-0,22	0,57	-0,10	1					
Canada	-0,01	0,21	0,58	0,08	1				
France	0,31	0,69	0,71	-0,20	0,37	1			
Japon	0,06	-0,19	0,41	-0,16	0,40	0,42	1		
E. U	0,30	0,56	0,65	-0,32	0,61	0,84	0,41	1	
Monde	0.21	0.47	0.72	-0.14	0.65	0.86	0.71	0.88	1

Pour la période étudiée, le marché sud-africain a un gain de 6,3%, il est le marché le moins corrélé avec le marché mondial suivi du marché brésilien avec un gain de 5,02%. La Chine a un gain de 4,2%, la France qui est le deuxième pays le plus corrélé a un gain de 2,6%, la Grèce 2,4%, le Japon 3,4% et le Canada 3,2%. Cependant, nous allons nous focaliser plus sur le gain du marché américain, pour effet de comparaison, qui avait un gain de 2,11% avec De Santis et Gerard (1997) sur la période de 1970 à 1994, un gain de 1,14% avec Arouri (2007) de 1970 à 2002. Nous avons trouvé que le gain de diversification du marché américain s'est réduit au cours des années, il est d'environ 1,11% pour la période de notre étude de 1993 à 2018. Ce qui veut dire que le marché le plus corrélé avec le marché mondial avec une corrélation moyenne de 88% présente des bénéfices à la diversification (se référer à l'annexe C pour les graphiques de la corrélation conditionnelle des autres pays).

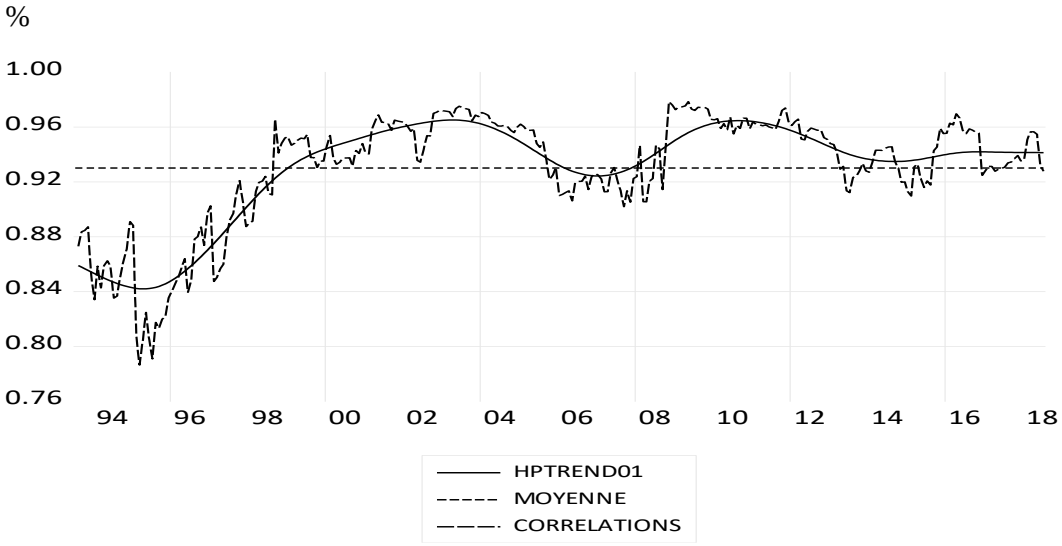


Figure 3.5 Corrélations conditionnelles États-Unis et marché mondial

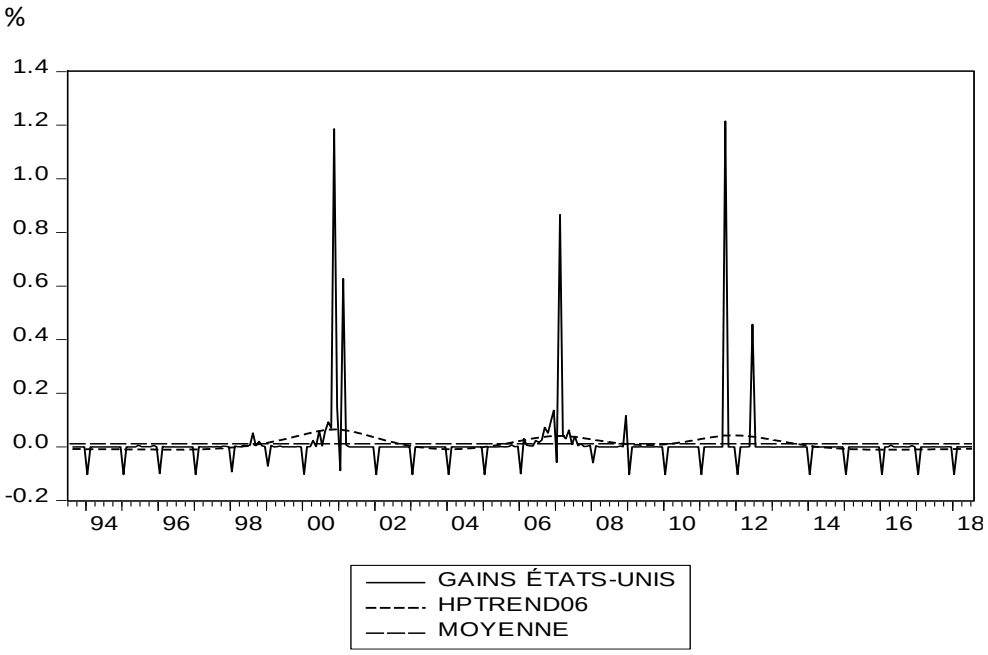


Figure 3.6 : Gains de la diversification du marché américain

Le graphique 5 presente les correlations conditionnelles des États-Unis et le marché mondial. Il montre effectivement ce que beaucoup de financiers pensent c'est-à-dire qu'il y a une très forte corrélation entre les deux ce qui reflète les gains escomptés de la diversification bas. Cette corrélation ne semble pas faiblir au cours des années avec 86% sous Arouri en (2007), elle passe à 88% sous notre étude. Le graphique 6, avec une unité de centième de pourcentage, contient la série filtrée par la méthodologie de Hodrick et Prescott [1996], on remarque que les gains de ces périodes 1993 à 1998, et 2002 à 2007 ainsi que 2014 à 2018 sont toutes en dessous de la moyenne. Les gains sont au-dessus de la moyenne pour les périodes de 1999 à 2001, 2006 à 2008 et de 2009 à 2014. La hausse en 2009 juste après la crise financière de 2008 s'explique par le fait

que les investisseurs ont cherché refuge dans les marchés émergents à faible capitalisation boursière. Tout comme, les marchés émergents, les obligations gouvernementales ont été une alternative intéressante pour se protéger contre les krachs boursiers, notamment celle de 2008.

CONCLUSION

Dans ce travail nous avons essayé de tester l'effet de l'intégration de huit marchés boursiers, quatre marchés développés (Canada, États-Unis, Japon et France), quatre marchés émergents (Brésil, Afrique du Sud, Chine et Grèce) et le marché mondial pour la période de juillet 1993 à juillet 2018 sur les gains attendus de la diversification. Pour ce faire, nous avons tester une version internationale du MEDAF conditionnel en utilisant une spécification GARCH multivarié de De Santis et Gérard (1997). Cette spécification permet aux primes de risque, à la volatilité et aux corrélations de varier dans le temps. Le prix de risque de covariance est donné par un ensemble de variables financières. De plus, nous avons dérivé une mesure conditionnelle des gains attendus de la diversification internationale de portefeuille. Les bénéfices escomptés des stratégies de diversification internationale montrent qu'ils sont fonction de trois éléments : le risque spécifique au marché national, la corrélation conditionnelle entre les rendements de ce marché et le rendement du portefeuille de marché mondial et le prix de risque de covariance. Cette approche nous a permis de démontrer l'intégration des marchés nationaux étudiés car les corrélations ont augmenté au cours des dernieres années.

Nous avons testé le MEDAFI conditionnel empiriquement avec prix de risque constant et prix de risque variable avec fonction linéaire et exponentielle. La performance du modèle à prix variable est mieux que celle à prix de risque constant. Nous avons trouvé la baisse des prix de risque est plus accru avec le modele lineaire, on remarque que les prix du risque de ces périodes 1994 à 2001, 2004 à 2010 ainsi que 2014 à 2018 sont

toutes à la hausse et au-dessus de la moyenne entre toutes ces périodes. Pour les périodes de 2000 à 2003, et de 2009 à 2014 les prix du risque sont en-dessus de la moyenne.

L'étude des gains attendus de la diversification internationale des portefeuilles a montré que ces gains sont statistiquement et économiquement significatifs. Comme attendu, les États-Unis ont les gains les plus faibles ont diminué depuis les années de 1970 à 1994 elle passe de 2,11% à 1,1% pour la période de 1993 à 2018. Les marchés des pays émergents quant à eux ont les gains les plus élevés avec 6,3% pour l'Afrique du Sud.

Sachant que les marchés développés sont fortement corrélés avec le marché mondial, les chocs sur les marchés développés, notamment celui du marché américain, auront tendance à affecter tous les marchés. Outre la diversification internationale, les obligations gouvernementales semblent être une alternative intéressante pour se protéger contre les krachs boursiers. Elles ont eu tendances à servir de refuge pendant la crise financière de 2008, ce qui explique aussi en partie la valeur historiquement faible du taux sans risque. Cela pourrait expliquer les changements dans les corrélations entre les marchés boursiers.

ANNEXE

CORRÉLATIONS CONDITIONNELLES

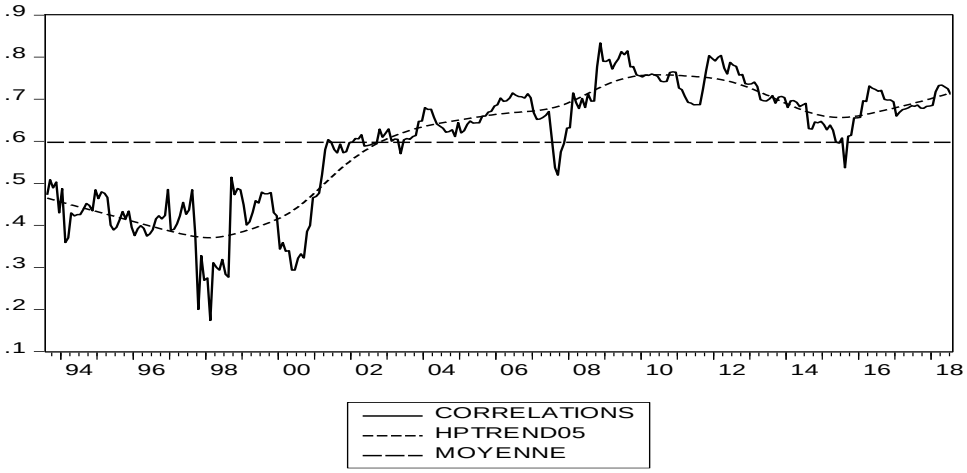


Figure A.7 Corrélations de la Chine avec le portefeuille marché mondial

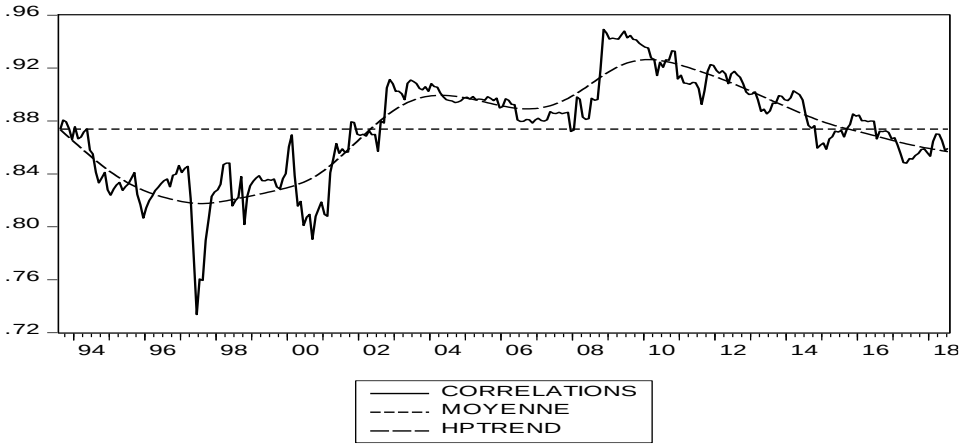


Figure A.8 Corrélations de la France avec le portefeuille marché mondial

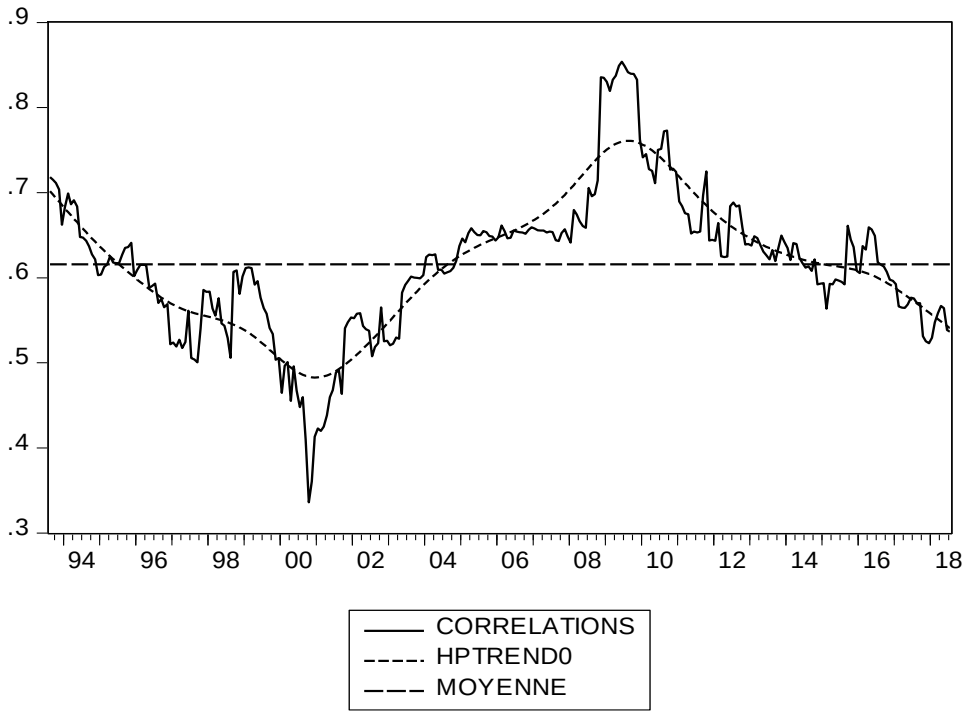


Figure A.9 Corrélations de la Grèce avec le portefeuille marché mondial

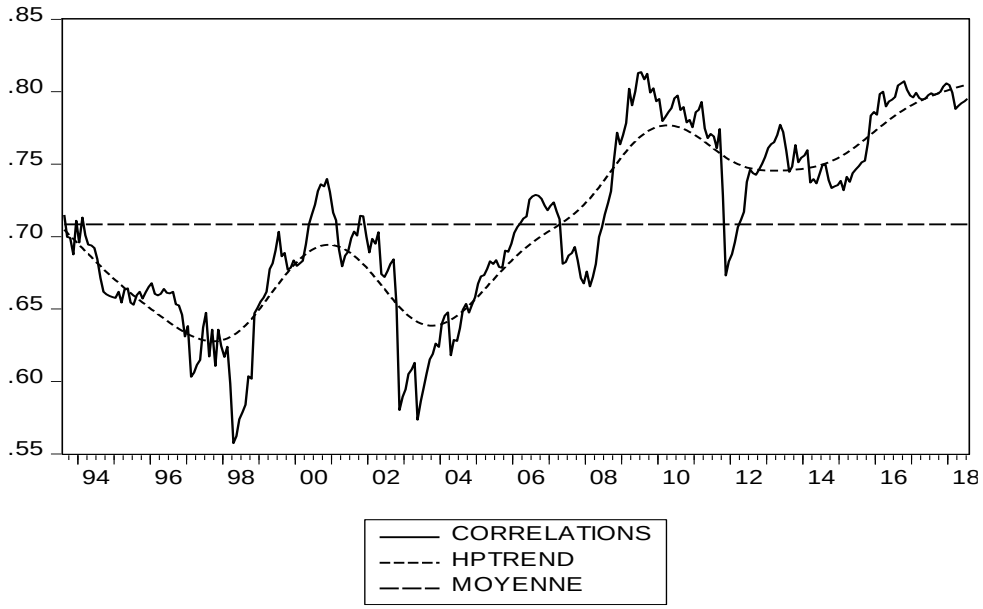


Figure A.10 Corrélations du Japon avec le portefeuille marché mondial

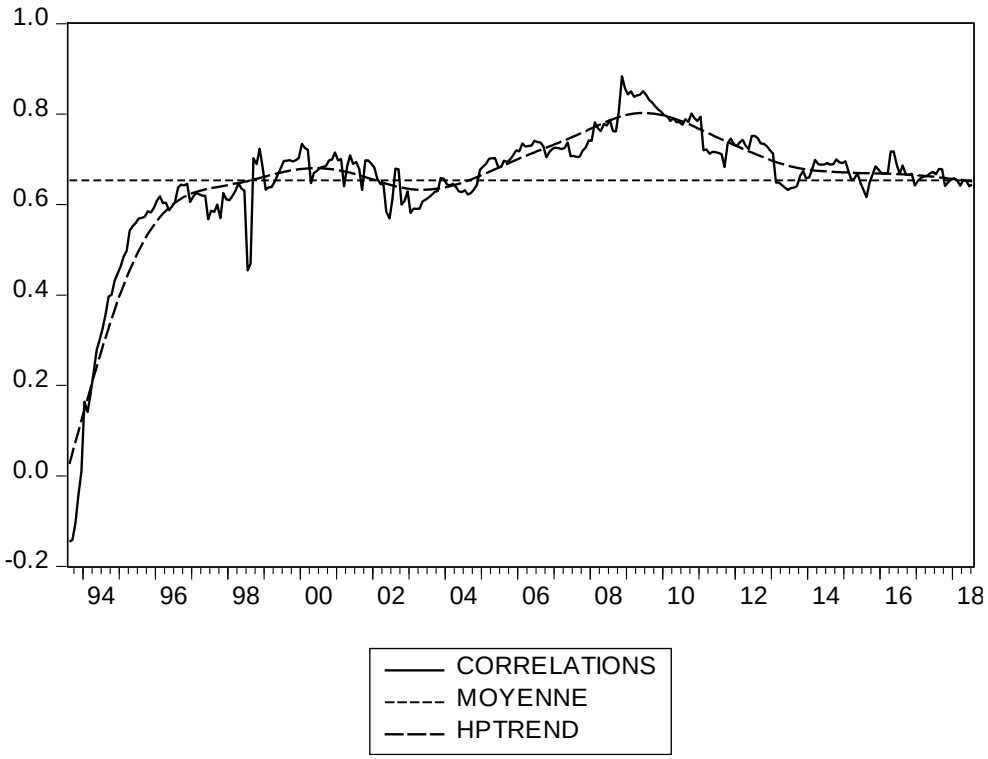


Figure A.11 Corrélations de l'Afrique du Sud avec le portefeuille marché mondial

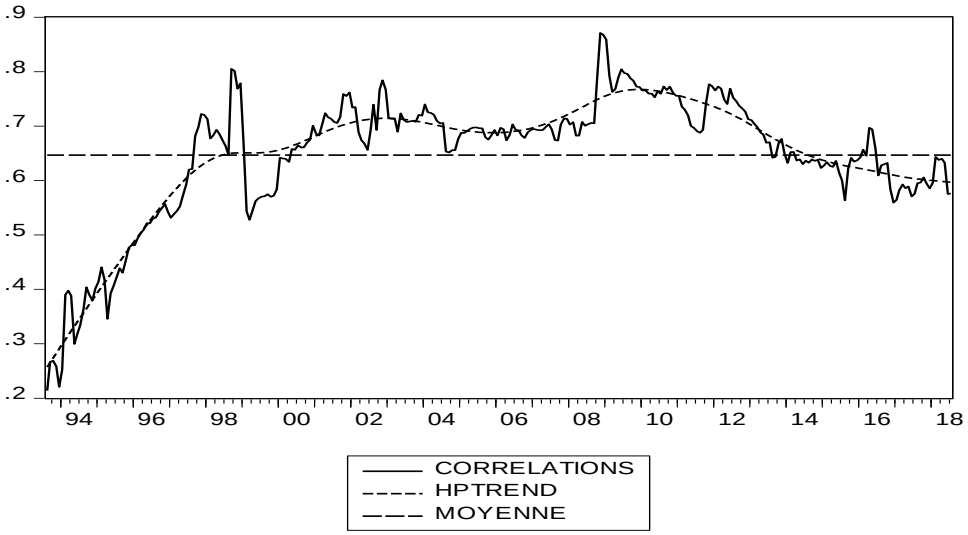


Figure A.12 Corrélations du Brésil avec le portefeuille marché mondial

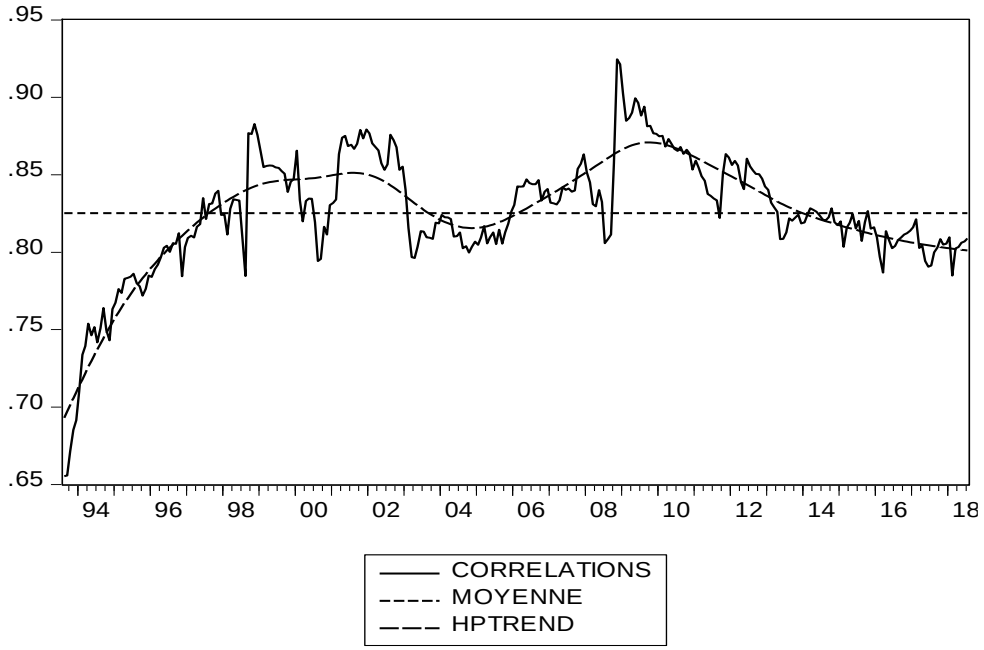


Figure A.13 Corrélations du Canada avec le portefeuille marché mondial

BIBLIOGRAPHIE

Adler M. et B. Dumas (1983). International Portfolio Selection and Corporation Finance: A Synthesis. *Journal of Finance, 38*, pp. 925-84.

Arouri Mouhamed El Hedi (2005). Intégration financière et diversification internationale des portefeuilles. *Économie et Prévision*, n° 168/2, pp. 115-132.

Arouri Mohamed El Hedi (2007). L'intégration boursière internationale : Tests et effets sur la diversification. *Annals of Economics and Statistics,GENES, issue 85*, pp. 189-218.

Arouri, Mohamed El Hedi et Nguyen, Duc Khuong et Pukthuanthong, Kuntara (2012). An International CAPM for Partially Integrated Markets: Theory and Empirical Evidence. *Journal of Banking and Finance*, Vol. 36, No. 9, 2012.

Bekaert T. et Harvey C (1995). Time Varying World Market Integration. *Journal of Finance*, 50(2), pp. 403-44.

Black Fischer, Jensen Michael C. et Scholes Myron, (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. *Studies in the Theory of Capital Markets, Praeger Publishers Inc 1972*.

Blume Marshall and Friend Irwin. 1970. Measurement of portfolio performance under uncertainly. *American economic review, 1970,* vol. 60, issue 4, pp. 561-575.

Bollerslev T., Engle R.F., Wooldridge M. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time Series Varying Covariance. *Journal of Political Economy,* Vol. 96, No. 1, pp. 116-131.

Board of Governors of the Federal Reserve System (US), 3-Month Treasury Bill: Secondary Market Rate [DTB3], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; https://fred.stlouisfed.org/series/DTB3, March 26, 2019.

Carrieri, F., Errunza, V., Hogan, K. (2007). Characterizing World Market Integration Through Time. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis* Vol. 42, No. 4 (Dec., 2007), pp. 915-940

De Santis G. et B. Gerard, (1997). International Asset Pricing and Portfolio Diversification with Time Varying Risk. *Journal of Finance, 52*, pp. 1881-1912.

De Santis G. et Imrohoroglu S. (1997). Stock Returns and Volatility in Emerging Financial Markets, *Journal of international Money and Finance,* vol. 16, issue 4, pp. 561-579.

Dumas B. et B. Solnik, (1995). The World Price of Foreign Exchange Risk? *Journal of Finance*, 50, pp. 445-479.

Engle R. et Kroner K. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11, pp. 122-150.

Engel C. et M. Rodrigues, A.P., (1989). Tests of the International CAPM with Time-Varying Covariances. *Journal of Applied Econometrics*, 4, pp. 119–138.

Fama Eugene et French Kenneth, (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, vol XLVII, 2, June 1992, pp. 427-465.

Fama, E., et J. MacBeth. (1973). Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy,* 71, pp. 607-636.

Goetzmann, William N. et Jorion, Philippe, (1999). Re-Emerging Markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Cambridge University Press, vol. 34(01), pp. 1-32, March.

Hodgson D. et Vorkink K. (2003). Efficient Estimation of Conditional Asset Pricing Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 21, pp. 269-283.

Korkmaz Turhan, Cevik Emrah Ismail et Gurkan Serhan (2010). Testing the International Capital Asset Pricing Model with Markov Switching Model in Emerging Markets. *Investment Management and Financial Innovations,* Vol.7, 1, pp. 37-49.

Kroner K. et V. Ng, 1998. Modeling Asymetric Comovements of Asset Returns. *Review of Financial Studies*, 11, pp. 817-844.

Lintner J. (1965). The Valuation of Risky Assets and the Selection of the Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Reviews of Economics and Statistics*, 47, pp.13-37.

Jarque, C., and Bera, A. (1980), "Efficient Tests for Normality, Heteroskedasticity, and Serial Independence of Regression Residuals," *Economics Letters*, 6, 255-259.

Markowitz H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol.7, n°3, pp.77-91.

Markowitz H. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *Wiley, N.Y,* 1959.

Mossin J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 34, pp. 76-83, 1966

Sercu P. (1980). A Generalisation of the International Asset Pricing Model. *Revue de l'Association française de Finance* 1(1), pp. 91-135.

Sharpe W., (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, vol. 19, n°9, pp.725-742.

Solnik B., (1974). An Equilibrium Model of International Capital Market. *Journal of Economic Theory*, vol. 8, pp.91-135.

Stulz R., (1981). A Model of International Asset Pricing. *Journal of Financial Economics*, vol. 9, n°4, pp. 383-406.