

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LES MÉCANISMES DE LA COURBE DE GATSBY : ÉDUCATION, PETITE  
ENFANCE ET INVESTISSEMENT PARENTAL

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR

HEINRICH JONATHAN

AOÛT 2021

## REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier infiniment mes directeurs de recherche Jean-Denis Garon et Nicolas Marceau pour leur soutien inconditionnel durant tout le processus de production de ce mémoire. Leur disponibilité, leurs encouragements et leurs conseils ont été d'une grande aide. Ils ont toujours répondu présents à mes interrogations et à mes problèmes.

Enfin, je voudrais saluer mes amis et collègues de bureau, Rémy et Mauricio, qui m'ont accompagné du baccalauréat jusqu'à la fin de la maîtrise. Sans vous, les heures passées en classe et en période de révision auraient certainement été moins joviales.

Je tiens enfin à remercier mes amis, ma famille en France ainsi que ma copine qui m'ont continuellement soutenu pendant mes périodes de doute et de remise en question. À ma mère et à mes amis qui m'ont lu et conseillé, je dis un grand merci.

## TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX . . . . .	v
LISTE DES FIGURES . . . . .	vi
RÉSUMÉ . . . . .	viii
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE I REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	4
1.1 <b>Les mesures de la mobilité sociale et des inégalités de revenus</b> . . . . .	6
1.2 <b>Les canaux des transmissions des inégalités</b> . . . . .	8
CHAPITRE II MODÈLE . . . . .	15
2.1 <b>Le problème des parents</b> . . . . .	16
2.2 <b>Conditions sur les probabilités</b> . . . . .	18
2.3 <b>Statique comparative par rapport à <math>e</math> et <math>g</math></b> . . . . .	19
2.4 <b>Statique comparative par rapport aux revenus</b> . . . . .	22
2.5 <b>Définitions de la mobilité</b> . . . . .	23
2.6 <b>Probabilités marginales</b> . . . . .	24
CHAPITRE III ÉTAT STATIONNAIRE : INÉGALITÉS ET IMMOBILITÉ . . . . .	27
3.1 <b>État stationnaire</b> . . . . .	27
3.2 <b>Inégalités de revenus</b> . . . . .	29
3.3 <b>Immobilité sociale</b> . . . . .	32
CHAPITRE IV ÉCONOMIES GATSBiennes . . . . .	35
4.1 <b>Économie <math>e</math>-gatsbienne</b> . . . . .	38
4.2 <b>Économie <math>g</math>-gatsbienne</b> . . . . .	44
CHAPITRE V EXEMPLES NUMÉRIQUES . . . . .	49
5.1 <b>Calcul des formes fonctionnelles de <math>G</math> et <math>I</math></b> . . . . .	51
5.2 <b>Études de cas</b> . . . . .	53

CONCLUSION . . . . .	67
CHAPITRE VI BIBLIOGRAPHIE . . . . .	69

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau		Page
4.1	Classification des économies gatsbyennes et non gatsbyennes . . . .	37
5.1	Exemples numériques . . . . .	51

## LISTE DES FIGURES

Figure	Page
3.1 Coefficient de Gini . . . . .	30
4.1 Économie $e$ -gatsbienne en fonction des économies à bas revenus et à hauts revenus ( $e_2 > e_1$ ) . . . . .	40
4.2 Économie $g$ -gatsbienne en fonction de $G$ . . . . .	46
4.3 Type d'économie en fonction des économies à bas revenus et hauts revenus ( $g_2 > g_1$ ) . . . . .	47
5.1 Inégalités et immobilité en fonction de $e$ pour la probabilité de classe 1 . . . . .	54
5.2 Espace immobilité-inégalités en fonction de $e$ pour la probabilité de classe 1 . . . . .	55
5.3 Inégalités et immobilité en fonction de $g$ pour la probabilité de classe 1 . . . . .	56
5.4 Espace immobilité-inégalités en fonction de $g$ pour la probabilité de classe 1 . . . . .	57
5.5 Inégalités et immobilité en fonction de $e$ pour la probabilité de classe 2 . . . . .	59
5.6 Espace immobilité-inégalités en fonction de $e$ quand $g = 0$ pour la probabilité de classe 2 . . . . .	61
5.7 Inégalités et immobilité en fonction de $g$ pour la probabilité de classe 2 . . . . .	62
5.8 Espace immobilité-inégalités en fonction de $g$ pour la probabilité de classe 2 . . . . .	63
5.9 Dérivée de $I$ par rapport à $e$ en fonction de $g$ pour la probabilité de classe 1 . . . . .	64

5.10 Dérivée de $I$ par rapport à $e$ en fonction de $g$ pour la probabilité de classe 2 . . . . .	65
---	----

## RÉSUMÉ

L'objectif principal de ce mémoire est de proposer un modèle permettant d'expliquer les mécanismes et la théorie derrière ce qu'on appelle les courbes de Gatsby. Le modèle permet de combiner l'investissement parental en capital humain et les politiques publiques du gouvernement afin de comprendre ce qui régit ces courbes. La multitude de résultats empiriques sur le phénomène nécessite un modèle théorique viable.

Les disparités en investissement parental et en éducation publique sont une grande source d'inégalités. Mais, la petite enfance est une source qui a reçu peu d'attention. Nous ajoutons au modèle une subvention aux services de garde pour les plus pauvres pour étudier son effet sur la mobilité et sur la formation des courbes de Gatsby.

Pour cela, nous tentons de fournir une forme fonctionnelle de la mobilité sociale et des inégalités de revenu pour pouvoir interpréter ce qui les affecte. La combinaison d'investissement parental et de services publics peut former une courbe de Gatsby et nous pouvons alors nous retrouver dans une économie « gatsbienne ». Les changements sur la mobilité des individus entre différents niveaux de revenus permettent une transition d'une économie où l'on peut observer une courbe de Gatsby à une économie où on en observe plus.

Pour bien comprendre et visualiser ces transitions, nous aurons une multitude de graphiques ainsi que d'exemples numériques afin de valider notre modèle.



## INTRODUCTION

C'est en 2012 que l'économiste américain Alan Krueger, à l'époque président du « Council of economic advisors », introduit l'expression « The Great Gatsby Curve » lors d'un discours sur l'augmentation des inégalités de revenus et sur leurs conséquences aux États-Unis.<sup>1</sup> Cette courbe, que l'on traduit par « courbe de Gatsby », désigne une relation statistique observée dans 22 pays entre l'immobilité sociale et les inégalités de revenus.

Depuis les 60 dernières années, on a pu en effet observer une augmentation des inégalités de revenus et de l'immobilité sociale dans des pays vus comme des champions de la mobilité et de l'égalité des chances. En effet, la mobilité sociale est souvent considérée comme une mesure générale de l'égalité des chances. Une société immobile peut être définie comme une société dans laquelle toute inégalité observée dans la génération actuelle est transmise aux générations futures, tandis qu'une société mobile est une société dans laquelle les résultats individuels sont déterminés par des facteurs autres que la situation familiale initiale. Depuis l'avènement du terme de « courbe de Gatsby », un bon nombre d'économistes ont tenté de découvrir la nature de la relation entre les inégalités de revenus et l'immobilité sociale. Comme cette relation est d'origine statistique, elle a surtout été étudiée par les empiristes. Mais la théorie actuelle ne permet d'expliquer ni le lien entre l'immobilité et les inégalités ni les origines du rapport positif entre les deux.

---

1. En fait, c'est une membre de l'équipe d'Alan Krueger, Judd Cramer, qui évoque en premier l'expression qu'on retrouvera dans son discours.

L'utilité d'analyser les mécanismes sous-jacents aux courbes de Gatsby est donc de pouvoir ensuite discerner les circonstances de l'économie dans lesquelles cette relation statistique est observable.

Il existe de nombreux canaux de transmission des inégalités de revenus. Les politiques publiques de dépenses en éducation ou encore de l'impôt progressif font partie de ceux qui ont reçu le plus d'attention. Parmi les autres canaux de transmission, nous retrouvons les services de garde d'enfants subventionnés, dont on en étudiera les implications dans ce mémoire. Une théorie formelle et claire de l'impact de ces politiques sur les inégalités et l'immobilité reste à être formulée.

Dans notre travail, nous allons donc reprendre l'idée générale que l'éducation fait partie des moyens d'influer sur l'immobilité sociale et les inégalités de revenus. Nous intégrons cette idée dans le modèle mathématique de Bouchard St-Amant *et al.* (2020) auquel nous ajoutons les services de garde subventionnés pour les familles les moins bien nanties, à l'instar de ce que nous pouvons observer dans certains pays. La littérature sur le sujet montre que ce type de service peut amener les parents à investir davantage dans le capital humain de leurs enfants. En effet, dans les 20 dernières années, il a été prouvé que l'accumulation de capital humain ne dépendait pas seulement de l'enseignement, mais aussi des services de garde et du temps que les parents passent avec l'enfant (Casarico et Sommacal, 2012 ; Temple et Reynolds, 2007 ; Rolnick et Grunewald, 2003). Intégrer ce type de politique publique va nous permettre de prendre en compte la période préscolaire de l'enfant. Il s'agit d'une période importante pour le développement des habiletés cognitives et non cognitives, pouvant empêcher les retards une fois l'enfant scolarisé.

Nous allons donc, dans un premier chapitre, nous intéresser à la littérature existante sur les courbes de Gatsby ainsi qu'aux travaux effectués par les chercheurs

et économistes sur les différents canaux de transmission des inégalités de revenus. Ensuite, nous allons introduire notre modèle dans le deuxième chapitre. Le modèle se place du point de vue des parents qui ont un comportement maximisateur et qui choisissent l'investissement optimal qu'ils font dans leurs enfants. Le degré d'investissement que choisissent les parents influe sur l'employabilité (à travers le capital humain) de l'enfant. Ce niveau d'employabilité peut faire augmenter la probabilité de changer de catégorie de revenu (revenus faibles ou revenus élevés). C'est cette probabilité qui définit le niveau de mobilité individuelle. Nous introduisons aussi, en plus de l'investissement parental, des variables exogènes. Ces variables exogènes sont le niveau de financement en éducation publique et en services de garde subventionnés.

Dans le troisième chapitre, nous allons définir l'état stationnaire du modèle avec une matrice de transition et établir les circonstances où nous avons une variation des inégalités et de l'immobilité. La matrice de transition va nous permettre de générer des proportions d'équilibre de parents à revenus élevés et de parents à revenus faibles à différents degrés d'investissement parental et de probabilités. Ces proportions vont servir à mesurer les inégalités de revenus et l'immobilité sociale. Ensuite, en faisant la statique comparative, nous verrons quels sont les effets des variables exogènes sur la mobilité et les inégalités.

Dans un quatrième chapitre, nous allons voir quelles sont les conditions pouvant nous amener à une économie dite « gatsbienne » et « non gatsbienne » lorsque l'on fait varier les variables exogènes. Le comportement des parents influe sur la proportion optimale de parents à revenus élevés et faibles, ce qui peut aussi faire transitionner l'économie de « gatsbienne » à « non gatsbienne », et inversement. Enfin dans le cinquième et dernier chapitre, à l'aide d'exemples numériques, nous calibrerons nos paramètres pour observer comment les courbes de Gatsby réagissent à des variations du niveau des services publics et comment la mobilité est affectée.

## CHAPITRE I

### REVUE DE LITTÉRATURE

Les premiers articles sur la transmission des inégalités apparaissent dans les années 1950. Dans Roy (1950) et Champernowne (1953), la transmission du revenu de génération en génération, et plus précisément la transmission des inégalités, a été implantée dans un modèle avec un processus stochastique. Dans ce modèle, la famille ne joue pas vraiment de rôle direct dans la transmission du capital humain. L'investissement parental en capital humain pour les enfants n'est pas pris en compte. En fait, le niveau de capital humain reçu découle du hasard (dotation), de la chance de naître dans une famille riche ou d'avoir des habiletés innées avantageuses ou non. Le capital humain peut être donc défini comme l'ensemble des connaissances, des aptitudes, des savoir-faire accumulés par une personne au cours de sa vie.

C'est dans Becker et Tomes (1979) qu'un premier modèle de transmission du capital humain des parents aux enfants est proposé. Notre modèle est basé sur le même environnement que le leur. Les parents maximisent leur utilité en choisissant l'in-

vestissement optimal en capital humain et non humain dans leurs enfants. Ainsi, ce sont les parents qui déterminent la mobilité de leur enfant en leur octroyant plus de capital humain et non humain. Le revenu futur des enfants augmente avec le niveau de capital humain et non humain reçu. Ce niveau de capital est également déterminé par des facteurs tels que les traits héréditaires, la culture familiale et par la chance (dotation). Le capital non humain peut désigner l'héritage physique d'une entreprise, de bâtiments se transmettant des parents aux enfants. En général, les familles riches dépensent plus en capital non humain que les familles pauvres. La propension à investir des parents est positivement reliée à la fraction du revenu de la famille dépensée pour les enfants et au taux de rendement sur ces investissements. La propension à investir est négativement reliée au taux de croissance du revenu entre les générations à cause de l'augmentation des revenus espérés des enfants par rapport à ceux des parents. Donc, les parents investissent plus lorsque le taux de rendement sur l'investissement est plus élevé. Dans le modèle de Becker et Tomes (1979), les impôts progressifs et les prestations sociales peuvent augmenter les inégalités dans la distribution du revenu, car les parents sont découragés d'investir dans leurs enfants à cause de la baisse de leur revenu net.

Des modèles basés sur l'économie américaine (Erosa et Koreshkova, 2007 ; Seshadri et Yuki, 2004) incorporant la mobilité intergénérationnelle ont montré que les taxes sur le travail peuvent désinciter à investir dans le capital humain et déplacer la distribution des revenus vers la gauche.

Le modèle de la famille de Becker et Tomes (1979) est enrichi dans Becker et Tomes (1986). La taille de la famille devient déterminante dans la transmission du capital humain et les contraintes de crédit des familles pauvres sont introduites. Ces contraintes de crédit empêchent certaines familles d'investir efficacement dans leur enfant, expliquant une partie de la différence d'investissement entre les riches et les pauvres. Puisque la partie du capital humain provenant des traits héréditaires et de la chance est liée aux revenus des parents, les auteurs parlent donc de redistribuer de l'investissement en capital humain des familles riches vers les familles pauvres. La redistribution permettrait d'améliorer l'efficacité globale des investissements puisque ceux des familles les plus pauvres sont limités par les contraintes de crédit.

### 1.1 **Les mesures de la mobilité sociale et des inégalités de revenus**

Les mesures de la mobilité sociale sont multiples et souvent controversées. C'est de loin l'élasticité intergénérationnelle du revenu qui est la plus utilisée. Elle revient d'ailleurs assez souvent dans les rapports des agences statistiques gouvernementales. Fondée sur la théorie du revenu permanent de Friedman (1957), cette

élasticité capture la mobilité relative d'une génération à l'autre. Par définition, l'élasticité montre le changement moyen en pourcentage du revenu de l'enfant associé à un changement de 1% du revenu du parent. Une élasticité faible est donc associée à plus de mobilité. En général, les revenus du père et du fils sont comparés pour pallier la faible activité des femmes sur le marché du travail dans les données les plus anciennes.

C'est dans le livre de Solon (2004) qu'est proposé un modèle de mobilité basé sur l'élasticité intergénérationnelle. Dans son modèle de régression, les disparités de mobilité intergénérationnelle proviennent en grande partie des différentes politiques publiques mises en place pour répondre aux contraintes d'emprunts des parents plus pauvres. De plus, les inégalités et l'immobilité peuvent être accentuées lorsque l'on favorise un modèle d'éducation qui n'est pas universel pour toutes les strates de la population. Le modèle de Solon est devenu très important pour les chercheurs et les décideurs politiques puisqu'il permet d'avoir une interprétation claire et applicable de l'élasticité intergénérationnelle du revenu. Dans notre travail, nous n'utiliserons pas cette élasticité, mais une des mesures utilisée par Dardanoni (1993). Nous expliquerons au troisième chapitre comment notre choix évite la controverse de l'indice de mesure de l'immobilité.

En ce qui concerne les inégalités de revenus, il existe plusieurs mesures utilisées dans les études visant à documenter la courbe de Gatsby à travers différents pays à différentes périodes. La plus utilisée est certainement le coefficient de Gini, allant

de 0 à 1. Un coefficient de Gini proche de 0 signifie qu'il n'y a pas d'inégalités et un coefficient proche de 1 signifie le plus d'inégalités. C'est cette mesure que nous allons utiliser dans ce mémoire. Elle est souvent utilisée pour rendre compte des inégalités de revenus et de richesse et pour mesurer la répartition de ces inégalités au sein de la population. Il s'avère que le coefficient de Gini a augmenté dans plusieurs pays développés depuis 40 ans. C'est le cas des États-Unis, du Royaume-Uni, de la France ou encore du Canada.

Le coefficient de variation est une autre mesure des inégalités, notamment utilisée en parallèle au coefficient de Gini dans certaines études économiques, comme dans Becker et Tomes (1979). À la différence du coefficient de Gini, le coefficient de variation mesure la dispersion de la distribution de revenu dans la population.

## 1.2 Les canaux des transmissions des inégalités

L'article de Corak (2013) est le premier article économique qui mentionne la courbe de Gatsby et qui l'étudie empiriquement à travers 22 pays. L'auteur prend comme point de départ l'idée que des inégalités de revenus plus élevées réduisent les chances de monter dans l'échelle sociale et donc réduisent la mobilité intergénérationnelle. Il se concentre sur les pays riches, et surtout sur les États-Unis, où l'augmentation des inégalités limiterait la mobilité des générations futures. Dans



notre mémoire, nous ne faisons pas d'hypothèses a priori sur les possibles relations causales entre les inégalités de revenus et l'immobilité sociale. Il s'agit avant tout d'étudier les effets des politiques publiques et des choix d'investissement des parents sur ces deux phénomènes.

Corak (2013) explique que l'augmentation des inégalités réduit la mobilité parce que cela change les possibilités et les incitatifs des parents à investir dans leurs enfants. Ses données montrent que les pays scandinaves sont les plus égalitaires et les plus mobiles alors que le Royaume-Uni et les États-Unis sont les plus inégaux et immobiles. Par exemple, la situation économique du père a moins d'impact sur la situation économique du fils dans les pays scandinaves qu'aux États-Unis. Un pays où le ratio du revenu des diplômés universitaires sur celui des diplômés au secondaire est plus élevé est souvent associé à une plus faible mobilité intergénérationnelle. Or le bénéfice d'un diplôme universitaire est plus élevé dans les pays avec un marché du travail plus inégalitaire, comme montré par Solon (2004). Un diplômé universitaire gagne environ 70% de plus qu'un diplômé du secondaire aux États-Unis, contre 30% au Canada. Cela accentue les inégalités et l'immobilité sociale puisque toutes les familles ne peuvent pas se permettre de financer des études supérieures. Les résultats empiriques basés sur le modèle de Solon dans Ichino *et al.* (2011), Mayer et Lopoo (2008) et Blanden (2009) confirment la présence d'une élasticité intergénérationnelle du revenu plus élevée dans les pays où le marché du travail valorise plus fortement un haut niveau d'éducation. L'immobilité intergénérationnelle sera donc plus élevée dans ces pays-là.

## **L'éducation**

Notre approche inclut une fourniture d'éducation publique universelle et les avantages ou désavantages qu'elle confère à travers les générations. C'est Duncan et Hodge (1963), Becker et Tomes (1986) et Hout (1988) qui ont étudié cette approche en premier.

Les variations d'investissements en éducation sont considérées, dans la littérature, comme la source principale de la présence des courbes de Gatsby. Le modèle de Jerrim et Macmillan (2015) mesure la relation entre l'éducation des parents, celle des enfants et les emplois occupés par ceux-ci une fois adultes. La relation est plus forte dans les pays avec plus d'inégalités de revenus. Jerrim et Macmillan (2015) introduisent donc les facteurs qui influent sur la présence de disparités d'investissement des parents dans l'éducation de leurs enfants. Allant de la qualité des soins prénataux au temps investi des parents dans l'aide aux devoirs, ces facteurs contribueraient au fait que les enfants n'aient pas tous les mêmes capacités cognitives avant et pendant la scolarisation. Les inégalités de revenus peuvent générer une ségrégation de quartier et d'école où les enfants de milieux défavorisés auront tendance à fréquenter des écoles moins bien financées que les enfants d'autres milieux. Cela se produit lorsque le financement des écoles est basé sur les revenus de la population de la zone scolaire (Downes et Zabel, 2002; Hanushek et Yil-

maz, 2013). Ce genre de disparités dans la qualité de l'éducation peut engendrer des lacunes cognitives chez certains enfants pendant toute la scolarisation. Les effets de ces lacunes peuvent persister après le secondaire, comme en réduisant leurs chances d'entrer à l'université et nuire à leur réussite. Il y a donc une forte association entre les inégalités de revenus et l'effet résiduel de l'éducation des parents sur le revenu futur des enfants. Les ressources financières du ménage jouent ainsi un rôle important dans la transmission des avantages ou désavantages via la qualité de l'éducation reçue (Fack et Grenet, 2010). Certains mécanismes de financement des écoles permettent d'avoir une universalité de la qualité d'enseignement, en donnant plus de financement aux écoles en difficulté par exemple.

### **Les services de garde**

La petite enfance et la période préscolaire de l'enfant est un important canal de transmission des inégalités. Nous avons choisi d'étudier les services de garde. Comme cela a été indiqué dans l'introduction, nous incluons aussi dans notre modèle une politique de subvention des services de garde pour les plus défavorisés. Des services de garde ou des services sociaux préscolaires pour les enfants mis en place par certains pays ont fait l'objet d'études permettant de prouver qu'ils génèrent un bon nombre d'externalités positives. En effet, ces services sont effi-

caces dans le développement cognitif et non cognitif de l'enfant lors des premières années après la naissance, de 0 à 5 ans. Des programmes de développement du langage, d'éducation ciblée, d'apport de services médicaux et nutritionnels pour les enfants de parents à bas revenus s'avèrent importants. Ils permettraient de réduire les futurs coûts liés aux besoins d'éducation spécialisée, aux services de protection de la jeunesse ainsi que les coûts connexes liés à la délinquance et aux dépenses en santé (Temple et Reynolds, 2007 ; Barnett, 2008a).

Parmi les programmes les plus connus, nous pouvons citer le Abecedarian Early Childhood Intervention ou encore le Perry/HighScope preschool project qui ont été mis en place dans les années 1960 aux États-Unis pour des enfants défavorisés (pauvres ou avec retard mental). Une analyse du programme Abecedarian (Masse et Barnett, 2007) montre justement que le coût du programme est renfloué par tous les bénéfices connexes pour la société en plus de la réduction des coûts évoquée précédemment. Leur analyse fait référence, par exemple, à l'augmentation des recettes de l'impôt sur le revenu découlant de la présence de plus de travailleurs à hauts revenus dans l'économie. De nos jours, un programme similaire est encore en place aux États-Unis, c'est le Head Start, financé par le Department of Health & Human Services. Une étude à long terme du Head Start de De Haan et Edwin (2020) démontre que les participants au programme avaient de meilleurs revenus et plus d'années d'éducation une fois adultes que ceux qui n'avaient pas bénéficié du programme. Augmenter l'investissement public dans ces services a donc des ef-

fets non négligeables sur la réussite scolaire des enfants et sur leurs futurs revenus.

Il est possible de réduire l'écart de réussite de moitié entre les enfants désavantagés et les autres à la fin du secondaire. Rolnick et Grunewald (2003) expliquent qu'augmenter les subventions provoque aussi des externalités pour la société puisque cela permet d'obtenir des travailleurs mieux éduqués et de baisser la criminalité à travers la réduction de l'échec scolaire (nombre de redoublants, éducation spécialisée) et du nombre de personnes sur l'aide sociale. Nous pouvons y voir ici une possible réduction de l'investissement en éducation publique plus tard.

### **Autres canaux de transmission**

Nous savons qu'une partie des inégalités peuvent être générées par les différences des institutions du marché du travail. Dans Connolly *et al.* (2019a), deux pays qui ont une culture et des valeurs similaires sont comparés : les États-Unis et le Canada. Leur article montre que les divergences entre les politiques publiques régionales (provinciales et des états) entre les deux pays jouent un rôle déterminant dans les différences de mobilité intergénérationnelle tous pays confondus. Le Canada dispose d'une mobilité sociale plus élevée, mais Chetty *et al.* (2014) argumente que cela pourrait être causé par la grande fraction de la population américaine résidant dans des régions où la mobilité sociale est moindre que dans le reste du pays à cause de marchés du travail très différents. Par exemple, le sud des États-Unis est beaucoup moins mobile que le nord. Les travaux subséquents

de Connolly *et al.* (2019b) soulignent l'importance d'étudier la mobilité sociale intranationale et pas seulement internationale pour comprendre les grandes différences que nous pouvons observer entre par exemple les pays nord-américains et les pays européens. Ce débat empirique confirme la nécessité d'avoir un bon modèle théorique.

Les travaux empiriques sur les courbes de Gatsby et leurs résultats sont donc exempts d'une explication claire et formelle de la formation du phénomène. Bouchard St-Amant *et al.* (2020) tentent de fournir une telle explication. Leur modèle incorpore les dépenses publiques en éducation et l'investissement parental en capital humain qui influent sur les débouchés de la génération suivante. Les résultats montrent ce qui arrive à l'état stationnaire d'une économie, aux inégalités et à l'immobilité lorsque l'on change le niveau de dépenses en éducation publique et d'investissement parental. Dans l'espace Inégalités-Immobilité, les différents états stationnaires générés par ces changements se traduisent en sentiers d'expansion. Les sentiers avec une pente positive sont des courbes de Gatsby.

## CHAPITRE II

### MODÈLE

À la période  $t$ , chaque parent a la charge d'un enfant. Après une période, en  $t + 1$  donc, l'enfant devient à son tour un parent. Chaque parent  $w^i$ , avec  $i \in \{L, H\}$ , doit investir  $\phi^i$  dans son enfant. Il y a deux types de parents, le parent  $w^H$  qui a un revenu élevé et le parent  $w^L$  qui a un revenu faible. L'investissement parental peut désigner le temps passé à aider pour les devoirs, à l'inscrire à des activités extrascolaires pour développer ses habiletés ou encore la transmission des valeurs de la culture du parent à l'enfant telles que travailler fort ou avoir de l'ambition (Corak, 2013). L'investissement a un coût,  $c(w^i)\phi^i$ , où  $c(w^i)$  est décroissant en  $w^i$ . Les parents  $w^H$  ont donc un coût marginal de l'investissement inférieur à celui des parents  $w^L$ .

Afin de modéliser la mobilité, nous introduisons la fonction  $p(\theta^i)$  qui désigne la probabilité qu'un enfant de parent  $w^i$  devienne un parent  $w^H$  en fonction de son niveau d'employabilité, ou de capital humain,  $\theta^i$ . Par hypothèse, la fonction  $p(\theta^i)$  est strictement croissante et strictement concave et satisfait  $p(0) \geq 0$ . Notons que la courbure locale de la fonction de la probabilité, capture l'impact de l'éducation, des services de garde et de l'investissement parental sur les perspectives d'emploi futures de l'enfant.

L'employabilité de l'enfant d'un parent de type  $i$  dépend de l'investissement parental et de deux paramètres exogènes (du point de vue du parent). Ces deux paramètres sont les dépenses en éducation publique ( $e \geq 0$ ), qui sont égales pour les deux types, et les subventions de service de garde ( $g \geq 0$ ) s'adressant aux enfants de parents de type  $w^L$  :

$$\theta^H = \lambda\phi^H e + (1 - \lambda)(\phi^H + e), \quad (1a')$$

$$\theta^L = \lambda\phi^L(e + g) + (1 - \lambda)(\phi^L + e + g). \quad (1b')$$

Le paramètre  $\lambda$  capture le degré de complémentarité entre l'investissement parental et l'éducation ( $e$ ) pour les types  $\theta^H$ . Pour les types  $\theta^L$ , le paramètre  $\lambda$  capture le degré de complémentarité entre l'investissement parental et les services de garde en plus de l'éducation ( $e$  et  $g$ ). Dans le cas où  $\lambda = 0$ , la somme des services publics de garde et d'éducation est parfaitement substituable avec l'investissement parental. Quand  $\lambda$  augmente, le degré de complémentarité entre l'investissement parental et les variables exogènes est plus fort.

## 2.1 Le problème des parents

Les parents maximisent leur utilité qui est fonction de leur revenu, net de l'investissement parental, et du revenu espéré de leur enfant, qui est le terme de droite de



l'équation (2') multipliée par  $\beta$ . Le terme  $\beta \in \{0, 1\}$  désigne l'altruisme parental, c'est-à-dire leur volonté à investir dans leur enfant. Le problème de maximisation des parents est le suivant :

$$\begin{aligned} \max_{\phi^i} \quad & w^i - c(w^i)\phi^i + \beta[p(\theta^i)w^H + (1 - p(\theta^i))w^L]. \\ \text{sujet à} \quad & (1a') \text{ et } (1b') \end{aligned} \tag{2'}$$

Afin de nous assurer que l'investissement parental optimal ne se retrouve pas au-delà du revenu parental ( $\phi^{i*} \leq w^i$ ) nous allons nous concentrer ici sur les solutions intérieures.<sup>1</sup> Nous considérons aussi le marché du capital comme imparfait, ce qui implique que les parents ne peuvent pas emprunter pour financer l'avenir de leurs enfants ( $\phi^{i*} \leq w^i$ ). La condition du premier ordre de (2') est :

$$-c^i + \beta p_{\theta^i}^i \theta_{\phi}^i (w^H - w^L) = 0. \tag{3a'}$$

Pour la suite du mémoire, nous utilisons des abréviations pour les dérivées premières et secondes ( $f_x = df/dx$ ,  $f_{xy} = d^2f/dxy$ ). La solution à (2') est un maximum puisque  $p_{\theta\theta}^i < 0$  et  $\theta_{\phi\phi}^i = 0$  dans la condition de second ordre. La solution est dénotée  $\phi^{i*} \equiv \phi^*(e, g, w^i, \Delta w)$  et est implicitement caractérisée par :

$$\beta p_{\theta}^i \theta_{\phi\phi}^{i*} (w^H - w^L) + \beta p_{\theta\theta}^i \theta_{\phi}^{i*} \theta_{\phi}^{i*} (w^H - w^L) = 0. \tag{3b'}$$

où  $c^i \equiv c(w^i)$ ,  $\Delta w \equiv w^H - w^L$ ,  $p_{\theta}^i \equiv \frac{\partial p(\theta^i)}{\partial \theta^i}$ ,  $\theta_{\phi}^i \equiv \frac{\partial \theta^i}{\partial \phi}$ .

En réorganisant (3a') et (3b'), nous pouvons déceler l'intuition. Pour les deux

---

1. Dans cette optique, le coût marginal de l'investissement devient donc rapidement plus élevé que le bénéfice marginal de l'investissement.

types nous avons donc :

$$p_{\theta}^{L*} = \frac{1}{\beta \Delta w \theta_{\phi}^L} c^L, \quad (4a')$$

$$p_{\theta}^{H*} = \frac{1}{\beta \Delta w \theta_{\phi}^H} c^H. \quad (4b')$$

En combinant (4a') et (4b'), nous obtenons :

$$(p_{\theta}^{H*} - p_{\theta}^{L*}) = \frac{1}{\beta \Delta w} \left( \frac{c^H}{\theta_{\phi}^H} - \frac{c^L}{\theta_{\phi}^L} \right). \quad (5a')$$

Puisque la différence ( $c^H < c^L$ ) favorise les parents  $w^H$  en matière de coût, l'investissement parental des  $w^H$  est donc plus élevé ( $\phi^{H*} > \phi^{L*}$ ). Cela se produit parce que l'utilité des parents et des enfants est linéaire en consommation et parce que le coût marginal de l'investissement est plus faible pour les parents  $w^H$ . Les probabilités sont sujettes à certaines conditions que nous verrons dans la section suivante. Ces conditions vont permettre de savoir dans quelles circonstances la différence dans (5a') est positive ou négative.

## 2.2 Conditions sur les probabilités

Si  $\theta^H > \theta^L$ , alors  $p_{\theta}^{H*} < p_{\theta}^{L*}$  et donc l'enfant d'un parent  $w^L$  a une probabilité marginale plus élevée d'obtenir un travail  $w^H$  que l'enfant d'un parent  $w^H$ . Pour que  $\theta^H > \theta^L$  il faut que  $\lambda e \phi^H + (1 - \lambda)(\phi^H + e) > \lambda(e + g)\phi^L + (1 - \lambda)(\phi^L + e + g)$ .

Cette condition peut être exprimée plus clairement par :

$$\phi^H > \phi^L + \frac{(1 + \lambda\phi^L)g}{1 - \lambda + \lambda e}. \quad (5b')$$

Si les services publics sont complémentaires avec l'investissement ( $\lambda = 1$ ), alors :

$$\phi^H > \frac{e + g}{e}\phi^L \quad \Leftrightarrow \quad p_{\theta}^{H*} < p_{\theta}^{L*}.$$

Si les services publics sont parfaitement substituables avec l'investissement, alors :

$$\phi^H > \phi^L + g \quad \Leftrightarrow \quad p_{\theta}^{H*} < p_{\theta}^{L*}.$$

Lorsque ces conditions sont respectées, le niveau d'employabilité  $\theta^i$  est plus élevé pour les enfants de parents  $w^H$  que pour les enfants de parents  $w^L$ . L'enfant d'un parent  $w^H$  a donc une probabilité plus élevée d'obtenir un travail  $w^H$  que l'enfant d'un parent  $w^L$  puisque  $p(\cdot)$  est croissante en son argument ( $p(\theta^{H*}) > p(\theta^{L*})$ ).

### 2.3 Statique comparative par rapport à $e$ et $g$

Nous cherchons à caractériser les changements dans l'investissement parental lorsque l'on fait varier l'éducation et les services de garde pour les parents  $w^L$ . Nous par-

tons de (3a') et (3b') que l'on sépare selon les types puis qu'on différentie totalement par rapport à  $\phi^L$ ,  $e$  et  $g$ . On obtient alors l'expression suivante :

$$\beta\Delta w[p_{\theta\theta}^L\theta_\phi^L\theta_\phi^L + p_\theta^{L*}\theta_{\phi\phi}^L]d\phi^{L*} + [p_{\theta\theta}^L\theta_e^L\theta_\phi^L + p_\theta^{L*}\theta_{\phi e}^L]de + [p_{\theta\theta}^L\theta_g^L\theta_\phi^L + p_\theta^{L*}\theta_{\phi g}^L]dg = 0.$$

En séparant pour chaque variable, nous parvenons à obtenir la dérivée de l'investissement parental par rapport à l'éducation et aux services de garde :

$$\phi_e^{L*} = \frac{-1}{\theta_\phi^{L*}} \left( \theta_e^{L*} - \frac{\lambda}{\frac{-p_{\theta\theta}^{L*}}{p_\theta^{L*}}\theta_\phi^{L*}} \right). \quad (6a')$$

$$\phi_g^{L*} = \frac{-1}{\theta_\phi^{L*}} \left( \theta_g^{L*} - \frac{\lambda}{\frac{-p_{\theta\theta}^{L*}}{p_\theta^{L*}}\theta_\phi^{L*}} \right). \quad (6b')$$

Les équations (6a') et (6b') donnent la statique comparative de l'investissement parental pour les parents  $w^L$ . Lorsque le terme de droite dans la parenthèse est négatif, alors l'éducation et les services de garde subventionnés font augmenter l'investissement parental des plus pauvres. En regardant l'employabilité marginale  $\theta_x^{L*}$  par rapport à  $e$  puis par rapport à  $g$ , nous trouvons que  $\theta_e^{L*} = \theta_g^{L*}$ . Nous avons donc que  $\phi_e^{L*} = \phi_g^{L*}$ .

Pour les parents  $w^H$ , la différentielle nous permet d'arriver à ceci :

$$\beta\Delta w[p_{\theta\theta}^H\theta_\phi^{H*}\theta_\phi^H + p_\theta^{H*}\theta_{\phi\phi}^H]d\phi^{H*} + [p_{\theta\theta}^H\theta_e^H\theta_\phi^H + p_\theta^{H*}\theta_{\phi e}^H]de = 0.$$

La statique comparative pour les parents  $w^H$  ne comprend que la dérivée de l'investissement parental sur l'éducation publique  $e$  puisque les services de garde  $g$  n'ont aucun effet sur la différentielle :

$$\phi_e^{H*} = \frac{-1}{\theta_\phi^{H*}} \left( \theta_e^{H*} - \frac{\lambda}{\frac{-p_{\theta\theta}^{H*}}{p_\theta^{H*}} \theta_\phi^{H*}} \right). \quad (6c')$$

$$\phi_g^{H*} = 0. \quad (6d')$$

Ici, lorsque le terme de droite dans la parenthèse est négatif pour (6c'), l'éducation fait augmenter l'investissement parental. Les services de garde n'ont pour leur part aucun effet sur l'investissement parental en vertu de (1a').

Par rapport à l'éducation, pour que le terme de droite entre parenthèses des équations (6a') et (6c') soit négatif, il faut que  $-p_{\theta\theta}^{i*}/p_\theta^{i*}$  soit assez petit et qu'il satisfasse :

$$\frac{-p_{\theta\theta}^{L*}}{p_\theta^{L*}} < \frac{\theta_{\phi e}^{L*}}{\theta_\phi^{L*} \theta_e^{L*}} = \frac{\lambda}{(\lambda(e+g) + (1-\lambda))(\lambda\phi^{L*} + (1-\lambda))}. \quad (7a')$$

$$\frac{-p_{\theta\theta}^{H*}}{p_\theta^{H*}} < \frac{\theta_{\phi e}^{H*}}{\theta_\phi^{H*} \theta_e^{H*}} = \frac{\lambda}{(\lambda e + (1-\lambda))(\lambda\phi^{H*} + (1-\lambda))}. \quad (7b')$$

Par rapport aux services de garde destinés aux enfants de parents  $w^L$ , il faut que  $-p_{\theta\theta}^{i*}/p_\theta^{i*}$  soit assez petit et qu'il satisfasse :

$$\frac{-p_{\theta\theta}^{L*}}{p_\theta^{L*}} < \frac{\theta_{\phi g}^{L*}}{\theta_\phi^{L*} \theta_g^{L*}} = \frac{\lambda}{(\lambda(e+g) + (1-\lambda))(\lambda\phi^{L*} + (1-\lambda))}. \quad (7c')$$

Ainsi, une éducation publique et des services de garde plus développés doivent donc avoir un impact assez important sur  $p(\theta^{i*})$  pour stimuler une augmentation

de l'investissement parental.

Sinon, lorsque  $-p_{\theta\theta}^{i*}/p_{\theta}^{i*}$  est trop élevé, l'éducation pour les deux types et les services de garde en plus pour les parents  $w^L$  saturent la probabilité d'obtenir  $w^H$ , ce qui réduit l'investissement parental.

Par exemple, si l'éducation et les services de garde sont des substituts parfaits avec l'investissement parental (c. à. d.  $\lambda = 0$ ), alors l'équation ne peut être satisfaite et  $\phi_e^{i*} = -1$ ,  $\phi_g^{L*} = -1$ . Dans un cas comme celui-ci, les services publics se substituent totalement à l'investissement parental et  $\theta^i$  est constant. Il s'ensuit que pour un  $\lambda$  assez proche de zéro,  $\phi_e^{i*} < 0$  et  $\phi_g^{L*} < 0$ .

Nous pouvons voir que, pour les parents  $w^L$ , les contraintes à respecter pour que l'investissement parental augmente avec  $e$  et avec  $g$  sont les mêmes (7a' et 7c'). Le dénominateur du terme à droite des inéquations (7a'), (7b') et (7c') est en fait égal au niveau d'employabilité ( $\theta_{\phi}^{i*}\theta_x^{i*} = \theta^{i*}$ ). La condition (5b') nous dit si le niveau d'employabilité  $\theta^{i*}$  des enfants de parents  $w^H$  est plus élevé que celui des enfants de parents  $w^L$ . Nous savons alors que, si le niveau d'employabilité des  $w^L$  est plus faible que celui des  $w^H$ , les contraintes ci-dessus seront plus faciles à respecter pour les parents  $w^L$  puisque  $\frac{\theta_{\phi e}^{L*}}{\theta_{\phi}^{L*}\theta_e^{L*}} > \frac{\theta_{\phi e}^{H*}}{\theta_{\phi}^{H*}\theta_e^{H*}}$ . Mais, si le niveau d'employabilité des  $w^L$  est plus élevé que celui des  $w^H$ , donc que (5b') n'est pas respectée, alors la contrainte est plus facile à respecter pour les parents  $w^H$ .

## 2.4 Statique comparative par rapport aux revenus

Nous regardons maintenant la statique comparative de l'investissement parental par rapport au revenu  $w^i$ . L'impact d'un changement de  $w^L$  sur  $\phi^{i*}$  est le suivant :

$$\phi_{w^L}^{L*} = -\frac{p_{\theta}^{L*}}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \frac{1}{\theta_{\phi}^{L*}} \left( \frac{c_{w^L}^L}{c^L} + \frac{1}{\Delta w} \right) \geq 0, \quad (8a')$$

$$\phi_{w^L}^{H*} = -\frac{p_{\theta}^{H*}}{-p_{\theta\theta}^{H*}} \frac{1}{\theta_{\phi}^{L*}} \frac{1}{\Delta w} < 0. \quad (8b')$$

Le changement de  $w^i$  affecte le comportement des parents de deux manières. Le coût marginal de l'investissement parental  $c(w^i)$  peut être affecté quand le revenu du parent varie. Les bénéfices de l'investissement parental changent à cause de la variation de  $\Delta w$ . L'effet total est ambigu pour les parents  $w^L$  car l'augmentation de  $w^L$  réduit le coût marginal, ce qui fait augmenter l'investissement, mais affecte aussi négativement  $\Delta w$ . Si nous considérons que  $c(w^i)$  est strictement concave en  $w^i$ , alors l'effet sur l'investissement parental est positif.

Pour les parents  $w^H$  en revanche, l'effet d'une augmentation de  $w^L$  dans (8b') se traduit seulement par une baisse de leur investissement.

L'impact d'un changement de  $w^H$  sur  $\phi^{i*}$  est le suivant :

$$\phi_{w^H}^{L*} = \frac{p_{\theta}^{L*}}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \frac{1}{\theta_{\phi}^{H*}} \frac{1}{\Delta w} > 0, \quad (9a')$$

$$\phi_{w^H}^{H*} = \frac{p_{\theta}^{H*}}{-p_{\theta\theta}^{H*}} \frac{1}{\theta_{\phi}^{H*}} \left( \frac{1}{\Delta w} - \frac{c_{w^H}^H}{c^H} \right) > 0. \quad (9b')$$

Augmenter  $w^H$  affecte l'investissement parental positivement pour les deux types.

L'augmentation affecte plus fortement celui des parents  $w^H$  à cause de la réduc-

tion de leur coût marginal d'investissement.

## 2.5 Définitions de la mobilité

Pour chaque type de parent, nous définissons la mobilité et l'immobilité avec l'aide de la fonction de probabilité endogène  $p(\theta^i)$ .

Les définitions ci-dessous vont nous permettre de nommer le type de mobilité pour chaque individu :

(i) **Mobilité vers le haut**  $p(\theta^{L*})$  : La probabilité qu'un enfant de parent  $w^L$  gagne  $w^H$  une fois adulte.

(ii) **Mobilité vers le bas**  $1 - p(\theta^{H*})$  : La probabilité qu'un enfant de parent  $w^H$  gagne  $w^L$  une fois adulte.

(iii) **Plafonds adhérents**  $p(\theta^{H*})$  : La probabilité qu'un enfant de parent  $w^H$  gagne  $w^H$  une fois adulte.

(iv) **Planchers adhérents**  $1 - p(\theta^{L*})$  : La probabilité qu'un enfant de parent  $w^L$  gagne  $w^L$  une fois adulte.



## 2.6 Probabilités marginales

Un changement de la quantité de services publics ( $e$  et  $g$ ) et du niveau des revenus  $w^i$  va avoir l'effet suivant sur la mobilité de chaque individu :

$$\begin{aligned} p_e^{L*} &= \frac{(p_\theta^{L*})^2 \theta_{e\phi}^{L*}}{-p_{\theta\theta}^{L*} \theta_\phi^{L*}} \geq 0, & p_g^{L*} &= \frac{(p_\theta^{L*})^2 \theta_{g\phi}^{L*}}{-\rho_{\theta\theta}^{L*} \theta_\phi^{L*}} \geq 0, \\ p_{w^L}^{L*} &= -\frac{(p_\theta^{L*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \left( \frac{c_{w^L}^L}{c^L} + \frac{1}{\Delta w} \right) \geq 0, & p_{w^H}^{L*} &= \frac{(p_\theta^{L*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \frac{1}{\Delta w} > 0, \end{aligned} \quad (10a')$$

$$\begin{aligned} p_e^{H*} &= \frac{(p_\theta^{H*})^2 \theta_{e\phi}^{H*}}{-p_{\theta\theta}^{H*} \theta_\phi^{H*}} \geq 0, & p_g^{H*} &= 0, \\ p_{w^L}^{H*} &= -\frac{(p_\theta^{H*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H*}} \frac{1}{\Delta w} < 0, & p_{w^H}^{H*} &= \frac{(p_\theta^{H*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H*}} \left( \frac{1}{\Delta w} - \frac{c_{w^H}^H}{c^H} \right) > 0. \end{aligned} \quad (10b')$$

Quand les services publics et l'investissement ne sont pas des substituts parfaits ( $\lambda \neq 0$ ), leur augmentation fait augmenter la mobilité vers le haut  $p^{L*}$  ainsi que les plafonds adhérents  $p^{H*}$  avec un effet plus grand sur la mobilité vers le haut à cause de la présence des services de garde subventionnés pour les  $w^L$ .

S'ils sont des substituts parfaits, en revanche, la mobilité vers le haut et les plafonds adhérents ne sont pas affectés. En effet, l'augmentation des services publics est compensée par une baisse de l'investissement parental de la même magnitude, laissant le niveau d'employabilité  $\theta^{i*}$  des deux types inchangé.

Nous remarquons que l'ajout des services de garde fait augmenter plus rapidement la mobilité vers le haut que les plafonds adhérents. La probabilité qu'un enfant de parent  $w^L$  gagne  $w^H$  devient alors plus grande lorsqu'on augmente simultanément le niveau d'éducation et de services de garde que la probabilité qu'un enfant de parent  $w^H$  gagne  $w^H$  plus tard. Pour l'effet de  $w^L$  sur la mobilité vers le haut  $p^{L*}$ , il est incertain si l'on suppose que  $c(\cdot)$  n'est pas strictement concave. Une augmentation de  $w^L$  fait par contre baisser les plafonds adhérents  $p^{H*}$ . En ce qui

concerne une augmentation de  $w^H$ , la mobilité vers le haut et les plafonds adhérents sont affectés positivement.

Nous verrons aussi plus tard que le terme que l'on va appeler les probabilités marginales pondérées  $((p_\theta^{i*})^2 / -p_{\theta\theta}^{i*})$  sera déterminant dans la dérivation des conditions amenant à une courbe de Gatsby. Les probabilités marginales pondérées expriment le déterminant de l'inverse de la matrice hessienne de (2'). Elles sont le résultat du produit de la probabilité marginale et de la mesure locale de la concavité  $(p_\theta^{i*}(-p_{\theta\theta}^{i*})^{-1})p_\theta^{i*}$  de la fonction de la probabilité.

## CHAPITRE III

### ÉTAT STATIONNAIRE : INÉGALITÉS ET IMMOBILITÉ

Après avoir explicité le modèle au chapitre précédent, nous introduisons dans ce troisième chapitre l'état stationnaire à l'aide des probabilités de transition. Nous caractériserons ensuite les inégalités de revenus en développant une forme fonctionnelle du coefficient de Gini adaptée à notre modèle. Enfin, nous allons nous intéresser aux conditions sous lesquelles les inégalités et l'immobilité diminuent ou augmentent lorsque l'on fait varier les variables exogènes.

#### 3.1 État stationnaire

Afin de former l'état stationnaire, il faut que les variables exogènes et que le comportement maximisateur des parents génèrent les proportions d'équilibre de parents de type  $w^H$  et  $w^L$ . Les proportions d'équilibre vont ensuite servir à mesurer correctement les inégalités et l'immobilité. Puisque l'investissement parental  $\phi^i$  est endogène, les probabilités de transition  $p(\theta^{H*})$  et  $p(\theta^{L*})$  le sont également. Nous dénotons donc  $Z^{i,t}$  la proportion de parents  $w^i$  au temps  $t$  avec  $Z^{L,t} =$

$1 - Z^{H,t}$ . On utilise une chaîne de Markov, qui contient la matrice de transition, afin de décrire la dynamique des proportions :

$$\begin{bmatrix} Z^{H,t+1} \\ Z^{L,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(\theta^{H*}) & p(\theta^{L*}) \\ 1 - p(\theta^{H*}) & 1 - p(\theta^{L*}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z^{H,t} \\ Z^{L,t} \end{bmatrix} \quad (11')$$

L'équation (11') donne un unique état stationnaire puisque  $p(\cdot)$  est strictement croissante et concave. À l'état stationnaire, les proportions sont fixes avec la condition suivante :

$$Z^{L*} = 1 - p(\theta^{H*})Z^{H*} - p(\theta^{L*})Z^{L*}. \quad (12')$$

En utilisant  $Z^{L*} = 1 - Z^{H*}$ , les proportions à l'état stationnaire sont données par :

$$Z^{L*} = \frac{1 - p(\theta^{H*})}{p(\theta^{L*}) + 1 - p(\theta^{H*})}, Z^{H*} = \frac{p(\theta^{L*})}{p(\theta^{L*}) + 1 - p(\theta^{H*})}. \quad (13')$$

Plus la mobilité vers le haut  $p(\theta^{L*})$  est grande relativement à la mobilité vers le bas  $1 - p(\theta^{H*})$ , plus la proportion  $Z^{H*}$  doit augmenter pour maintenir la stationnarité. Donc, en augmentant le niveau d'éducation et de services de garde, la proportion de  $Z^{H*}$  doit être plus élevée que si l'on n'augmente qu'une seule des deux variables ( $e$  et  $g$ ) puisque  $p(\theta^{H*})$  n'est pas affectée par l'augmentation des services de garde.

Avec les variables exogènes  $x \in \{e, g, w^H, w^L\}$  et comme  $Z^{L*} = 1 - Z^{H*}$ , on peut différencier (12') et obtenir :

$$Z_x^{L*} = -p_x^{H*} \frac{p(\theta^{L*})}{(p(\theta^{L*}) + 1 - p(\theta^{H*}))^2} - p_x^{L*} \frac{1 - p(\theta^{H*})}{(p(\theta^{L*}) + 1 - p(\theta^{H*}))^2}. \quad (14')$$

Nous trouvons ensuite que  $Z_e^{L*} < 0$ ,  $Z_g^{L*} < 0$  et  $Z_{w^H}^{L*} < 0$ . La proportion à l'état stationnaire de parents  $w^L$  baisse avec le niveau de services publics ( $e$  ou  $g$ ) et avec le salaire  $w^H$ . L'effet de  $w^L$  est incertain sauf si l'on suppose que  $c(w^L)$  est strictement concave, auquel cas la proportion stationnaire  $Z^{L*}$  va baisser.

### 3.2 Inégalités de revenus

Pour caractériser les inégalités de revenus, nous utilisons le coefficient de Gini que l'on construit avec la proportion  $Z^{L*}$  à l'état stationnaire. Il prend donc la forme suivante :

$$G = Z^{L*}(1 - Z^{L*}) \frac{\Delta w}{w^H - Z^{L*} \Delta w}. \quad (15')$$

Le coefficient de Gini ici est une fonction non monotone strictement concave de  $Z^L$ . Elle atteint donc un maximum,  $\hat{Z}^L$ , lorsqu'on la maximise en fonction de  $Z^L$  :

$$\arg \max_{Z^L} G \equiv \hat{Z}^L = \frac{\sqrt{w^H}}{\sqrt{w^H} + \sqrt{w^L}} \in \left] \frac{1}{2}; 1 \right[. \quad (16')$$

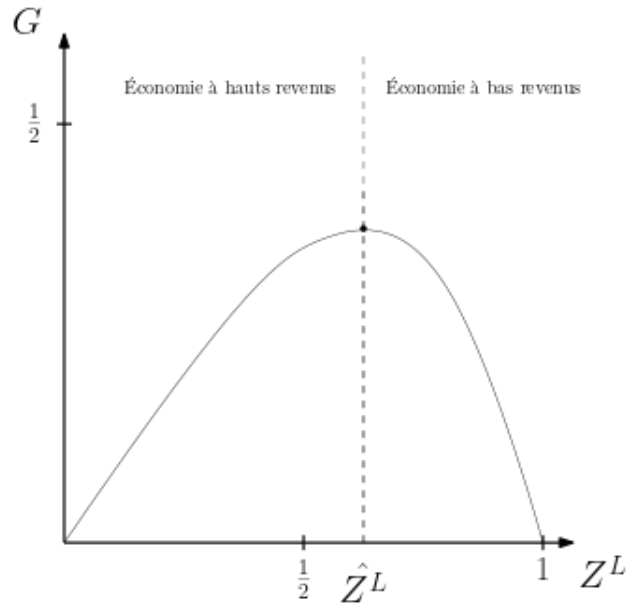


Figure 3.1 – Coefficient de Gini en fonction de  $Z^L$

Les inégalités  $G$  augmentent quand  $Z^{L*}$  augmente si  $Z^{L*} < \hat{Z}^L$  et baissent quand  $Z^{L*}$  augmente lorsque  $Z^{L*} > \hat{Z}^L$ . Nous définissons alors les deux types d'économies de cette manière :

**Économie à bas revenus :** Lorsque  $Z^{L*} > \hat{Z}^L$ .

**Économie à hauts revenus :** Lorsque  $Z^{L*} < \hat{Z}^L$ .

Ainsi, comme nous pouvons le voir dans la Figure 3.1, le coefficient de Gini augmente avec la proportion  $Z^L$  lorsque l'on est dans une économie à hauts revenus et baisse avec  $Z^L$  lorsque l'on se retrouve dans une économie à bas revenus.

Afin d'exprimer le coefficient de Gini  $G^*$  à l'état stationnaire de la proportion  $Z^{L*}$ , nous reprenons son expression à l'état stationnaire (13') et à son maximum (16'). Nous remplaçons ces expressions dans l'inégalité  $Z^{L*} < \hat{Z}^L$  pour caractériser la condition nécessaire permettant d'être dans une économie à hauts revenus :

$$p(\theta^{H*}) + p(\theta^{L*})\sqrt{\frac{w^H}{w^L}} > 1. \quad (17')$$

L'équation (17') indique la condition sous laquelle les inégalités augmentent avec  $Z^L$ . Nous savons que  $w^H > w^L$  et que les probabilités de transition sont strictement concaves et croissantes. Il existe donc des niveaux d'employabilité  $\theta^{H*}$  et  $\theta^{L*}$  capables de satisfaire l'inégalité (17'). Quand la mobilité vers le haut  $p(\theta^{L*})$  et les plafonds adhérents  $p(\theta^{H*})$  sont assez élevés, nous sommes dans le cas d'une économie à hauts revenus avec une proportion élevée de parents  $w^H$  et une plus petite proportion de parents  $w^L$ . Pour arriver à ce cas-là, il faut fournir un bon niveau de services publics. L'ajout des services de garde rend la contrainte plus facile à satisfaire puisque nous avons vu que la mobilité vers le haut augmentait plus rapidement que les plafonds adhérents quand  $g$  était présent.

Lorsque (17') n'est pas satisfaite, nous sommes alors dans le cas d'une économie à bas revenus où les inégalités baissent avec  $Z^{L*}$ . Dans ce cas, l'augmentation marginale de  $Z^{L*}$  réduit les inégalités, mais réduit aussi la part de parents  $w^H$  dans l'économie. Les inégalités baissent parce que le l'écart entre les  $w^H$  et les  $w^L$  se réduit, mais la population devient plus pauvre en moyenne.

Nous allons maintenant regarder les effets d'une variation des variables exogènes sur le coefficient de Gini. Nous dérivons donc  $G^*$  en fonction de  $x \in \{e, g, w^L, w^H\}$  :

$$\frac{dG^*}{de} = G_{Z^L}^* Z_e^{L*},$$

$$\frac{dG^*}{dg} = G_{Z^L}^* Z_g^{L*},$$

$$\frac{dG^*}{dw^H} = G_{w^H}^* + G_{Z^L}^* Z_{w^H}^{L*},$$

$$\frac{dG^*}{dw^L} = G_{w^L}^* + G_{Z^L}^* Z_{w^L}^{L*}.$$

Nous savons que  $Z_e^{L*}, Z_g^{L*}, Z_{w^H}^{L*} < 0$  et que le signe de la dérivée du coefficient de Gini ( $G_{Z^L}^*$ ) dépend du type d'économie dans lequel on se trouve. En ce qui concerne  $w^L$ , l'effet sur  $G$  dépend de la concavité de  $c(\cdot)$ . Si l'on suppose que  $c(\cdot)$  est concave, alors l'effet sur  $G$  est le même que pour les autres variables.

Donc, lorsque nous sommes dans une économie à bas revenus, le coefficient de Gini baisse avec la proportion  $Z^{L*}$  ce qui donne une hausse des inégalités ( $dG^*/dx > 0$ ) lorsqu'on augmente le niveau d'éducation, de services de garde et des salaires  $w^i$ . À l'inverse, quand nous sommes dans une économie à hauts revenus, le coefficient de Gini augmente avec la proportion  $Z^{L*}$  ce qui entraîne une baisse des inégalités ( $dG^*/dx < 0$ ) lorsqu'on augmente le niveau d'éducation, de services de garde et des salaires  $w^i$ .

### 3.3 Immobilité sociale

L'immobilité sociale dans le modèle est définie par les probabilités de transition. La mesure de l'immobilité est obtenue en calculant la trace de la matrice de tran-



sition moins un :

$$I^* \equiv p^{H^*} - p^{L^*}. \quad (18')$$

La trace de la matrice de transition est une des mesures définies par Dardanoni (1993). Dans son article, chaque mesure de la mobilité donne des résultats contradictoires, mais notre modèle y fait exception de par le fait qu'il ne contienne que deux types d'individus  $i = \{L, H\}$ , rendant n'importe quelle mesure équivalente.

Pour comprendre l'effet des services publics et du revenu sur l'immobilité, nous allons dériver 18' par rapport aux variables exogènes  $x \in \{e, g, w^L, w^H\}$  en substituant les probabilités marginales obtenus de (10a') et (10b') pour voir l'effet sur l'immobilité :

$$\frac{dI^*}{de} = \frac{\lambda}{\lambda e + (1 - \lambda)} \left[ \frac{(p_\theta^{H^*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H^*}} \right] - \frac{\lambda}{\lambda(e + g) + (1 - \lambda)} \left[ \frac{(p_\theta^{L^*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L^*}} \right], \quad (19a')$$

$$\frac{dI^*}{dg} = 0 - \frac{\lambda}{\lambda(e + g) + (1 - \lambda)} \left[ \frac{(p_\theta^{L^*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L^*}} \right], \quad (19b')$$

$$\frac{dI^*}{dw^H} = \frac{1}{\Delta w} \left[ \frac{(p_\theta^{H^*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H^*}} - \frac{(p_\theta^{L^*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L^*}} \right] + \frac{1}{-p_{\theta\theta}^{H^*} c^H} [(p_\theta^{H^*})^2 - c_{w^H}^H], \quad (19c')$$

$$\frac{dI^*}{dw^L} = -\frac{1}{\Delta w} \left[ \frac{(p_\theta^{H^*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H^*}} - \frac{(p_\theta^{L^*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L^*}} \right] - \frac{1}{-p_{\theta\theta}^{L^*} c^L} [(p_\theta^{L^*})^2 - c_{w^L}^L]. \quad (19d')$$

L'immobilité augmente quand ces expressions sont positives et baisse quand elles sont négatives.

Avec (19a'), nous pouvons voir que la magnitude du changement sur l'immobilité sociale, qui est représentée par le terme devant les probabilités pondérées  $((p_{\theta}^{i*})^2 / -p_{\theta\theta}^{i*})$ , décroît avec l'augmentation des services publics. Cette magnitude est plus faible sur les probabilités pondérées des parents à revenu faible  $((p_{\theta}^{L*})^2 / -p_{\theta\theta}^{L*})$  puisque  $e$  et  $g$  sont au dénominateur  $(\lambda/\lambda(e+g) + (1-\lambda))$ . C'est donc la différence entre les probabilités pondérées qui définit l'effet total, incertain.

Pour (19b'), l'augmentation du niveau de subvention des services de garde fait baisser l'immobilité, mais l'impact est limité lorsqu'on augmente la subvention de plus en plus à cause du terme devant les probabilités pondérées.

Enfin, pour les deux dernières équations (19c') et (19d'), c'est la différence entre les probabilités marginales pondérées se trouvant à l'intérieur des crochets qui est déterminante pour connaître l'effet total de  $w^L$  et  $w^H$  sur l'immobilité.

## CHAPITRE IV

### ÉCONOMIES GATSBYENNES

Maintenant que nous avons étudié les effets des variables exogènes sur l'inégalité et sur l'immobilité, nous allons pouvoir déterminer les conditions qui permettent d'observer une courbe de Gatsby.

Nous avons expliqué qu'une courbe de Gatsby désigne la relation positive entre l'immobilité et les inégalités, représentable graphiquement dans l'espace  $(G, I)$ . Nous partons de cette relation pour ensuite caractériser dans quelles circonstances et sous quelles conditions les courbes de Gatsby sont observables. Une économie est donc dite « gatsbyenne » quand l'immobilité et les inégalités se déplacent toutes les deux dans la même direction. L'augmentation ou la diminution de  $G$  et de  $I$  peut être causée par la variation des variables exogènes  $x \in \{e, g, w^H, w^L\}$ . Ainsi, un changement du niveau d'éducation publique, des services de garde ou des revenus déplace l'économie vers un nouvel équilibre.

Nous allons voir que dans certaines circonstances, une amélioration du niveau des services publics peut amener à une augmentation des inégalités et de l'immobilité. Cette amélioration fait donc monter l'économie le long de la courbe de Gatsby. Dans des circonstances différentes, augmenter l'investissement en service public fait descendre l'économie le long de la courbe de Gatsby. Ainsi, nous avons une baisse des inégalités et de l'immobilité. Nous verrons aussi que les conditions sous lesquelles une courbe de Gatsby est observable ne sont pas les mêmes pour l'édu-

cation et les services de garde. Les subventions aux services de garde peuvent générer une économie non gatsbienne.

Nous allons définir cette relation comme suit :

**Économie gatsbienne :** *Pour  $x \in \{e, g, w^H, w^L\}$ , un sentier d'expansion  $x$  est la courbe des états stationnaires  $(G^*(x), I^*(x))$  pour différents niveaux de  $x$ . Nous pouvons dire que nous avons une économie  $x$ -gatsbienne quand, à l'état stationnaire, l'économie se trouve sur la partie positive du sentier d'expansion :*

$$x - \text{gatsbienne} \iff \frac{dI^*(x)/dx}{dG^*(x)/dx} > 0. \quad (20')$$

*Dans le cas contraire, l'économie est non gatsbienne.*

**Courbe de Gatsby :** *Une courbe de Gatsby est la partie d'un sentier d'expansion dans l'espace  $(G, I)$  dont la pente est positive.*

Nous allons caractériser 4 cas où l'on se trouve dans une économie  $x$ -gatsbienne à l'aide des dérivées totales de l'immobilité et des inégalités. Dans le Tableau 4.1, on retrouve 2 cas où nous avons une économie gatsbienne et 2 cas contraires. Nous excluons les cas triviaux où les dérivées totales sont égales à zéro.

Le Tableau 4.1 nous dit que l'économie se déplace vers le haut le long de la courbe de Gatsby lorsque les inégalités et l'immobilité augmentent. Dans le cas contraire, l'économie se déplace vers le bas le long de la courbe de Gatsby lorsque les inégalités et l'immobilité baissent. La différence entre ces deux cas provient du type de la

Tableau 4.1 – Classification des économies gatsbyennes et non gatsbyennes

		Inégalités	
		$dG^*/dx > 0$	$dG^*/dx < 0$
Immobilité	$dI^*/dx > 0$	<i>x-gatsbyenne</i>	<i>Non gatsbyenne</i>
	$dI^*/dx < 0$	<i>Non gatsbyenne</i>	<i>x-gatsbyenne</i>

fonction de probabilité et de la position de l'économie par rapport à la proportion  $\hat{Z}^L$ .

Maintenant que nous avons défini ce qu'est une économie gatsbyenne, nous allons identifier les conditions sous lesquelles nous obtenons une courbe de Gatsby et une économie gatsbyenne par rapport aux variables  $x \in \{e, g\}$ .

Nous nous concentrons essentiellement sur les variations que provoquent  $e$  et  $g$  sur l'immobilité et les inégalités. Les effets provoqués par les deux types de revenus  $w^H$  et  $w^L$  ont déjà fait l'objet d'une analyse exhaustive dans Bouchard St-Amant *et al.* (2020).

## 4.1 Économie $e$ -gatsbienne

### Proposition 1 :

- Dans une économie à bas revenus ( $Z^{L*} > \hat{Z}^L$ ), si l'éducation et l'investissement parental ne sont pas parfaitement substituables ( $\lambda \neq 0$ ) et que les conditions ci-dessous sont respectées, alors l'économie est  $e$ -gatsbienne :

$$p(\theta^{H*}) + p(\theta^{L*}) \sqrt{\frac{w^H}{w^L}} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dG^*}{de} > 0, \quad (21a')$$

$$\left(1 + \frac{\lambda g}{\lambda e + (1 - \lambda)}\right) \frac{(p_\theta^{H*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H*}} > \frac{(p_\theta^{L*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dI^*}{de} > 0.$$

Dans ce cas-là, l'économie monte le long de la courbe de Gatsby lorsque  $e$  augmente.

- Dans une économie à hauts revenus ( $Z^{L*} < \hat{Z}^L$ ), si l'éducation et l'investissement parental ne sont pas parfaitement substituables ( $\lambda \neq 0$ ) et que les conditions ci-dessous sont respectées, alors l'économie est  $e$ -gatsbienne :

$$p(\theta^{H*}) + p(\theta^{L*}) \sqrt{\frac{w^H}{w^L}} > 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dG^*}{de} < 0, \quad (21b')$$

$$\left(1 + \frac{\lambda g}{\lambda e + (1 - \lambda)}\right) \frac{(p_\theta^{H*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H*}} < \frac{(p_\theta^{L*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dI^*}{de} < 0.$$

Dans ce cas-là, l'économie descend le long de la courbe de Gatsby lorsque  $e$  augmente.

**Preuve :** L'équation (19a') nous apprend que la condition nécessaire pour connaître le signe de la variation de l'immobilité par rapport à  $e$  est d'étudier la différence entre les deux termes :

$$\frac{dI^*}{de} = \frac{\lambda}{\lambda e + (1 - \lambda)} \left[ \frac{(p_\theta^{H*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H*}} \right] - \frac{\lambda}{\lambda(e + g) + (1 - \lambda)} \left[ \frac{(p_\theta^{L*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \right],$$

$$\left( 1 + \frac{\lambda g}{\lambda e + (1 - \lambda)} \right) \frac{(p_\theta^{H*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H*}} \leq \frac{(p_\theta^{L*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dI^*}{de} \leq 0.$$

Dans l'économie à bas revenus, les probabilités marginales pondérées des plafonds adhérents multipliées par le terme à gauche sont plus élevées que les probabilités marginales pondérées de la mobilité vers le haut. L'immobilité baisse donc avec  $e$ . Dans l'économie à hauts revenus, le terme de gauche est moins élevé que les probabilités pondérées de la mobilité vers le haut. L'immobilité augmente avec  $e$ .

Avec la présence de  $g$ , nous pouvons imaginer qu'il est plus difficile d'obtenir  $\frac{dI^*}{de} < 0$  puisque le terme à gauche vient faire pencher la balance quant au signe de  $dI^*$ . Nous y reviendrons un peu plus bas.

Pour connaître le signe de la variation des inégalités, nous procédons comme pour la section précédente en étudiant l'effet de l'éducation publique sur le coefficient de Gini.

De (15'), nous obtenons  $\frac{dG^*}{de} = G_{Z^L}^* Z_e^{L*}$ .

Puisque  $Z_e^{L*} < 0$ , le signe de  $\frac{dG^*}{de}$  dépend seulement du signe de  $G_{Z^L}^*$  :

- Donc lorsque  $\frac{dG^*}{de} < 0 \Leftrightarrow G_{Z^L}^* > 0$ , nous sommes dans une économie à hauts revenus, car le coefficient de Gini augmente avec la proportion  $Z^L$ .

- De la même manière, lorsque  $\frac{dG^*}{de} > 0 \Leftrightarrow G_{Z^L}^* < 0$ , nous sommes dans une économie à bas revenus, car le coefficient de Gini baisse avec la proportion  $Z^L$ .

■

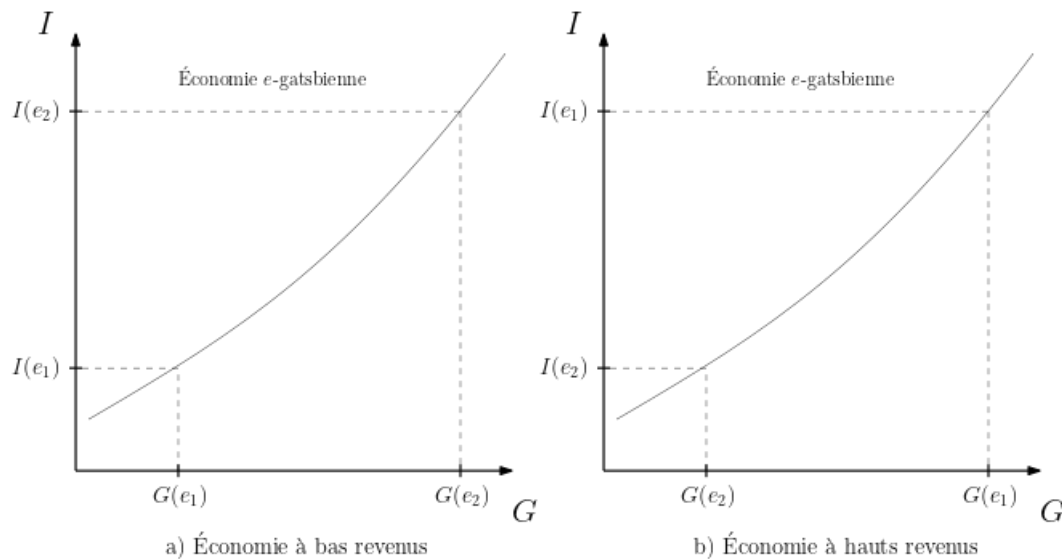


Figure 4.1 – Économie  $e$ -gatsbienne en fonction des économies à bas revenus et à hauts revenus ( $e_2 > e_1$ )

Nous pouvons expliquer intuitivement les changements grâce à la Figure 4.1. Nous partons de l'équilibre où l'immobilité et les inégalités sont à un niveau de l'éducation publique  $e_1$ . L'augmentation de l'éducation à  $e_2$  affecte positivement les plafonds adhérents  $p(\theta^{H^*})$  et la mobilité vers le haut  $p(\theta^{L^*})$ , et ce, dans les deux types d'économies.

Dans l'économie à hauts revenus ( $Z^{L^*} < \hat{Z}^L$ ), l'augmentation de  $e$  réduit la proportion  $Z^L$  et amène à une baisse du coefficient de Gini. Mais, pour que l'économie soit  $e$ -gatsbienne, il faudrait que cette baisse du coefficient de Gini soit accompagnée d'une baisse de l'immobilité. Pour cela, les probabilités marginales pondérées



de la mobilité vers le haut doivent être plus élevées que les probabilités pondérées des plafonds adhérents et du terme qui les multiplie. Si cela est le cas, alors l'économie descend le long de la courbe de Gatsby. Cette descente vers le nouvel équilibre est représentée dans la Figure 4.1b.

Dans l'économie à bas revenus ( $Z^{L*} > \hat{Z}^L$ ), l'intuition est la même. Ainsi, l'augmentation de  $e$  réduit toujours la proportion  $Z^L$ , mais il y a maintenant une augmentation du coefficient de Gini. En la combinant à une augmentation de l'immobilité, grâce aux probabilités marginales pondérées élevées des plafonds adhérents, nous avons donc une économie  $e$ -gatsbyenne. On dit alors que l'économie monte le long de la courbe de Gatsby. Cette montée est représentée dans la Figure 4.1a.

**Remarque :** Lorsqu'il y a des subventions aux services de garde pour les  $w^L$  ( $g \neq 0$ ), nous pouvons imaginer qu'il devient plus difficile d'obtenir une économie  $e$ -gatsbyenne dans une économie à hauts revenus que dans le cas où il n'y a pas de subventions aux services de garde.

Concrètement, si  $g = 0$  de sorte à n'avoir qu'une augmentation de  $e$ , il faudrait seulement étudier la différence entre les probabilités marginales pondérées pour connaître le signe d'une variation de  $e$  sur l'immobilité. Nous aurions alors plus de chance d'avoir une économie  $e$ -gatsbyenne dans les portions à bas revenus et à hauts revenus.

Mais ici, avec la présence de  $g$ , il devient plus difficile d'obtenir une économie  $e$ -gatsbyenne lorsqu'on se trouve dans une économie à hauts revenus, car le terme de droite dans (19a') peut être plus petit que le terme de gauche. La partie de la condition (21b') sur l'immobilité ne serait plus respectée et l'inéquation changerait de sens.

- Ainsi, dans l'économie à hauts revenus, la condition (21b') sur l'immobilité peut changer et se présenter comme ceci :

$$\sqrt{\frac{w^H}{w^L}}p(\theta^{L*}) + p(\theta^{H*}) > 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dG^*}{de} < 0, \quad (21c')$$

$$\left(1 + \frac{\lambda g}{\lambda e + (1 - \lambda)}\right) \frac{(p_{\theta}^{H*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H*}} > \frac{(p_{\theta}^{L*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dI^*}{de} > 0.$$

Dans ce cas-là, l'économie est non gatsbienne.

Donc, un renforcement de  $e$  avec la présence de  $g$  fait en sorte que l'économie peut devenir non gatsbienne dans l'économie à hauts revenus. Nous avons d'abord une augmentation simultanée de l'immobilité et des inégalités dans la portion à bas revenus. Ensuite, avec la condition (21c'), nous avons seulement une augmentation de l'immobilité dans la portion à hauts revenus. Cela vient du fait que le produit du terme entre parenthèses à gauche et des probabilités marginales pondérées des plafonds adhérents est plus élevé que les probabilités marginales pondérées de la mobilité vers le haut.

La probabilité que l'immobilité ne cesse d'augmenter est plus élevée lorsqu'il y a une augmentation du financement en éducation publique et qu'il y a des subventions aux services de garde. En adoptant des politiques d'éducation ayant comme objectif une meilleure mobilité vers le haut, cette montée constante de l'immobilité serait moins probable. Nous pouvons penser à des frais de scolarité, des prêts étudiants qui seraient basés sur le revenu ou alors à de l'immigration ciblée (Corak, 2020). Ce genre de politiques peut augmenter la mobilité sociale par le biais de l'immigration et aussi amener à une réduction des contraintes de

crédit de certains parents pour les inciter à investir plus dans leurs enfants. Nous avons expliqué précédemment que les pays qui avaient un taux élevé de retour sur investissement de l'éducation postsecondaire ont connu une hausse des inégalités de revenus et de l'immobilité sociale dans les 40 dernières années. La réorientation de l'investissement public de l'éducation postsecondaire vers l'éducation primaire et secondaire (Gioacchino et Sabani, 2009) peut être une solution pour réduire ce haut taux de retour sur investissement. Les disparités régionales au niveau de la mobilité et des inégalités documentées dans Connolly *et al.* (2019) démontrent de la nécessité d'investir dans les régions les moins mobiles du pays. L'exemple du système suisse cité dans Stadelmann-Steffen (2012), où le système d'éducation primaire et secondaire est très décentralisé, permet d'adapter les politiques d'éducation en fonction des défis et des spécificités régionales.

Étant donnée l'endogénéité des probabilités des transitions, nous savons que ces résultats ne sont pas totalement vérifiables et par conséquent, ils ne font pas l'objet d'une proposition. Néanmoins, nous ferons quelques exemples numériques à la section suivante, car cette remarque soulève des interrogations intéressantes.

## 4.2 Économie $g$ -gatsbienne

### Proposition 2 :

- Dans une économie à bas revenus ( $Z^{L*} > \hat{Z}^L$ ), si les services de garde et l'investissement parental ne sont pas parfaitement substituables ( $\lambda \neq 0$ ) et que les conditions ci-dessous sont respectées, alors l'économie est non gatsbienne :

$$\sqrt{\frac{w^H}{w^L}} p(\theta^{L*}) + p(\theta^{H*}) < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dG^*}{dg} > 0, \quad (22a')$$

$$\frac{dI^*}{dg} < 0.$$

- Dans une économie à hauts revenus ( $Z^{L*} < \hat{Z}^L$ ), si les services de garde et l'investissement parental ne sont pas parfaitement substituables ( $\lambda \neq 0$ ) et que les conditions ci-dessous sont respectées, alors l'économie est  $g$ -gatsbienne :

$$\sqrt{\frac{w^H}{w^L}} p(\theta^{L*}) + p(\theta^{H*}) > 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dG^*}{dg} < 0, \quad (22b')$$

$$\frac{dI^*}{dg} < 0.$$

Dans ce cas-là, l'économie descend le long de la courbe de Gatsby lorsque  $g$  augmente.

**Preuve :** L'équation (19b') montre que l'immobilité baisse avec l'augmentation de  $g$ . Le signe de (19b') est donc toujours négatif :

$$\frac{dI^*}{dg} < 0$$

De (15'), nous obtenons  $\frac{dG^*}{dg} = G_{Z^L}^* Z_g^{L*}$ .

Puisque  $Z_g^{L*} < 0$ , le signe de  $\frac{dG^*}{dg}$  dépend seulement du signe de  $G_{Z^L}^*$  :

- Donc lorsque  $\frac{dG^*}{dg} < 0 \Leftrightarrow G_{Z^L}^* > 0$ , nous sommes dans une économie à hauts revenus car le coefficient de Gini augmente avec la proportion  $Z^L$ .
- De la même manière, lorsque  $\frac{dG^*}{dg} > 0 \Leftrightarrow G_{Z^L}^* < 0$ , nous sommes dans une économie à bas revenus car le coefficient de Gini baisse avec la proportion  $Z^L$ .

Dans une économie à hauts revenus, pour que l'économie soit  $g$ -gatsbienne, il faut que la réduction de l'immobilité s'accompagne d'une réduction des inégalités. Dans une économie à bas revenus, pour que l'économie soit  $g$ -gatsbienne ; il faudrait qu'une augmentation de l'immobilité accompagne la hausse des inégalités, ce qui n'est pas possible.



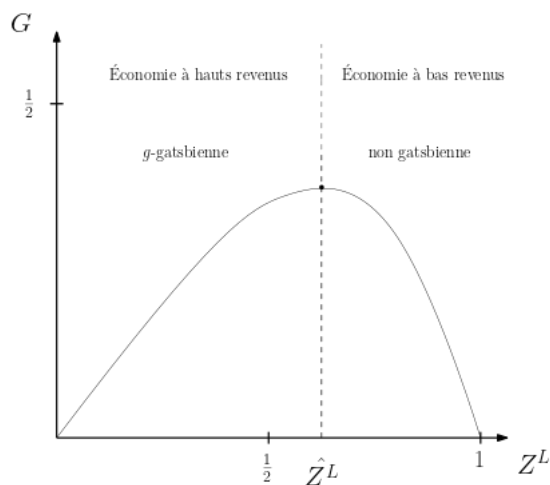


Figure 4.2 – Économie  $g$ -gatsbienne en fonction de  $G$

Initialement, nous sommes dans l'économie à bas revenus, à droite de  $\hat{Z}^L$  sur la Figure 4.2. L'augmentation de  $g$  réduit  $Z^L$  ce qui se traduit par une augmentation des inégalités (du coefficient de Gini). L'immobilité baisse avec  $g$  et nous avons donc une économie non gatsbienne puisque  $I^*$  et  $G^*$  se déplacent dans un sens contraire.

Les augmentations supplémentaires de  $g$  continuent de réduire  $Z^L$  et nous basculons dans l'économie à hauts revenus, à gauche de  $\hat{Z}^L$ . Maintenant, le coefficient de Gini baisse avec  $g$  et l'immobilité aussi et nous avons une économie  $g$ -gatsbienne.

En donnant la subvention  $g$  seulement au type  $w^L$ , la baisse de la proportion  $Z^L$  fait passer l'économie à bas revenus de non gatsbienne à  $g$ -gatsbienne dans la portion à hauts revenus.

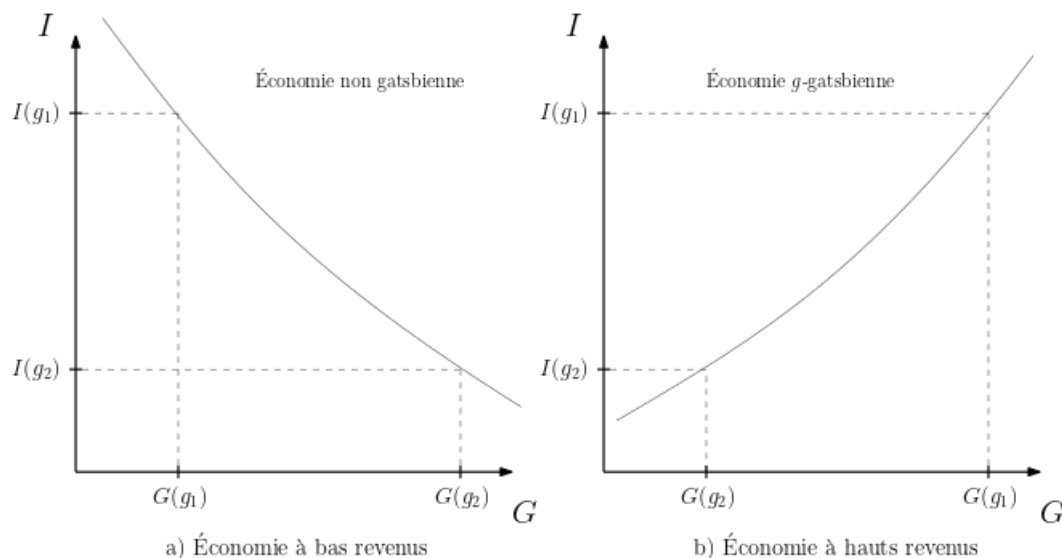


Figure 4.3 – Type d'économie en fonction des économies à bas revenus et hauts revenus ( $g_2 > g_1$ )

En partant de l'économie à bas revenus, nous sommes dans un état où l'immobilité se réduit et les inégalités augmentent. Il est donc désormais plus probable, avec l'augmentation de  $g$ , qu'un enfant de parents  $w^L$  gagne  $w^H$ . Par contre, l'effet de  $g$  sur les plafonds adhérents est nul et il n'y a donc pas d'augmentation de la probabilité qu'un enfant de parents  $w^H$  gagne  $w^H$  plus tard. Nous pouvons expliquer l'augmentation des inégalités dans la portion à bas revenus par l'arrivée soudaine de travailleurs  $w^H$  dans l'économie grâce aux services de garde subventionnés. Cela augmente temporairement l'écart entre les  $w^H$  et les  $w^L$ . Par la suite, la réduction de  $Z^L$  nous rapproche de l'économie à hauts revenus et donc de l'économie  $g$ -gatsbienne.

La diminution de l'immobilité avec l'augmentation des subventions aux services de garde peut être expliquée par une mobilité vers le haut plus forte. Nous connaissons les externalités engendrées par les services de garde. La réduction de l'échec

scolaire et l'augmentation du nombre de travailleurs mieux éduqués et donc mieux payés dans l'économie participent à une meilleure mobilité des plus pauvres, mais pas des plus riches.

Contrairement à la littérature et au travail de Bouchard St-Amant *et al.* (2020), ici le renforcement des services publics pour les plus pauvres permet d'arriver à un état où les inégalités et l'immobilité sont réduites en passant par une période de transition. Cette transition fait passer d'une économie non gatsbienne à une économie gatsbienne.



## CHAPITRE V

### EXEMPLES NUMÉRIQUES

Maintenant que nous avons caractérisé et défini la courbe de Gatsby, nous allons voir l'effet des services publics sur les inégalités et l'immobilité avec des exemples numériques. Au chapitre précédent, nous avons vu quelles étaient les conditions pour monter et descendre le long de la courbe de Gatsby. Nous ferons des exemples avec deux classes différentes de probabilités de transition. En changeant la structure de la fonction de probabilité de transition  $p(\theta^i)$ , nous verrons qu'augmenter les services publics au-delà d'un certain seuil peut amener l'économie à devenir non gatsbienne, et inversement. Par exemple, une économie à bas revenus  $e$ -gatsbienne avec un certain niveau d'éducation publique peut devenir non gatsbienne dans la portion à hauts revenus lorsque le niveau d'éducation dépasse ce seuil. Dépendamment de l'existence des services de garde subventionnés ou non, le seuil peut changer et devenir plus grand ou plus petit.

La transition peut être vue de manière intuitive. Si nous partons d'une économie à bas revenus  $e$ -gatsbienne puis que les individus  $w^L$  sont remplacés progressivement par des individus  $w^H$ , les inégalités et l'immobilité vont d'abord augmenter.

Mais, en dépassant un certain seuil de l'éducation  $e$ , le nombre d'individus  $w^H$  devient assez grand pour que l'on se trouve dans une économie à hauts revenus. Il se peut, cependant, que l'immobilité continue de grimper alors que la réduction de  $Z^L$  fait baisser les inégalités si l'on dépense davantage en éducation publique. L'économie devient alors non gatsbienne. L'existence des services de garde ou non a aussi un impact sur ce changement d'économie. Elle peut même l'inverser.

Pour calibrer nos paramètres, nous reprenons une grande partie des chiffres de Bouchard St-Amant *et al.* (2020), que l'on retrouve dans le Tableau 5.1. Dans leur exercice initial, qui n'incorpore pas de services de garde, la première classe de probabilité doit amener à une augmentation continue de l'immobilité lorsque l'on augmente l'éducation. La fonction de probabilité est donc strictement croissante et concave. Cela doit permettre de passer d'une économie gatsbienne à non gatsbienne en continuant d'augmenter le financement en éducation. La deuxième classe doit, elle, amener à une diminution continue de l'immobilité lorsque l'on augmente l'éducation. Cette deuxième classe de probabilité est donc strictement concave et non-monotone. Cela doit permettre de passer d'une économie non gatsbienne à gatsbienne en augmentant continuellement le financement en éducation. Nous verrons que dans notre étude, ce n'est pas toujours le cas ici et que cela dépend de la présence ou non des services de garde  $g$ . Nous allons également voir que n'importe laquelle des deux classes de probabilité amène à une diminution de l'immobilité quand on augmente les subventions aux services de garde.

Dans un premier temps, nous allons reproduire les calculs du coefficient de Gini et de l'immobilité pour étudier leurs variations. Ensuite, nous ferons des études de cas des effets de  $e$  et de  $g$  sur les inégalités et l'immobilité à l'aide de graphiques. Nous pourrons alors mettre en évidence la différence entre le cas où il y a des subventions aux services de garde  $g$  et le cas où il n'y en a pas.

Enfin, nous reviendrons brièvement sur la remarque que nous avons faite au chapitre précédent sur le cas  $e$ -gatsbien.

## 5.1 Calcul des formes fonctionnelles de $G$ et $I$

Tableau 5.1 – Exemples numériques

	Première classe de probabilité	Deuxième classe de probabilité
$p(\theta)$	$\sqrt{\theta}$	$1 - (1 - \theta)^2$
$c(w^i)$	$2 - \frac{w^i}{8}$	$6 - \frac{w^i}{2}$
$w^H$	4	4
$w^L, \beta, \lambda$	1	1
$e$	$\in [0; 1[$	Dépend du niveau de $g$
$g$	$\in [0; +\infty[$	$\in [0; +\infty[$

En partant de  $(3a')$ , nous arrivons à calculer les probabilités pour chaque type d'individu puis les formules pour le coefficient de Gini et l'immobilité en fonction de  $e$  et de  $g$ .

On suppose que  $\lambda = 1$  pour les calculs suivants.

- Ainsi nous trouvons pour la première classe de probabilité avec  $p(\theta) = \sqrt{\theta}$  les résultats suivants :

$$p_{\theta} = \frac{1}{2}\theta^{-\frac{1}{2}}, \quad p_{\theta\theta} = -\frac{1}{4}\theta^{-\frac{3}{2}}, \quad (23)$$

$$p(\theta^{L*}) = \sqrt{\theta} = \frac{4}{5}(e + g), \quad p(\theta^{H*}) = \sqrt{\theta} = e, \quad (24)$$

$$Z^{L*} = \frac{5(1 - e)}{4g + 5 - e}, \quad G = \frac{4(1 - e)}{(4g + 5 - e)} \frac{15(e + g)}{(11e + 16g + 5)}, \quad (25)$$

$$I^* = \frac{1}{5}e - \frac{4}{5}g. \quad (26)$$

Nous pouvons voir que la présence de  $g$  rend la mobilité vers le haut  $p(\theta^{L*})$  plus élevée que le cas où  $g = 0$ . L'éducation  $e$  a un impact positif sur la mobilité vers le haut et les plafonds adhérents.

La proportion  $Z^L$  se réduit plus quand  $g$  est ajouté, puisqu'il est au dénominateur. L'immobilité (26) augmente avec  $e$  et baisse avec  $g$ . Donc, si on retire les services de garde subventionnés, l'immobilité ne cesse d'augmenter.

- Pour la deuxième classe de probabilité avec  $p(\theta) = 1 - (1 - \theta)^2$  nous trouvons les résultats suivants :

$$p_{\theta} = 2 - 2\theta, \quad p_{\theta\theta} = -2, \quad (27)$$

$$p(\theta^{L*}) = 1 - \frac{121}{144} \frac{1}{(e + g)^2}, \quad p(\theta^{H*}) = 1 - \frac{4}{9} \frac{1}{e^2}, \quad (28)$$

$$Z^{L*} = \frac{\frac{4}{9} \frac{1}{e^2}}{1 - \frac{121}{144} \frac{1}{(e+g)^2} + \frac{4}{9} \frac{1}{e^2}},$$

$$G = \frac{4 \left( 1 - \frac{4}{9e^2 \left( \frac{4}{9e^2} - \frac{121}{144(e+g)^2} + 1 \right)} \right)}{3e^2 \left( \frac{4}{9e^2} - \frac{121}{144(e+g)^2} + 1 \right) \left( 4 - \frac{4}{3e^2 \left( \frac{4}{9e^2} - \frac{121}{144(e+g)^2} + 1 \right)} \right)}, \quad (29)$$

$$I^* = \frac{121}{144(e+g)^2} - \frac{4}{9e^2}. \quad (30)$$

Comme pour la probabilité de classe 1, la mobilité vers le haut  $p(\theta^{L*})$  est plus forte avec des services de garde subventionnés pour les  $w^L$ . L'éducation  $e$  fait augmenter les plafonds adhérents et la mobilité vers le haut.

La proportion  $Z^L$  est réduite avec la présence de  $g$ . L'immobilité se réduit avec l'augmentation de  $e$  et elle est davantage réduite par la présence de  $g$  dans (29).

Maintenant que nous avons les formes fonctionnelles de  $G^*$  et de  $I^*$ , nous allons pouvoir démontrer que la présence de  $g$  et que faire varier le niveau de chacune des deux variables exogènes ( $e$  et  $g$ ) peut faire transitionner l'économie de gatsbienne à non gatsbienne. Nous allons d'abord nous intéresser, dans les deux premières

études de cas, à la classe de probabilité  $p(\theta) = \sqrt{\theta}$  puis enfin à la classe de probabilité  $p(\theta) = 1 - (1 - \theta)^2$ , pour les deux dernières études de cas.

## 5.2 Études de cas

Nos études de cas sont séparées selon la classe de probabilité. Nous nous plaçons d'abord du point de vue de l'éducation publique  $e$  en fixant  $g$  puis nous nous plaçons ensuite du point de vue des services de garde  $g$  en fixant  $e$ .

### Étude de cas de la probabilité de classe 1 pour G et I avec $g \in [0; +\infty[$ en fonction de $e$

Regardons d'abord les effets de  $e$  sur les inégalités et l'immobilité à différents niveaux fixes de services de garde subventionnés  $g$  :

- Lorsque le niveau des services de garde subventionnés est fixé à  $g = 0$ , augmenter  $e$  fait monter les inégalités  $G$  jusqu'à ce qu'elles atteignent leur maximum  $1/3$  en  $e = 5/13$ . Elles baissent ensuite jusqu'à 0 quand  $e = 1$ .
- Lorsque nous fixons  $g \in [0; 2/3[$ , par exemple quand  $g = 1/3$ , les inégalités augmentent puis baissent avec l'éducation  $e$ .
- Lorsque nous fixons  $g \in ]2/3; +\infty[$ , les inégalités baissent avec l'éducation  $e$ .

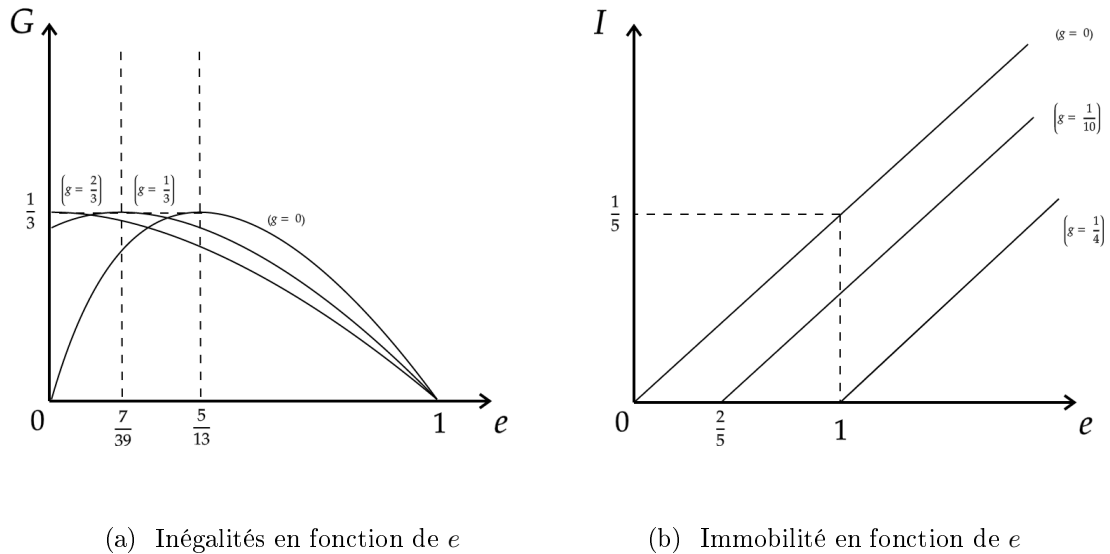


Figure 5.1 – Inégalités et immobilité en fonction de  $e$  pour la probabilité de classe 1

Quand  $g > 1/4$ , augmenter  $e$  dans son intervalle n'a plus d'impact sur l'immobilité.

Donc, la présence de  $g$  ici peut amener l'économie à passer de  $e$ -gatsbienne à non gatsbienne. Plus le niveau de  $g$  fixé est élevé, plus il est probable que l'économie soit totalement non gatsbienne.

### Étude de cas de la probabilité de classe 1 pour $G$ et $I$ avec $e \in [0; 1]$ en fonction de $g$

Maintenant nous allons nous placer du point de vue de  $g$  pour voir ses effets

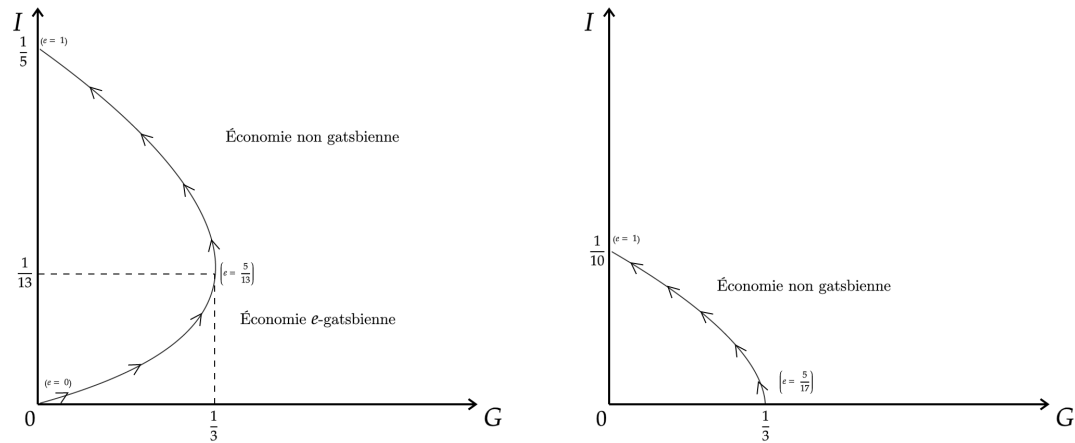
(a) Sentier d'expansion pour  $g = 0$ (b) Sentier d'expansion pour  $g = 1/10$ 

Figure 5.2 – Espace immobilité-inégalités en fonction de  $e$  pour la probabilité de classe 1

sur l'immobilité et les inégalités à différents niveaux fixes de  $e$  :

- Dans le cas où nous fixons  $e = 0$ , donc lorsque le financement en éducation publique est nul, l'augmentation de  $g$  fait augmenter les inégalités jusqu'à ce que  $g = 5/8$  puis baisse pour atteindre 0 quand  $g$  tend vers l'infini. Quand ce point est dépassé, augmenter  $g$  a de moins en moins d'impact sur les inégalités. Du côté de l'immobilité, le cas où nous fixons  $e = 0$  n'est pas représenté car  $g$  n'a aucun impact sur celle-ci ( $I < 0$ ) à ce niveau de  $e$ . L'économie est donc non gatsbienne.
- Lorsque nous fixons  $e \in ]0; 5/13[$ , l'économie est d'abord non gatsbienne puisque les inégalités augmentent et que l'immobilité baisse avec  $g$ . Elle devient, ensuite,  $g$ -gatsbienne quand  $G$  et  $I$  baissent.
- Lorsque nous fixons  $e \in [5/13; 1]$ , augmenter  $g$  a comme impact de réduire



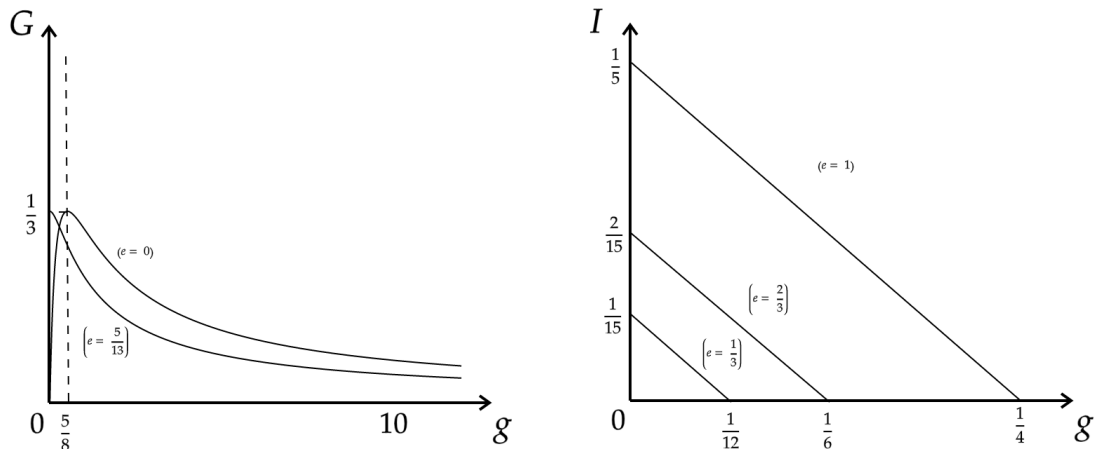
(a) Inégalités en fonction de  $g$ (b) Immobilité en fonction de  $g$ 

Figure 5.3 – Inégalités et immobilité en fonction de  $g$  pour la probabilité de classe 1

les inégalités et l'immobilité de façon continue. L'économie est donc  $g$ -gatsbienne jusqu'à ce que l'immobilité soit à zéro.

Lorsque l'on compare cette étude de cas à la précédente, il faut donc fournir beaucoup plus de services de garde subventionnés  $g$  que d'éducation  $e$  pour réduire les inégalités.

Nous voyons bien que la présence de  $e$  combinée à  $g$  ici peut amener l'économie à passer de non  $g$ -gatsbienne à  $g$ -gatsbienne. Plus le niveau de  $e$  fixé est élevé, plus il est probable que l'économie soit totalement  $g$ -gatsbienne.

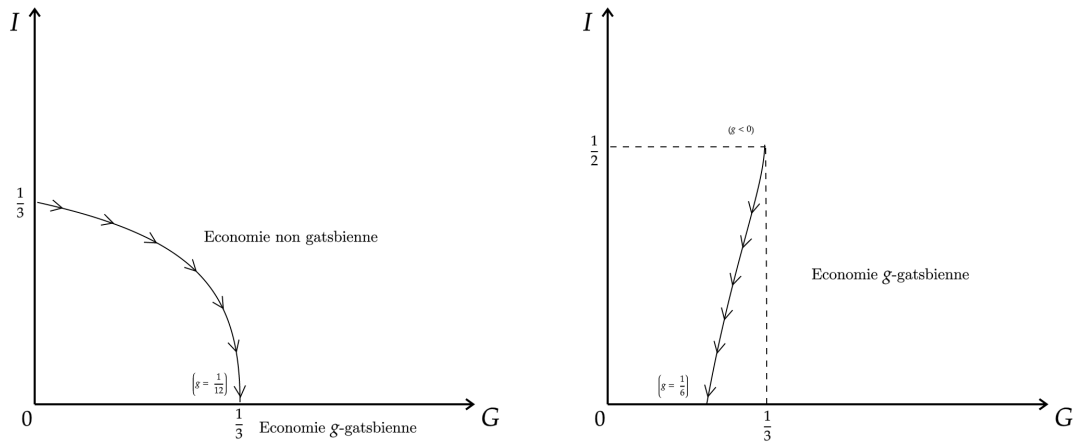
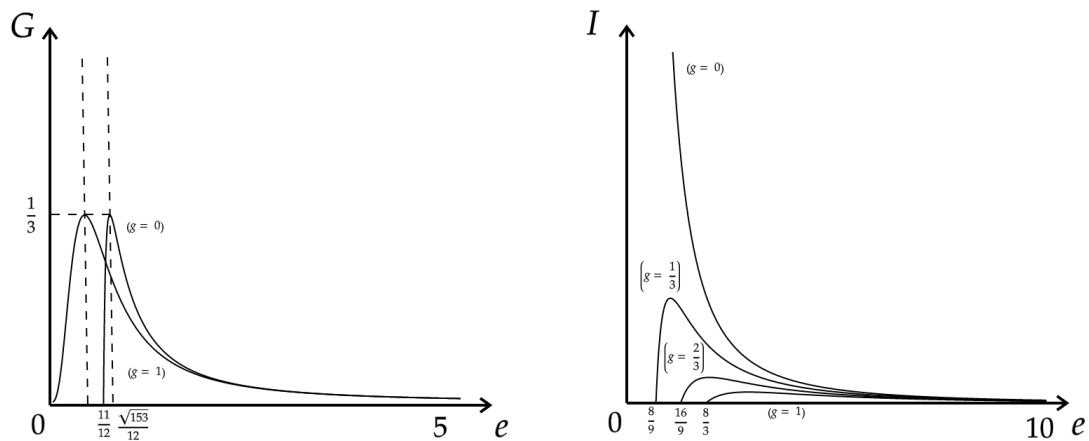
(a) Sentier d'expansion pour  $e = 1/3$ (b) Sentier d'expansion pour  $e = 2/3$ 

Figure 5.4 – Espace immobilité-inégalités en fonction de  $g$  pour la probabilité de classe 1

Nous pouvons ainsi voir que, selon le point de vue, l'augmentation des variables  $e$  et  $g$  peut amener à transitionner d'une économie gatsbienne à non gatsbienne et inversement.

### Étude de cas de la probabilité de classe 2 pour G et I avec $g \in [0; +\infty]$ en fonction de $e$

Avec la probabilité de classe 2, nous ne devrions pas nous attendre aux mêmes résultats que pour la première classe, en ce qui concerne l'immobilité en tout cas. En effet, dans Bouchard St-Amant *et al.* (2020), la deuxième classe de probabilité fait en sorte que l'immobilité baisse continuellement lorsque l'on augmente le niveau de l'éducation. La fonction de probabilité de classe 2 est donc non-monotone et strictement concave. Mais ici, nous avons ajouté les services de garde. Ici nous observons les effets de  $e$  sur les inégalités et l'immobilité à différents niveaux fixes de services de garde subventionnés  $g$  :



(a) Inégalités en fonction de  $e$

(b) Immobilité en fonction de  $e$

Figure 5.5 – Inégalités et immobilité en fonction de  $e$  pour la probabilité de classe 2

- Dans le cas où nous fixons  $g = 0$ , les inégalités augmentent avec  $e$  jusqu'en  $e = \frac{\sqrt{153}}{12}$  puis baissent jusqu'à 0 quand  $e$  tend vers l'infini. En ce qui concerne

l'immobilité, elle baisse avec  $e$ , ce qui donne une économie d'abord non gatsbienne puis  $e$ -gatsbienne.

En fixant  $g > 0$ , on voit que le minimum de  $e$  se déplace vers la gauche sur la Figure 5.5a et donc que son intervalle devient plus grand.

Quand  $g \geq 1$ , l'intervalle de  $e$  devient compris entre 0 et  $+\infty$ .

- Donc lorsque nous fixons  $g \in ]0; +\infty[$ , augmenter  $e$  fait augmenter les inégalités jusqu'à leur maximum ( $G = 1/3$ ), lesquelles diminuent ensuite pour atteindre 0 quand  $e$  tend vers l'infini.

L'immobilité  $I$ , de son côté, augmente puis baisse avec  $e$ . L'impact de  $e$  sur  $I$  est donc de moins en moins grand. La présence de  $g$  fait en sorte que l'immobilité ne baisse plus de façon continue avec  $e$ , elle augmente légèrement puis baisse lentement.

Plus nous fixons  $g$  à un niveau élevé, plus le niveau minimum de  $e$  nécessaire pour avoir un impact sur les inégalités est petit. Par contre pour l'immobilité, c'est l'inverse, le niveau minimum de l'éducation  $e$  devient de plus en plus grand. Par exemple, quand nous fixons  $g = 0$ , le seuil minimum pour l'éducation est  $e = 11/12$  et nous avons une économie non gatsbienne puis gatsbienne. Par contre, en fixant  $g = 2/3$ , la borne inférieure de l'intervalle de l'éducation  $e$  diminue et nous avons une économie non gatsbienne puisque l'immobilité n'est impactée qu'à partir de  $e = 16/9$ . À ce niveau-là de  $e$ , les inégalités baissent avec  $e$  et il faut que l'immobilité dépasse son maximum pour obtenir une économie  $e$ -gatsbienne.

Nous observons donc que l'économie devient  $e$ -gatsbienne quand  $e$  tend vers l'infini lorsque nous fixons  $g > 0$  puisque  $G$  et  $I$  augmentent puis baissent, mais à différents niveaux d'éducation.

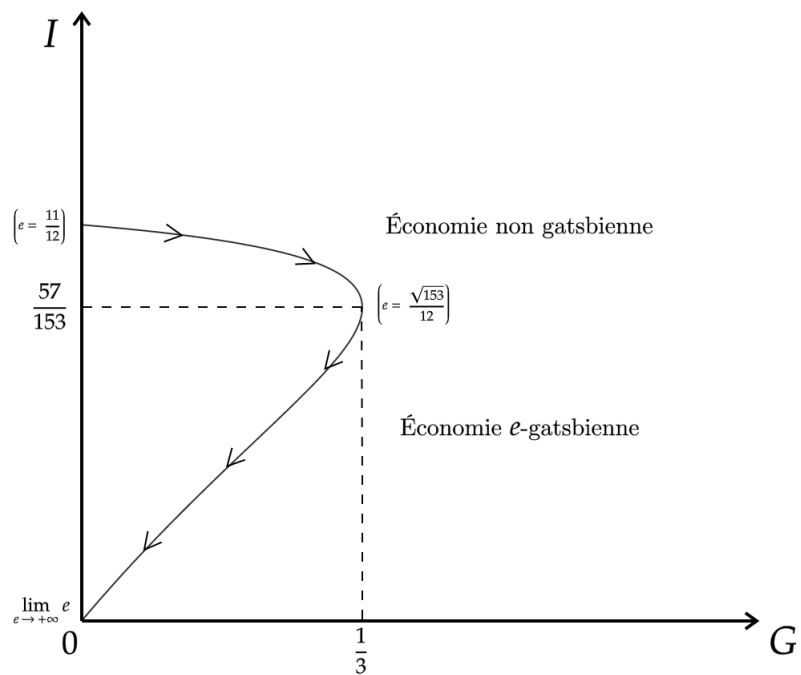
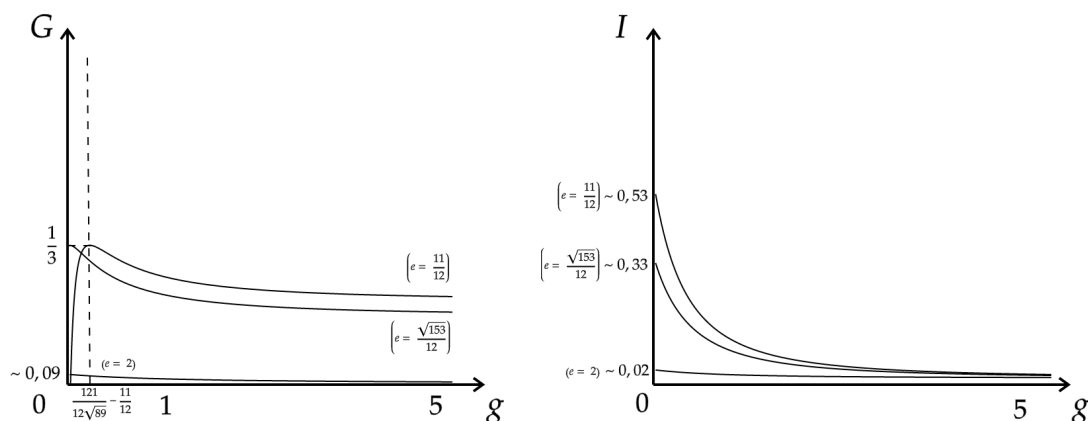


Figure 5.6 – Espace immobilité-inégalités en fonction de  $e$  quand  $g = 0$  pour la probabilité de classe 2

### Étude de cas de la probabilité de classe 2 pour $G$ et $I$ en fonction de $g$

Dans cette dernière étude de cas, nous allons voir les effets de  $g$  sur les inégalités et l'immobilité à différents niveaux de financement de l'éducation publique :



(a) Inégalités en fonction de  $g$

(b) Immobilité en fonction de  $g$

Figure 5.7 – Inégalités et immobilité en fonction de  $g$  pour la probabilité de classe 2

- Dans le cas où nous fixons  $e = 11/12$ ,  $G$  atteint son maximum de  $1/3$ . Quand  $g$  tend vers l'infini, la limite des inégalités  $G$  est d'environ  $\simeq 0,23$ .

L'immobilité baisse avec  $g$  et sa limite est de 0 quand  $g$  tend vers l'infini. Cela voudrait dire que nous avons une économie non gatsbienne dans un premier temps puis une économie  $g$ -gatsbienne.

- Lorsque nous fixons  $e \in [11/12; \sqrt{153}/12[$ , augmenter  $g$  accroît les inégalités jusqu'à leur maximum ( $G = 1/3$ ) qui ensuite diminuent (comme pour le cas  $e = 11/12$  qui est représenté). Elles atteignent une certaine limite quand  $g$  tend

vers l'infini. Cette limite baisse quand nous fixons  $e$  à des niveaux de plus en plus élevés.

- Lorsque nous fixons  $e \in [\sqrt{153}/12; +\infty[$ , augmenter  $g$  a comme impact de réduire les inégalités de façon monotone avec l'augmentation de  $e$ . À  $e = \sqrt{153}/12$ ,  $G$  atteint son maximum  $1/3$  quand  $g = 0$ .

En ce qui concerne l'immobilité, peu importe le niveau fixé pour  $e$  dans son intervalle, augmenter  $g$  la fait baisser. Nous avons donc, en fixant  $e > \sqrt{153}/12$ , une économie qui est en tout point  $g$ -gatsbienne puisque  $G$  et  $I$  baissent tous les deux.

Dans la Figure 5.7b, nous pouvons observer qu'une petite quantité de  $g$  engendre une très grande baisse de  $I$ . Plus  $e$  est faible, plus l'impact de  $g$  sur l'immobilité est grand.

Lorsque  $g$  est accompagné de  $e$ , il se peut que l'économie transitionne de non gatsbienne à  $g$ -gatsbienne. Plus le niveau de  $e$  fixé est élevé, plus il est probable que l'économie soit  $g$ -gatsbienne.

En comparant les deux études de cas sur la probabilité de classe 2, nous remarquons que par rapport à l'éducation publique  $e$ , les services de garde  $g$  ont moins d'impact sur les inégalités et plus d'impact sur l'immobilité.

La deuxième classe de probabilité est censée pousser l'immobilité vers le bas lorsque l'on augmente  $e$ . Mais lorsque  $e$  est accompagné de  $g$  dans la Figure 5.5b, l'immobilité augmente avec  $e$  dans un premier temps puis baisse.

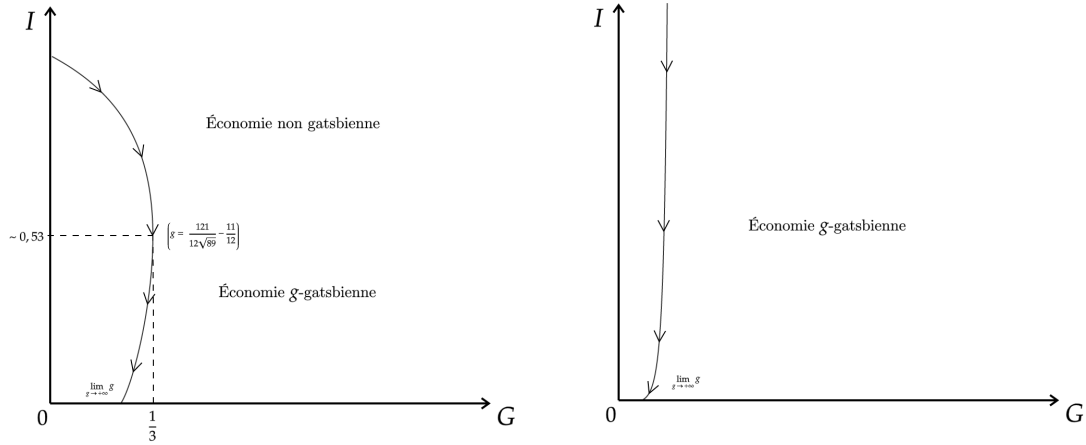
(a) Sentier d'expansion pour  $e = 11/12$ (b) Sentier d'expansion pour  $e = 2$ 

Figure 5.8 – Espace immobilité-inegalités en fonction de  $g$  pour la probabilité de classe 2

### Discussion sur l'effet de $g$

Nous avons fait une remarque dans le chapitre précédent sur le cas  $e$ -gatsbien que nous allons vérifier en reprenant les exemples ci-dessus. Tout d'abord, nous allons voir qu'effectivement, avec la présence de  $g$ , il pourrait être plus difficile d'obtenir une économie  $e$ -gatsbienne dans la portion à hauts revenus. Pour cela, il faut reprendre l'équation (21c') et insérer nos paramètres. Nous supposons toujours que  $\lambda \neq 0$  :

$$\sqrt{\frac{w^H}{w^L}} p(\theta^{L*}) + p(\theta^{H*}) > 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dG^*}{de} < 0, \quad (21c')$$

$$\left(1 + \frac{\lambda g}{\lambda e + (1 - \lambda)}\right) \frac{(p_{\theta}^{H*})^2}{-p_{\theta\theta}^{H*}} > \frac{(p_{\theta}^{L*})^2}{-p_{\theta\theta}^{L*}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dI^*}{de} > 0.$$



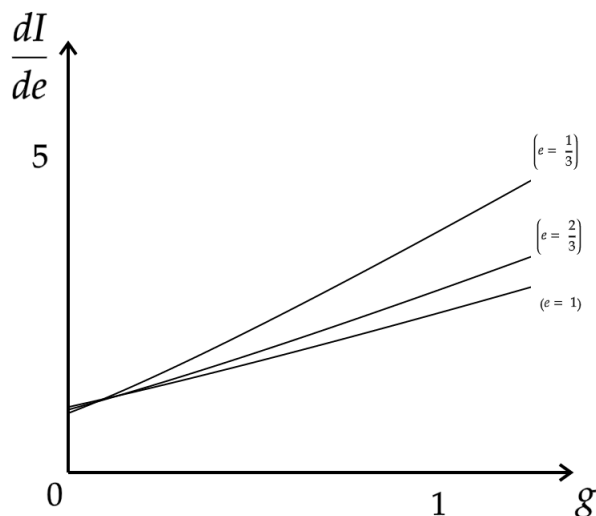


Figure 5.9 – Dérivée de  $I$  par rapport à  $e$  en fonction de  $g$  pour la probabilité de classe 1

- Pour la première classe de probabilité  $p(\theta) = \sqrt{\theta}$ , quand  $e \in [0; 1]$ , le terme à gauche de l'inéquation de l'immobilité (21c') est toujours plus grand que celui de droite. La Figure 5.9 nous montre que l'immobilité augmente avec  $e$  dans tous les cas ( $dI^*/de > 0$ ), peu importe le niveau de  $g$ . Nous avons donc une économie non gatsbienne dans la portion à hauts revenus puisque  $G^*$  et  $I^*$  se déplacent dans un sens contraire.

- Pour la deuxième classe de probabilité  $p(\theta) = 1 - (1 - \theta)^2$ , quand  $e \in \left[\frac{11}{12}; +\infty\right)$ , le terme à gauche n'est pas toujours plus grand que le terme de droite. Rappelons que cette deuxième classe de probabilité est censée générer une immobilité qui baisse en tout temps lorsque l'éducation  $e$  augmente. Nous observons dans la Figure 5.10 que plus  $e$  est grand, plus le niveau de  $g$  a besoin d'être élevé pour que l'inégalité  $dI^*/de > 0$  soit vraie. Lorsqu'elle n'est pas vraie, nous avons une

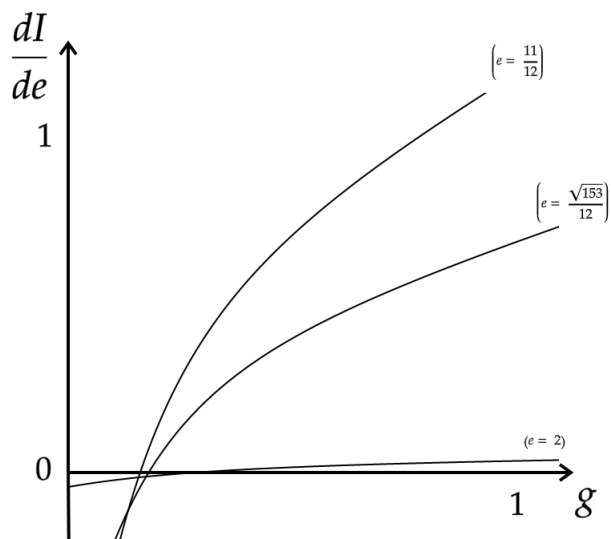


Figure 5.10 – Dérivée de  $I$  par rapport à  $e$  en fonction de  $g$  pour la probabilité de classe 2

baisse de l'immobilité quand on augmente l'éducation. Il y a donc des seuils où  $g$  est assez petit pour qu'il y ait une baisse de l'immobilité. Dans le cas où  $g$  est assez petit, alors nous retrouvons les résultats de Bouchard St-Amant *et al.* (2020) qui nous disent que la probabilité de classe 2 ne peut que mener à une baisse de l'immobilité. Ainsi, l'économie est d'abord non gatsbienne puis  $e$ -gatsbienne. Quand  $g$  est assez élevé pour que  $dI^*/de > 0$ , l'immobilité ne fait qu'augmenter et l'économie est d'abord  $e$ -gatsbienne dans la portion à bas revenus puis non gatsbienne dans la portion à hauts revenus.

La présence de  $g$  pourrait donc bien avoir un impact sur la possibilité d'obtenir une économie  $e$ -gatsbienne. Mais, étant donnée la nature endogène de la fonction de probabilité  $p(\theta^i)$ , nous n'avancerons pas plus d'hypothèses sur le sujet.

## CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons comme objectif de fournir un modèle théorique sur les courbes de Gatsby en analysant ce qui les affecte. Avec notre modèle repris de Bouchard St-Amant *et al.* (2020) greffé d'un service de garde subventionné, l'investissement parental et les services publics ont une incidence sur le revenu futur des enfants. Un enfant de parents à bas revenus peut décrocher un travail à hauts revenus plus tard, mais la probabilité que cela soit le cas est plus faible que celle d'un enfant de parents à hauts revenus. En caractérisant avec des formes fonctionnelles claires les inégalités de revenus et l'immobilité sociale, qui sont ce qui compose la courbe de Gatsby, nous avons pu définir les circonstances dans lesquelles nous nous trouvons dans une économie gatsbienne. Quand l'économie est gatsbienne, les inégalités et l'immobilité se déplacent en tandem et l'on monte ou l'on descend de la courbe de Gatsby.

Notre analyse des politiques d'éducation publique et de services de garde subventionnés a montré qu'elles peuvent avoir des effets non négligeables sur les inégalités et l'immobilité. Ces canaux de transmission des inégalités peuvent donc expliquer la formation des courbes de Gatsby dans certains pays où le taux de rendement sur l'investissement parental et sur l'éducation a augmenté ces dernières années. Aussi, l'émergence de la littérature sur l'éducation préscolaire et ses conséquences sur la réussite individuelle confirme la nécessité d'inclure cette approche dans l'explication de ces courbes.

Lorsqu'on le compare à ses voisins, le Québec affiche une bonne performance en matière d'inégalités et de mobilité sociale. Cependant, les travaux récents de Connolly *et al.* (2019b) montrent que ces dernières décennies, les inégalités y ont

crû alors que la mobilité sociale y diminuait. En d'autres termes, le Québec semble avoir « monté » le long d'une courbe de Gatsby. Le modèle présenté dans ce mémoire n'offre cependant pas une explication parfaitement satisfaisante de ce qui a été à l'oeuvre au Québec ces dernières décennies. En effet, le Québec s'est doté d'un système d'éducation public et accessible à tous les enfants dans les années 1960. Cet élément est pris en compte dans notre modèle et il pourrait expliquer la détérioration des inégalités et de la mobilité sociale. Par contre, le Québec a mis en place des services de garde accessibles pour tous les enfants à la fin des années 1990, ce qui diffère des services de garde dédiés aux enfants de familles à faibles revenus que nous envisageons dans notre modèle. Pour cette dernière raison, il est difficile de faire le « pont » entre notre modèle et la réalité québécoise.

La combinaison de différents niveaux de financement en services publics influe beaucoup sur la formation des courbes de Gatsby. Nous avons pu constater qu'avoir une économie gatsbienne n'est pas forcément une mauvaise chose et qu'elle peut être une période de transition vers une économie qui ne sera plus gatsbienne.

Néanmoins, les effets des politiques publiques sur l'économie et sur ses bénéficiaires varient énormément. Les mécanismes par lesquels les politiques publiques arrivent à atteindre leur objectif sont multiples et il est nécessaire de les améliorer constamment à la lumière des résultats de la recherche. Développer une mesure du bien-être social permettrait sûrement d'orienter les politiques publiques de façon optimales.

## CHAPITRE VI

### BIBLIOGRAPHIE

Barnett, W. S. (2008a). Why Governments Should Invest in Early Education. *CESifo DICE Report*, 6, 9-14.

Barnett, W. S. et Masse, L. N. (2007). Comparative benefit–cost analysis of the Abecedarian program and its policy implications. *Economics of Education Review*, 26(1), 113-125.

Becker, G. S. et Tomes, N. (1979). An Equilibrium Theory of the Distribution of Income and Intergenerational Mobility. *Journal of Political Economy*, 87(6), 1153–1189.

Becker, G. S. et Tomes, N. (1986). Human Capital and the Rise and Fall of Families. *Journal of Labor Economics*, 4(3, Part 2), 1–39.

Blanden, J. (2009, novembre). How Much Can We Learn from International Comparisons of Intergenerational Mobility ? [CEE Discussion Papers](0111). Centre for the Economics of Education, LSE.

Bouchard St-Amant, P.-A., Garon, J.-D. et Marceau, N. (2020). *Uncovering Gatsby*

*Curves* [CESifo Working Paper Series](8049). CESifo Group Munich.

Casarico, A. et Sommacal, A. (2012). Labor Income Taxation, Human Capital, and Growth : The Role of Childcare\*. *The Scandinavian Journal of Economics*, 114(4), 1182-1207.

Champernowne, D. G. (1953). A Model of Income Distribution. *The Economic Journal*, 63(250), 318–351.

Chetty, R., Hendren, N., Kline, P., Saez, E. et Turner, N. (2014). Is the United States Still a Land of Opportunity? Recent Trends in Intergenerational Mobility †. *American Economic Review*, 104(5), 141–147.

Connolly, M., Corak, M. et Haeck, C. (2019a). Intergenerational Mobility Between and Within Canada and the United States. *Journal of Labor Economics*, 37(2), 595–641.

Connolly, M., Haeck, C. et Lapierre, D. (2019b). *Social Mobility Trends in Canada : Going up the Great Gatsby Curve* [Working Papers](19-03). Groupe de Recherche sur le Capital Humain, École des Sciences de la Gestion de l'Université du Québec à Montréal.

Corak, M. (2013). Income Inequality, Equality of Opportunity, and Intergenerational Mobility. *Journal of Economic Perspectives*, 27(3), 79–102.

Corak, M. (2020). Intergenerational Mobility : What Do We Care About? What Should We Care About? *Australian Economic Review*, 53(2), 230-240.

Dardanoni, V. (1993). Measuring Social Mobility. *Journal of Economic Theory*, 61(2), 372-394.

De Haan, M. et Leuven, E. (2020). Head Start and the Distribution of Long-Term Education and Labor Market Outcomes. *Journal of Labor Economics*, 38(3), 727-765.

Downes, T. A., et Zabel, J. E. (2002). The Impact of School Characteristics on House Prices : Chicago 1987-1991. *Journal of Urban Economics*, 52(1), 1-25.

Duncan, O. D. et Hodge, R. W. (1963). Education and Occupational Mobility a Regression Analysis. *American Journal of Sociology*, 68(6), 629-644.

Erosa, A. et Koreshkova, T. (2007). Progressive taxation in a dynastic model of human capital. *Journal of Monetary Economics*, 54(3), 667-685.

Fack, G., et Grenet, J. (2010). Do Better Schools Raise Housing Prices ? Evidence from Paris School Zoning. *Journal of Public Economics*, 94(1), 59-77.

Friedman, M. (1957). The Permanent Income Hypothesis. Dans *A Theory of the Consumption Function* (p. 20-37). National Bureau of Economic Research, Inc.

Gimenez-Nadal, J. I. et Molina, J. A. (2013). Parents' education as a determinant of educational childcare time. *Journal of Population Economics*, 26(2), 719-749.

Gioacchino, D. D. et Sabani, L. (2009). Education policy and inequality : A political economy approach. *European Journal of Political Economy*, 25(4), 463-478.

Gottschalk, P. et Spolaore, E. (2002). On the Evaluation of Economic Mobility. *Review of Economic Studies*, 69(1), 191–208.

Hanushek, E. A., et Yilmaz, K. (2013). Schools and Location : Tiebout, Alonso, and Governmental Finance Policy. *Journal of Public Economic Theory*, 15(6), 829-855.

Herbst, C. M. et Tekin, E. (2011). Do child care subsidies influence single mothers' decision to invest in human capital? *Economics of Education Review*, 30(5), 901-912.

Herbst, C. M. et Tekin, E. (2008). Child Care Subsidies and Child Development [Working Paper](14474). National Bureau of Economic Research.

Hout, M. (1988). More Universalism, Less Structural Mobility : The American Occupational Structure in the 1980s. *American Journal of Sociology*, 93(6), 1358–1400.

Ichino, A., Karabarbounis, L. et Moretti, E. (2011). The political economy of intergenerational income mobility. *Economic Inquiry*, 49(1), 47-69.

Jerrim, J. et Macmillan, L. (2015). Income Inequality, Intergenerational Mobility, and the Great Gatsby Curve : Is Education the Key? *Social Forces*, 94(2), 505–533.

Lefgren, L., McIntyre, F. et Sims, D. P. (2015). Beyond education and fairness : A labor market taxation model for the Great Gatsby Curve. *Economic Inquiry*, 53(2), 962–978.



Mayer, S. E. et Lopoo, L. M. (2008). Government spending and intergenerational mobility. *Journal of Public Economics*, 92(1-2), 139–158.

Rolnick, A. et Grunewald, R. (2003). Early childhood development : Economic development with a high public return. *Fedgazette* de la Federal Reserve Bank of Minneapolis, 15, 6–12.

Roy, A. D. (1950). The Distribution of Earnings and of Individual Output. *The Economic Journal*, 60(239), 489–505.

Seshadri, A. et Yuki, K. (2004). Equity and efficiency effects of redistributive policies. *Journal of Monetary Economics*, 51 (7), 1415–1447.

Solon, G. (2004). A model of intergenerational mobility variation over time and place. Dans *Generational Income Mobility in North America and Europe* (p. 38–47). (s. l.) : Cambridge University Press.

Stadelmann-Steffen, I. (2011). Education Policy and Educational Inequality—Evidence from the Swiss Laboratory. *European Sociological Review*, 28(3), 379-393.

Temple, J. A. et Reynolds, A. J. (2007). Benefits and costs of investments in preschool education : Evidence from the Child–Parent Centers and related programs. *Economics of Education Review*, 26(1), 126-144.