UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LA GUERRE DES CONSOLES : COMMENT DIFFÉRENCIER SON PRODUIT POUR REMPORTER LA PLUS GRANDE PART DE MARCHÉ

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ COMME EXIGENCE PARTIELLE

MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR

WILLIAM KUNICKI

OCTOBRE 2023

Remerciement

Je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé durant mon parcours académique du primaire jusqu'à l'université. Lorsque j'étais jeune, j'avais beaucoup de difficultés à l'école puisque j'avais des troubles d'apprentissage et un diagnostic d'un TDAH. Je ne pensais pas me rendre très loin dans mes études, mais avec l'aide de mes parents et de plusieurs spécialistes, j'ai pu surmonter ces obstacles. Bref, je tiens à remercier mes parents d'avoir toujours cru en moi et mes capacités même si moi-même je n'y croyais pas parfois. Je veux aussi souligner le travail de plusieurs professeurs qui ont croisé mon chemin du primaire à l'université. Ceux-ci ont su m'inculquer une soif d'apprendre et un désir pour la découverte de nouvelles connaissances. Je tiens aussi à remercier Max Blouin d'avoir été mon directeur de maitrise. Nous avons pu travailler ensemble pour développer un sujet qui me passionne et arriver à écrire une bonne thèse. Je veux remercier aussi Martine qui est toujours présente pour tous les étudiants de maitrise en économie. On sent qu'elle veut nous aider et est toujours disponible pour répondre à nos questions. Finalement, je veux remercier ma conjointe Marie-Pier. Elle a toujours été présente ces dernières années pour me soutenir lorsque j'en avais besoin et m'encourager lorsque les temps étaient plus difficiles. Elle m'a aidé à me garder concentrer sur mon objectif de finir d'écrire mon mémoire.

Table des matières

Liste des tableaux

Résumé

Ce mémoire se penche sur la compétition dans le marché des jeux vidéos. Nous créons un modèle avec deux consoles et deux jeux où le but des consoles est d'aller chercher le plus de consommateurs possible en signant des contrats d'exclusivité avec les développeurs de software. Nous trouvons que les consoles vont vouloir posséder les deux jeux de façon exclusive pour maximiser leur profit.

Mots clés : Jeux vidéos, exclusivité, Monopole, différenciation horizontale.

1 Introduction

Le marché des jeux vidéo est fascinant pour de multiples raisons. Un nombre très vaste de développeurs de software s'affronte pour créer d'excellents jeux qui vont atteindre le plus de gens possible. En général, ce sont surtout les plus grands studios de jeux qui réussissent ce défi, mais parfois même des petites boîtes de jeux vidéo vont créer beaucoup d'engouement et obtenir du succès. Par contre, ces développeurs, qu'ils soient petits ou grands, sont soumis à la volonté des producteurs de consoles de jeu. En effet, il faut une console pour jouer à un jeu et il a un très petit nombre de consoles sur le marché, ce qui leur donne un très grand pouvoir. Les producteurs de consoles sont constamment en compétition pour avoir la plus grande part de marché. Pour se différencier, elles vont se procurer des jeux vidéo exclusifs pour attirer le plus de joueurs possible sur leur console.

Ceci nous amène à discuter de notre sujet principal : l'exclusivité dans le marché des jeux vidéo. Ce sujet est intéressant, car il démontre la dynamique de pouvoir entre les développeurs de software et les créateurs de hardware. En effet, nous voulons étudier si les jeux vont devenir exclusifs aux consoles et si ces dernières ont intérêt à avoir des jeux exclusifs.

Un jeu peu devenir exclusif de plusieurs façons. Une compagnie pourrait acheter les droits de distribution du jeu ou de façon plus simple verser un montant forfaitaire pour les droits exclusifs du jeu. Sinon, une entreprise pourrait payer des royautés pour les droits exclusifs du jeu. Une compagnie de hardware pourrait aussi décider d'acheter tout simplement une entreprise de software pour que celle-ci produise des jeux exclusifs pour sa console. Bien que l'on voie souvent cette technique dans la réalité, dans notre modèle à deux périodes, cette stratégie serait moins envisageable, étant donné que les retours sur ce genre d'investissement s'étalent sur une longue durée.

Dans les négociations entre producteurs de consoles et développeurs de jeux, on pourrait se demander qui a le plus de pouvoir. Nous allons voir que la différenciation des produits joue un rôle d'importance pour ceci. En effet, les consoles sont beaucoup moins différenciées que les jeux. Bien que le modèle présenté ici soit une simplification de la réalité, nous croyons que celui-ci nous permet tout de même de répondre à nos interrogations. La question la plus importante à laquelle nous cherchons réponse : est-ce qu'une console voudrait avoir un jeu exclusif ?

Notre modèle est un jeu à deux périodes. Il y a quatre firmes : deux producteurs de consoles et deux développeurs de jeux. Ces jeux sont différenciés horizontalement, c'est à dire que certains consommateurs préfèrent l'un, tandis que d'autres consommateurs préfèrent l'autre. Dans la première période, les quatre firmes font des négociations pour déterminer quels jeux seront exclusifs à quelles consoles. Dans la seconde période, les firmes offrent leurs produits sur le marché.

Tout d'abord, nous allons commencer avec une revue de littérature en lien avec notre sujet. Par la suite, nous décrivons le modèle et spécifions les hypothèses sur lesquelles il repose. Vient ensuite une analyse des divers scénarios possibles à la deuxième période, puis le résultat principal : l'équilibre du modèle. Le mémoire se termine par une discussion des résultats et des modifications possibles dans de futures recherches.

2 Revue de littérature

Gretz et al. (2019) [7] démontrent comment un jeu exclusif et de grande qualité peut être bénéfique pour le succès, du moins initial, d'une console. L'article stipule que plus le cycle de vie d'une console est avancé, moins les jeux dits superstar sont efficaces pour attirer les joueurs à la console. Par contre, les jeux de moindre qualité ont un impact positif sur la vente de console plus loin dans son cycle de vie, car cela attire les joueurs qui sont plus sensibles au prix. Cet article est pertinent pour ma recherche, car il démontre que les joueurs qui sont des "early-adopter" de la console sont moins sensibles aux prix et vont donc acheter des jeux plus chers. Puisque dans mon modèle, on regarde seulement la première période de vente, nous allons principalement voir ces gens qui ne sont pas sensibles aux prix et qui sont des joueurs avides.

Landsman et Stremersch (2011) [9] discutent de l'impact que le multihoming (hébergement de multiples jeux sur une même console) a sur la performance des consoles. Ils veulent connaître l'impact de la vente de jeux non exclusifs sur la performance des consoles. Est-ce que la console va bien se vendre sans jeux exclusifs ou est-ce que les ventes vont en souffrir ? Leurs conclusions sont que l'effet négatif de ne pas avoir de jeu exclusif est plus grand que l'effet positif du nombre de jeux disponibles sur la plateforme. Aussi, ils trouvent que l'effet négatif de ne pas avoir de jeux exclusifs devient moins grand lorsque la plateforme vieillit et lorsqu'elle accapare une plus grande part de marché. Ceci est utile pour ma recherche puisque cela valide mon hypothèse que les fabricants de consoles ont intérêt à se procurer un jeu exclusif pour leur plateforme. Ceci est surtout vrai dans le contexte de mon étude où les consoles sont à leur première période d'existence. Les auteurs citent un exemple de la compétition entre Blu-ray et HD DVD où Sony avait pu avoir des droits exclusifs pour la diffusion de plusieurs films sur son disque Blu-ray. Ceci a permis à la compagnie de sortir avec le monopole sur la technologie de disque HD.

Selon Corts et Lederman (2009) [4] les compagnies de software font face à des effets de réseaux indirects entre plateformes puisqu'une compagnie de software va prendre en compte le nombre de joueurs sur les autres plateformes. Les chercheurs disent que puisque le coût de production d'un jeu vidéo a augmenté considérablement dans les dernières années, mais que les coûts pour "porte" un jeu sur une autre console ont diminué, il est plus lucratif de ne pas être exclusif. Ceci voudrait dire que pour convaincre une compagnie de software de vendre son jeu exclusivement sur une plateforme, la compagnie de hardware devra compenser la perte de revenu du développeur. Il ne serait pas profitable pour un développeur de produire un jeu massif comme Grand Theft auto qui coûte des centaines de millions de dollars à créer s'il ne peut pas le vendre sur plusieurs consoles. Il faudrait au développeur dans ce cas un très gros incitatif monétaire pour produire son jeu de façon exclusive.

Derdenger (2014) [5] dit que lorsqu'une compagnie de hardware obtient l'exclusivité pour un jeu, ceci fait en sorte d'augmenter le pouvoir de marché de la console et son prix. Par contre, ceci va avoir comme effet de diminuer les prix puisque les firmes sont intégrées. Puisque les firmes de software et de hardware forment maintenant une seule firme, ceci rend la production efficace et permet la diminution des prix. Il détermine que rendre du software exclusif augmente la compétition par les prix, ce qui fait en sorte que les producteurs de consoles vont vendre leur produit à perte pour faire croitre la vente de jeux vidéo puisque c'est ici que les compagnies vont chercher l'argent. Ceci est intéressant pour ma recherche puisque ça porte à croire que mon modèle pourrait réagir de la même façon : la compétition de prix chez les producteurs de consoles est intense et que les compagnies vont choisir de vendre à perte pour ainsi vendre plus de jeux. C'est relativement logique puisque la durée de vie d'une console est de plusieurs années, ce qui permet aux consommateurs d'acheter plusieurs jeux sur la console. Les compagnies aiment mieux perdre de l'argent pour que plus de joueurs achètent une console. Reste à voir si je vais retrouver les mêmes résultats ou si mon modèle déviera du sien.

Song, Jung et Cho (2017) [12] discutent de l'impact des biens complémentaires sur la compétition entre les plateformes de jeux vidéo. Cet article se concentre sur deux caractéristiques du software : la qualité et l'exclusivité. Les auteurs veulent étudier comment ces caractéristiques peuvent donner un avantage compétitif aux consoles. Ils postulent qu'un jeu de meilleure qualité a un impact favorable sur la vente d'une console. Ceci est aussi vrai, d'après eux, pour ce qui est des jeux vidéo exclusifs. Les chercheurs trouvent qu'il est vrai de dire que les jeux vidéo exclusifs de grande qualité ont un impact positif sur la vente de console. Ils trouvent aussi que ces jeux vidéo sont surtout produits par des développeurs de software qui sont intégrés verticalement avec le producteur de hardware. Les auteurs notent qu'il est important pour les firmes de hardware de produire une console de bonne qualité puisque ceci affecte la volonté des développeurs de software indépendant à vouloir produire un jeu pour la console. Ceci est un point important, car les chercheurs démontrent que les jeux de grande qualité qui ne sont pas exclusifs sont importants pour une console plus tard dans son cycle de vie.

Maruyama et Ohkita (2010) [10] se demandent si les firmes de hardware sont incitées à utiliser des contrats d'exclusivité et si les firmes de software ont un incitatif à les signer. Pour répondre à leurs questions, les chercheurs se basent sur les données du marché des jeux vidéo japonais entre les années 1984 et 1994. Les auteurs trouvent qu'il est avantageux pour les firmes de hardware qui sont très différenciées les unes des autres de vendre des jeux exclusifs. Ceci est aussi le cas lorsque les consommateurs ont un bénéfice marginal élevé pour une plus grande variété de jeux. Ils viennent ensuite parler du changement auquel le marché japonais fait face à la fin de la période étudiée. Ils discutent de l'augmentation du nombre de jeux vidéo et de consoles disponibles et de comment ceci à fait en sorte que moins de jeux exclusifs à une console se fassent produire. Ils rajoutent une note finale très intéressante sur le fait qu'il est mieux pour le bien-être des consommateurs d'avoir un environnement avec des jeux non exclusifs puisque les joueurs ont plus de choix.

Selon Thomes (2015) [13], les firmes de hardwares se font compétition pour les développeurs de software et pour les consommateurs. Les firmes peuvent investir dans la production de jeux exclusifs. Cependant, si les développeurs peuvent vendre leurs jeux sur plusieurs plateformes et si les joueurs ont seulement une plateforme, il n'est pas profitable de faire cet investissement. Par contre, à l'équilibre, ils ne peuvent pas s'empêcher de produire leur propre jeu et l'auteur compare ceci au dilemme du prisonnier. Il explique que si les joueurs choisissent d'acheter une seule console, alors les fabricants de consoles vont se faire compétition en investissant dans des jeux exclusifs. Ceci fait en sorte de réduire le profit des fabricants. Par contre, il n'est pas crédible de croire que les firmes de hardware ne vont pas produire leur propre jeu puisqu'elles auraient intérêt à dévier. En effet, si une firme produisait un jeu exclusif, elle serait capable de voler une partie des joueurs à la firme adverse. Ceci est pertinent pour mon modèle parce que je veux aussi analyser les stratégies des firmes de hardware et les décisions qu'elles vont prendre lorsqu'elles considèrent leur adversaire. Il sera intéressant de voir si, dans mon modèle, les résultats que je vais obtenir seront les mêmes ou non. L'auteur va plus loin et démontre que si chaque joueur achète plus qu'une console, alors les firmes de hardware se retrouvent en situation de monopole. Il est donc profitable de produire des jeux exclusifs puisque les firmes ne se volent pas de consommateurs.

Armstrong (2006) [1] présente trois modèles basés sur un marché où deux groupes interagissent via des plateformes. Dans ce type de marché, le bénéfice qu'un groupe reçoit lorsqu'il rejoint une plateforme provient de la taille de l'autre groupe sur la plateforme. Les trois modèles présentés sont le modèle de monopole, le modèle de compétition entre plateformes et le modèle où un groupe rejoint toutes les plateformes. Cet article est pertinent pour mon modèle puisque j'étudie aussi un marché à deux côtés. En effet, le marché des jeux vidéo est caractérisé par la console et les deux groupes : les joueurs et les développeurs de software. Les joueurs et les développeurs tirent plus de bénéfices lorsque l'autre groupe est plus grand. Si une console a plus de jeux disponibles, les joueurs vont avoir une plus grande variété de choix. Si une console a une grande base de joueurs, les développeurs vont vouloir produire des jeux sur cette plateforme puisque le marché est plus grand. Armstrong souligne un point intéressant dans son modèle qui se concentre sur un marché qui est caractérisé par le "singlehoming", c'est-à-dire lorsque les agents choisissent une seule plateforme. Lorsque les plateformes sont en situation de duopole, les prix sont beaucoup plus compétitifs qu'en situation de monopole puisque si les prix sont très élevés, un agent aurait l'option de changer de plateforme, ce qui affecterait la capacité de la plateforme initiale d'aller chercher des agents de l'autre groupe. Ceci n'est pas vrai dans la situation de monopole puisque l'agent qui ne veut pas payer un prix trop élevé quitte simplement le marché.

Caillaud et Julien (2003) [2] se penchent, eux aussi, sur les marchés avec un intermédiaire. Par contre, les auteurs vont étudier surtout les marchés où les plateformes sont principalement des intermédiaires qui relaient de l'information. Pensons ici à Amazon, la compagnie est un site où des vendeurs et des acheteurs se retrouvent pour s'échanger des produits. L'article étudie plusieurs aspects de ce genre de marché, incluant l'exclusivité. Les chercheurs arrivent à la conclusion qu'il n'est pas profitable pour les firmes d'imposer l'exclusivité à leurs clients puisque ceci crée beaucoup de compétition pour s'attirer les consommateurs et fait disparaitre le profit. Les auteurs concluent qu'il existe plusieurs équilibres qui sont parfois efficaces et parfois inefficaces. Ceci est dû au fait que la technologie et la stratégie de prix utilisées par les diverses firmes peuvent varier grandement. Il est profitable pour les firmes servant d'intermédiaires de laisser d'autres firmes rentrer sur le marché et laissez les agents choisir plusieurs intermédiaires à la fois. Puisque les firmes sont plus variées et différentes, ceci fait en sorte de diminuer la compétition par les prix et donne plus de pouvoir de marché aux diverses firmes, ce qui augmente les profits. Bien que l'article ne se penche pas directement sur mon sujet, il décrit tout de même un environnement de marché similaire à celui étudié dans mon texte. Plusieurs parallèles peuvent être tirés entre cet environnement et celui des jeux vidéo.

3 Structure du modèle

Dans cette section, nous décrivons le fonctionnement du modèle et les acteurs qui y opèrent. Le modèle se déroule en deux périodes, avec trois groupes d'acteurs différents : un continuum de consommateurs, deux producteurs de hardware (que nous appellerons simplement *producteurs*), et deux développeurs de software (que nous appellerons *développeurs*).

Chaque développeur fabrique un seul jeu vidéo. Chaque producteur fabrique une seule console de jeu. Ce qui intéresse le consommateur, c'est de jouer à un jeu vidéo ; il achètera un seul des deux jeux offerts sur le marché, ou bien aucun d'eux. Or, pour jouer à un jeu, il faut non seulement acheter le jeu lui-même, mais aussi une console de jeu. Il y a donc une relation de complémentarité entre jeu vidéo et console.

Cependant, un jeu n'est pas forcément compatible technologiquement avec les deux consoles. C'est au développeur de software de décider s'il rendra son jeu compatible avec les deux consoles ou avec une seule d'elles.

Il n'y a pas d'externalités de réseau dans le modèle. Dans la réalité un consommateur, lorsqu'il choisit un jeu vidéo, pourrait être influencé par la popularité d'un jeu ou le nombre de ses ami(e)s qui l'ont déjà. Nous faisons abstraction de ce facteur.

3.1 Deux périodes

La première période du jeu couvre les négociations entre les producteurs et les développeurs quant à cette compatibilité. À l'issue de ces négociations, chaque jeu sera compatible avec l'une ou l'autre des consoles, ou avec les deux. Le producteur qui désire qu'un jeu particulier soit exclusif à sa console devra payer au développeur du jeu une somme d'argent à déterminer lors des négociations. Il peut s'agir d'un montant fixe ou d'une royauté, c'est-à-dire d'un montant proportionnel à la quantité de jeux vendue subséquemment aux consommateurs.

Le concept d'*exclusivité* s'applique aux jeux et non aux consoles. Une entente d'exclusivité entre le développeur d'un jeu et le producteur d'une console signifie que le jeu en question ne pourra être joué qu'avec cette console. La console, par contre, pourra possiblement être utilisée avec un autre jeu (si cet autre jeu n'est pas lui-même exclusif à une autre console). Il est même possible qu'une console ait *deux* contrats d'exclusivité, un avec chaque développeur, éliminant ainsi l'autre console du marché.

Si un jeu n'est pas exclusif à une console, on dira qu'il est *universel*.

Nous faisons l'hypothèse que toute entente conclue lors de cette première période sera respectée par la suite. S'il y a un bénéfice à se retirer d'une entente de compatibilité ou d'exclusivité (la vente de plus de jeux, par exemple), alors nous supposons que celui-ci est inférieur au coût encouru suite au bris de l'entente (poursuite judiciaire coûteuse, etc.). Nous ne considérerons donc pas les incitations à dévier d'une entente déjà conclue.

À la deuxième période, les producteurs de consoles et les développeurs de jeux choisissent simultanément leurs prix et les affichent. Les consommateurs décident alors quelle combinaison console-jeu acheter. Un consommateur a bien sûr l'option de ne rien acheter du tout. Nous excluons la possibilité qu'un consommateur achète plus d'un jeu ; il s'agit d'une hypothèse simplificatrice.

Nous supposons que les producteurs et développeurs n'ont aucun coût de production. C'est aussi une hypothèse simplificatrice.

Ces hypothèses simplificatrices nous permettent de nous concentrer davantage sur le thème principal de ce modèle, qui est l'effet des ententes de compatibilité ou d'exclusivité sur la différenciation des produits.

3.2 Différence entre les produits

Pour un consommateur, les deux consoles sont qualitativement identiques. Les deux jeux, par contre, ne le sont pas. Donc, si les deux consoles sont offertes au même prix, on décidera d'acheter une console plutôt que l'autre uniquement dans le but de jouer à un certain jeu. Cette hypothèse nous permet de mettre l'accent sur la différenciation horizontale qui existe entre les jeux vidéo.

En effet, les jeux varient énormément d'un genre à un autre. Bien que la qualité de deux jeux (différence verticale) puisse être objectivement la même, des critères subjectifs peuvent différencier les jeux de façon horizontale. Par exemple, un jeu de sport peut être de même qualité qu'un jeu d'aventure, mais ces jeux vont être appréciés différemment par les gens tout dépendamment de leur critère subjectif (leurs préférences, autrement dit).

Même si la machine qu'est la console n'est pas différente (horizontalement ou verticalement) d'une autre, les jeux auxquels on peut jouer avec cette console vont la rendre distincte. Par exemple, si un jeu de sport est exclusif à une console (c'est-à-dire compatible avec cette console et avec aucune autre) alors pour un amateur de ce type de jeu, cette console sera différente d'une autre et ultimement, toutes choses étant égales par ailleurs, elle sera préférée par le consommateur.

Dans la réalité deux jeux peuvent différer l'un de l'autre selon plusieurs critères : nature du défi à relever, possibilité de jouer seul ou avec d'autres, effets visuels et sonores, etc. Mathématiquement, donc, la différence entre deux jeux pourrait comporter plusieurs dimensions. Pour simplifier le modèle, nous supposons qu'un seul critère de différenciation existe. Nous pouvons donc placer les deux jeux (que nous appelons $\boldsymbol{J_0}$ et $\boldsymbol{J_1}$) aux deux extrémités d'un espace linéaire de mesure 1, comme dans la Figure 1.

Figure 1 : Espace de différenciation qualitative des jeux.

La différence entre les jeux vidéo est exogène dans le modèle. Les firmes ne sont donc pas en mesure de décider de l'*emplacement* de leurs jeux sur l'intervalle unitaire, comme dans le modèle d'Hotelling. Nous fixons leurs emplacements afin de nous concentrer sur un autre aspect du marché, voire celui des incitations menant aux contrats d'exclusivité entre producteurs et développeurs.

Dans le modèle qui suit, les développeurs auront les noms suivants : firme **0** (celle qui fabrique le jeu $\boldsymbol{J_0}$) et firme **1** (celle qui fabrique le jeu $\boldsymbol{J_1}$). Les producteurs seront : la firme $\boldsymbol{A}$ (qui fabrique la console $\boldsymbol{A}$), et la firme $\boldsymbol{B}$ (qui fabrique la console $\boldsymbol{B}$).

3.2.1 Compatibilité et exclusivité

Les négociations entre producteurs et développeurs sont bien sûr très importantes pour les deux. Pour un développeur, il s'agit d'une opportunité de signer une entente lucrative qui s'ajoutera aux profits de la vente de jeux. Pour un producteur de console, l'enjeu est un peu plus complexe. Prenons deux exemples.

Si au bout des négociations aucun des jeux n'est compatible avec la console $\boldsymbol{A}$, alors celle-ci n'a aucune valeur sur le marché. La firme $\boldsymbol{A}$ a donc un profit nul, une situation qu'elle aimerait éviter.

Si au bout des négociations les deux jeux sont compatibles avec les deux consoles, alors les consoles $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$ deviennent des substituts parfaits. Comme la concurrence (à la deuxième période) se fera par les prix, l'issue sera nécessairement celle du modèle de Bertrand, avec des profits nuls. C'est cela aussi une situation qu'un producteur de console souhaiterait éviter. Dans cette situation, les jeux, eux, sont différenciés, et généreront donc des profits pour les développeurs.

La seule vraie façon pour un producteur de console de différencier son produit de l'autre marque est de s'assurer qu'au moins un des jeux soit compatible avec sa console, mais pas avec l'autre. Cette exclusivité distinguerait sa console de l'autre et lui conférerait une certaine valeur. C'est pourquoi ce sont les producteurs de consoles qui paient les développeurs pour entrer dans de telles ententes. [1]

Les modalités de ces ententes seront discutées plus loin.

3.2.2 Issues possibles des négociations

Nous procédons maintenant à l'énumération des résultats possibles de la période de négociation. Nous identifions les six scénarios suivants :

scénario 1 : chaque jeu est exclusif à une console différente

scénario 2 : les deux jeux sont exclusifs à la console $\boldsymbol{A}$

scénario 3 : les deux jeux sont exclusifs à la console $\boldsymbol{B}$

scénario 4 : un des jeux est exclusif à la console $\boldsymbol{A}$ et l'autre est universel

scénario 5 : un des jeux est exclusif à la console $\boldsymbol{B}$ et l'autre est universel

scénario 6 : les deux jeux sont universels

Le scénario qui est atteint au bout des négociations constitue le contexte dans lequel se déroulera la deuxième période. Autrement dit, chaque scénario est un sous-jeu différent.

3.3 Profits

Comme mentionné plus haut, les firmes n'ont pas de coûts de production. Leurs profits sont entièrement déterminés par leurs recettes (ventes de jeux ou consoles, selon le cas) et par les modalités des ententes signées à la première période, le cas échéant. Une entente d'exclusivité peut inclure un montant fixe ou une royauté, ou même les deux.

Définissons quelques variables qui seront utilisées dans les fonctions de profit. Appelons $\boldsymbol{q_c}$ la quantité de la console $\boldsymbol{c}$ vendue, où $\boldsymbol{c} \in \{\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}\}$; et $\boldsymbol{q_i}$ la quantité du jeu $\boldsymbol{J_i}$ vendue, où $\boldsymbol{i} \in \{\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}\}$. S'il y a une entente d'exclusivité entre la console $\boldsymbol{c}$ et le jeu $\boldsymbol{J_i}$, alors nous dénoterons par $\boldsymbol{K_{ci}}$ le montant fixe et par $\boldsymbol{r_{ci}}$ la royauté que le producteur de la console a accepté de payer au développeur.

Si un producteur n'a pas d'entente d'exclusivité, son profit sera

1. Il est à remarquer que la distribution d'un jeu sur le marché est assumée par le développeur lui-même. Il n'est donc pas possible pour un producteur de console d'empêcher un jeu d'être vendu. Sinon, un producteur pourrait menacer de bloquer la vente d'un jeu afin d'extraire des concessions monétaires de la part du développeur.

$$\boldsymbol{\pi_c} = \boldsymbol{P_c\, q_c} \tag{1}$$

où $\boldsymbol{P_c}$ est le prix qu'il charge pour sa console. S'il a une entente d'exclusivité avec le développeur du jeu $\boldsymbol{J_i}$, alors son profit devient

$$\boldsymbol{\pi_c} = \boldsymbol{P_c\, q_c - K_{ci} - r_{ci}\, q_i} \tag{2}$$

Si un développeur n'a pas d'entente, son profit sera

$$\boldsymbol{\pi_i} = \boldsymbol{\lambda_i\, q_i} \tag{3}$$

où $\boldsymbol{\lambda_i}$ est le prix qu'il charge au consommateur pour son jeu. S'il a une entente avec le producteur de la console $\boldsymbol{c}$, alors son profit sera

$$\boldsymbol{\pi_i} = \boldsymbol{\lambda_i\, q_i + K_{ci} + r_{ci}\, q_i} \tag{4}$$

3.4 Consommateurs

Passons maintenant à la description des consommateurs. Les consommateurs sont hétérogènes ; ils ne diffèrent que dans leurs préférences relatives pour les jeux $\boldsymbol{J_0}$ et $\boldsymbol{J_1}$. Il est convenable, donc, de les distribuer sur l'intervalle unitaire de la Figure 1, aux extrémites duquel se trouvent les deux jeux. Nous supposons en fait qu'ils sont distribués *uniformément* sur cet intervalle.

Pour un consommateur situé à $\boldsymbol{x = 0}$ le jeu $\boldsymbol{J_0}$ est idéal, tandis que pour un consommateur situé à $\boldsymbol{x = 1}$ le jeu $\boldsymbol{J_1}$ est idéal. Pour un consommateur situé strictement entre 0 et 1 son jeu idéal serait à son emplacement $\boldsymbol{x}$, mais étant donné qu'aucun jeu n'est offert à cet emplacement, il devra se contenter d'un des deux autres. Son utilité sera diminuée par la distance qui le sépare du jeu choisi : cette distance est $\boldsymbol{x}$ s'il choisit le jeu $\boldsymbol{J_0}$ et $\boldsymbol{1 - x}$ s'il choisit le jeu $\boldsymbol{J_1}$.

3.4.1 Utilité du consommateur

Pour jouer à un jeu, le consommateur doit acheter un jeu et une console. Rappelons que les jeux s'appellent $\boldsymbol{J_0}$ et $\boldsymbol{J_1}$, et que les consoles s'appellent $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$.

Au début de la seconde période les producteurs et développeurs choisissent leurs prix : $\boldsymbol{P_A}$ et $\boldsymbol{P_B}$ pour les consoles ; $\boldsymbol{\lambda_0}$ et $\boldsymbol{\lambda_1}$ pour les jeux.

L'utilité d'un consommateur situé à $\boldsymbol{x}$ qui achète une console $\boldsymbol{c \in \{A, B\}}$ et un jeu $\boldsymbol{J_i}$ où $\boldsymbol{i \in \{0, 1\}}$ est (en supposant que le jeu $\boldsymbol{J_i}$ soit compatible avec la console $\boldsymbol{c}$)

$$\boldsymbol{u(x, i, c)} = \boldsymbol{U - d(x, i) - \lambda_i - P_c} \tag{5}$$

où $\boldsymbol{U}$ est une constante positive représentant l'utilité maximale que peut donner un jeu, et $\boldsymbol{d(x,i)}$ est la distance entre $\boldsymbol{x}$ et le jeu choisi, soit

$$\boldsymbol{d(x,i) = |i - x|} \quad . \tag{6}$$

Ainsi, le jeu $\boldsymbol{J_0}$ procure une utilité

$$\boldsymbol{u(x,0,c) \;=\; U - x - \lambda_0 - P_c} \tag{7}$$

au consommateur situé à $\boldsymbol{x}$ (en supposant que le jeu soit compatible avec la console) ; et le jeu $\boldsymbol{J_1}$ procure au même consommateur une utilité

$$\boldsymbol{u(x,1,c) \;=\; U - (1 - x) - \lambda_1 - P_c} \tag{8}$$

(toujours en supposant que le jeu soit compatible avec la console).

Si l'individu n'achète rien, il aura 0 comme utilité.

Nous rappelons notre hypothèse que le consommateur n'achètera qu'un jeu (ou aucun jeu). À la rigueur, on pourrait remplacer cette hypothèse par l'imposition d'une contrainte budgétaire suffisamment restrictive pour chaque consommateur.

3.5 Définition de l'équilibre

Avant de procéder, nous voulons décrire le concept d'équilibre qui nous semble approprié pour ce jeu. Bien entendu, les comportements des divers agents doivent être optimaux (dans un sens que nous allons préciser) à chacune des deux périodes.

3.6 Conditions d'équilibre : seconde période

Dans chaque sous-jeu (i.e. dans chacun des scénarios énumérés plus haut) :
- Chaque firme choisit le prix qui maximise son profit.
- Chaque consommateur choisit l'option qui maximise son utilité.

3.7 Conditions d'équilibre : première période

Sachant ce qui les attend dans chacun des scénarios de la seconde période, les quatre firmes concluent des ententes qu'elles considèrent optimales. Spécifiquement

- Si, à la fin des négociations, une firme a signé une entente d'exclusivité, elle ne doit pas regretter de l'avoir fait : spécifiquement, elle n'aurait pas préféré une entente avec un autre partenaire, et elle n'aurait pas préféré ne pas conclure d'entente du tout.

— Si, à la fin des négociations, deux firmes (un producteur et un développeur) se retrouvent sans entente d'exclusivité, les deux doivent préférer cette situation à celle où elles auraient conclu une entente entre elles.

Ces conditions d'équilibre se rapprochent beaucoup de la notion de *stabilité* utilisée par Gale et Shapley (1962) [6], notion qui est devenue assez standard dans les modèles d'appariement. L'algorithme Gale-Shapley est un mode d'appariement entre joueurs de types différents. Il y a $\boldsymbol{n}$ joueurs de type 1 (les *hommes*, dans l'exemple de Gale et Shapley) et $\boldsymbol{n}$ joueurs de type 2 (*femmes*). L'algorithme forme des paires (*mariages*, chaque paire étant constituée d'un joueur de chaque type. L'algorithme garantit deux choses :

— Chaque mariage est stable : un homme et une femme dans des mariages différents ne veulent pas dissoudre leur union existante afin de s'unir.

— Tout le monde se marie.

Nous n'adoptons pas ces conditions entièrement. En fait, nous élargissons les préférences de chaque joueur pour inclure (toujours dans le jargon de Gale et Shapley) le célibat et la polygamie comme options viables. En effet, dans notre modèle, on peut avoir à l'équilibre :

— un producteur et un développeur sans entente, *si c'est cela que les deux préfèrent*;

— un producteur uni aux deux développeurs par des ententes d'exclusivité, *si c'est cela que les trois préfèrent*; i.e. si le producteur préfère ceci à n'avoir qu'une entente; et si chaque développeur préfère ceci 'a n'avoir aucune entente ou avoir une entente avec l'autre producteur.

L'utilisation de ce concept d'équilibre donne lieu à une légère différence avec le concept traditionnel d'équilibre parfait en sous-jeux, car nous pouvons envisager ici la possibilité d'une déviation par *deux* joueurs simultanément : un producteur et un développeur sans entente. Ce critère nous semble toutefois assez intuitif, car il a pour objet l'existence ou non d'une occasion manquée. Essentiellement, nous ne trouvons pas "équilibrée" une situation dans laquelle deux joueurs auraient négligé de conclure une entente bénéfique pour les deux.

4 Demande pour les produits

Chaque consommateur choisira l'option qui lui rapportera le plus haut niveau d'utilité : l'achat du jeu $\boldsymbol{J_0}$ (avec console compatible), l'achat du jeu $\boldsymbol{J_1}$ (avec console compatible), ou aucun achat.

Comme on peut s'y attendre, les équations (7) et (8) démontrent que la demande pour le jeu $\boldsymbol{J_0}$ est décroissante en $\boldsymbol{x}$, alors que celle pour le jeu $\boldsymbol{J_1}$ est croissante en $\boldsymbol{x}$. Cette observation permet d'anticiper comment l'intervalle unitaire (i.e. la population) se divisera entre ceux qui choisissent l'un jeu et ceux qui choisissent l'autre (et possiblement ceux qui choisissent de ne rien acheter).

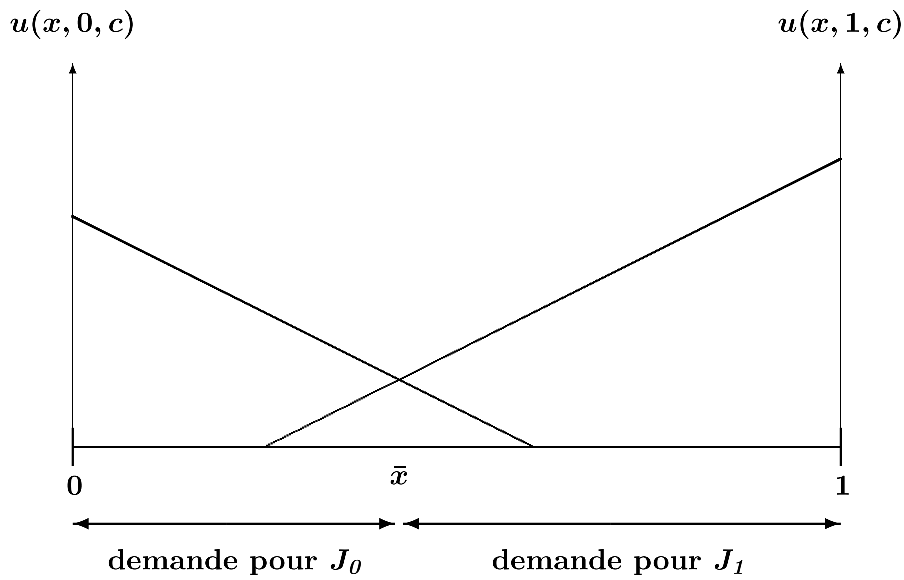

Figure 2 : Situation du consommateur indifférent.

4.1 Situation du consommateur indifférent

Une première possibilité est-ce qu'on appellera la situation du **consommateur indifférent**. Ceci est illustré à la Figure 2. À l'horizontale, on reconnaît l'intervalle unitaire de la Figure 1. L'axe vertical de gauche mesure $u(x, 0, c)$ et celui de droite mesure $u(x, 1, c)$.

Sur la figure, on voit tous les consommateurs dans l'intervalle $[0, \bar{x}[$ auront une préférence pour le jeu J_0 et que tous ceux dans l'intervalle $]\bar{x}, 1]$ auront une préférence pour le jeu J_1. Le consommateur situé à $\bar{x}$ sera indifférent entre les deux jeux. Tous les consommateurs vont préférer acheter un jeu à ne rien acheter, car pour tout x il y a au moins un jeu dont l'achat fournit une utilité positive.

Dans cette situation, la demande pour le jeu J_0 sera $\bar{x}$ et celle pour le jeu J_1 sera $1 - \bar{x}$.

Pour trouver la valeur de $\bar{x}$, il suffit d'égaliser les niveaux d'utilité des équations (7) et (8). La solution dépend de quelles consoles sont achetées dans les deux cas. Prenons l'exemple où il faut acheter la console A pour joueur au jeu J_0 et la console B pour jouer au jeu J_1. Alors la position du consommateur indifférent se trouve en stipulant

$$u(\bar{x}, 0, A) \quad = \quad u(\bar{x}, 1, B) \tag{9}$$

Ceci donne comme résultat

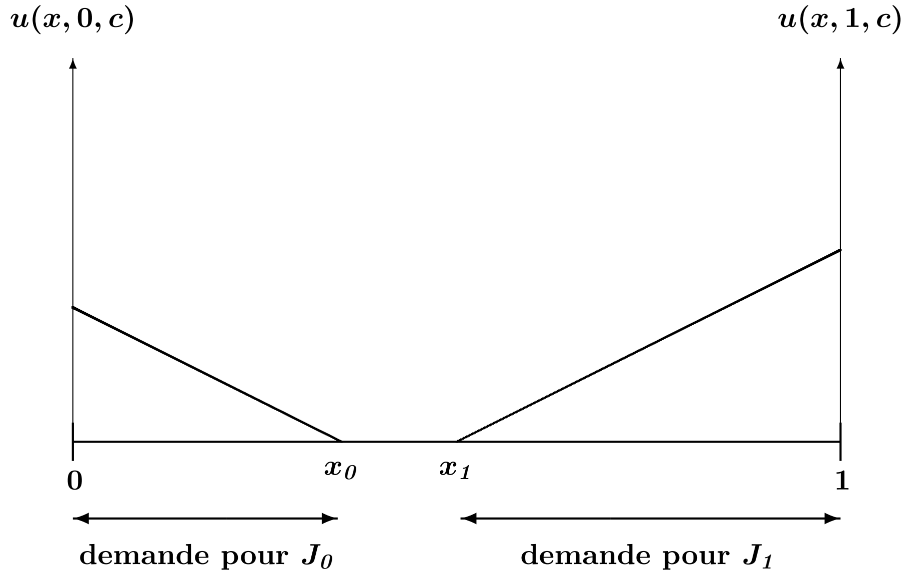

Figure 3 : Situation de demande fracturée.

$$\bar{x} = \frac{1 + (P_B - P_A) + (\lambda_1 - \lambda_0)}{2} \tag{10}$$

L'utilité de ce consommateur indifférent (que nous appellerons $\bar{u}$) sera

$$\bar{u} = U - \left[\frac{1 + P_A + P_B + \lambda_0 + \lambda_0}{2}\right] \tag{11}$$

Pour que cette analyse ait du sens, il faut que $\bar{u} \geq 0$. En effet, comme le montre la Figure 2, le consommateur situé à $\bar{x}$ est celui qui obtient l'utilité la plus basse dans cette situation. Donc si $\bar{u} \geq 0$ nous savons que tous les autres consommateurs ont une utilité positive. Ils achètent donc tout un jeu, et les demandes pour les deux jeux sont bien celles que nous venons de calculer.

Par contre, si $\bar{u} < 0$, alors nous nous trouvons dans une situation différente, et de nouveaux calculs sont nécessaires.

4.2 Situation de demande fracturée

La deuxième possibilité est-ce qu'on appellera la **demande fracturée**. Cette situation est illustrée à la Figure 3. Ici, étant donnés les prix des consoles et des jeux, il existe un groupe de consommateurs à l'intérieur de l'intervalle unitaire qui sont trop distants des deux jeux pour pouvoir obtenir une utilité positive en achetant l'un d'eux.

Bien que le graphique ne montre pas l'intersection des deux courbes d'utilité, on voit que cette intersection se trouverait à un niveau d'utilité négatif. Nous sommes donc bien dans le cas où $\bar{u} < 0$.

Dans cette situation, pour calculer la demande pour le jeu J_0, il faut identifier x_0, le consommateur qui est indifférent entre acheter le jeu J_0 et ne rien acheter. La demande pour le jeu J_0 est x_0. Similairement, la demande pour le jeu J_1 sera $1 - x_1$, où x_1 est le consommateur indifférent entre acheter le jeu J_1 et ne rien acheter.

Encore une fois, pour faire les calculs, il faut spécifier quelle console on doit acheter avec quel jeu ; à titre d'exemple, nous continuons de supposer que la console A est nécessaire pour jouer au jeu J_0 et que la console B est nécessaire pour jouer au jeu J_1.

On identifie x_0 en spécifiant $u(x_0, 0, P_A) = 0$, ce qui nous donne la demande pour le jeu J_0 :

$$x_0 = U - \lambda_0 - P_A \quad . \tag{12}$$

Similairement la demande pour le jeu J_1 se trouve en spécifiant $u(x_1, 1, P_B) = 0$, ce qui donne :

$$1 - x_1 = U - \lambda_1 - P_B \quad . \tag{13}$$

Que faut-il pour qu'une situation de demande fracturée soit un équilibre ? En regardant la Figure 3 on voit qu'à la marge, il n'y a pas de concurrence entre les deux jeux. Les jeux, donc, sont suffisamment différenciés pour que chacun puisse exercer un pouvoir de monopole sur sa clientèle.

Mathématiquement, cela veut dire que le paramètre U (qui représente l'utilité maximale que peut donner un jeu) est faible relativement à la distance (égale à 1) qui sépare les deux jeux. Cette situation, bien que possible dans la réalité, s'éloigne de ce qui motive notre recherche, c'est-à-dire la concurrence dans le monde des jeux. Nous allons donc supposer que U est suffisamment élevé pour que cette situation ne soit pas un équilibre. Spécifiquement, nous supposerons $U \geq 2.5$.

Une preuve formelle de l'impossibilité d'un équilibre avec demande fracturée (si on suppose $U \geq 2.5$) est fournie dans l'Appendice 1.

4.3 Monopole

Il est aussi possible d'imaginer une situation comme celle illustrée à la Figure 4. Ici tous les consommateurs choisissent d'acheter le jeu J_1, car c'est la meilleure option pour tout $x \in [0, 1]$.

Qu'est-ce qui peut expliquer une telle situation ? Le jeu J_0 (ou la console qu'il faut pour y jouer) est trop cher. Alors, on ne peut s'attendre à voir cette situation en équilibre. Il y a au moins une firme (développeur du jeu J_0 ou producteur de la console qui va avec) qui a un profit nul et qui pourrait obtenir un profit positif en baissant ses prix.

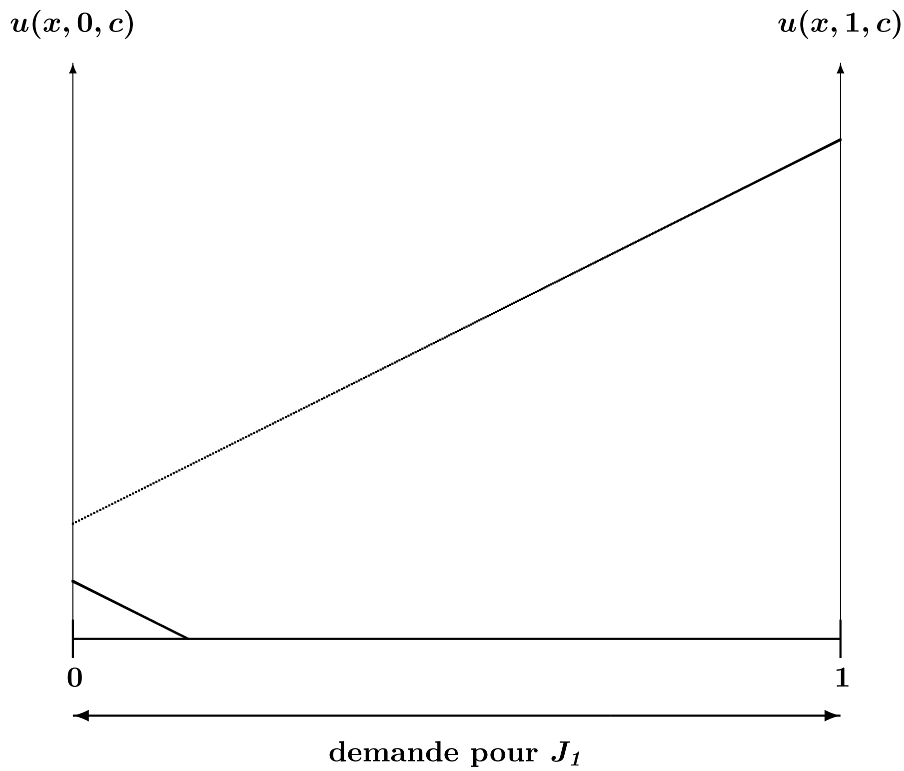

Figure 4 : Situation de monopole.

4.4 Conclusion

Nous pouvons conclure que si $\boldsymbol{U} \geq \mathbf{2.5}$ nous serons dans la situation du consommateur indifférent.

5 Seconde période : le marché

Afin d'identifier les équilibres du modèle, nous procédons par induction à rebours. Dans ce chapitre, il est question de la seconde période, celle où les divers produits sont vendus aux consommateurs. La première période, celle des négociations entre producteurs et développeurs, sera étudiée au chapitre suivant.

Au début de la seconde période, les firmes choisissent leurs prix afin de maximiser leurs profits. En calculant $\bar{\boldsymbol{x}}$ (ou $\boldsymbol{x_0}$ et $\boldsymbol{x_1}$, le cas échéant) comme nous l'avons fait, ils sont en mesure d'anticiper quelle sera la demande pour leurs produits.

Mais la demande pour leurs produits ne dépend pas seulement des prix ; elle dépend aussi de la compatibilité entre jeux et consoles. En ce qui concerne cette compatibilité, rappelons qu'il y a six scénarios possibles :

scénario 1 : chaque jeu est exclusif à une console différente

scénario 2 : les deux jeux sont exclusifs à la console $\boldsymbol{A}$

scénario 3 : les deux jeux sont exclusifs à la console $\boldsymbol{B}$

scénario 4 : un des jeux est exclusif à la console $\boldsymbol{A}$ et l'autre est universel

scénario 5 : un des jeux est exclusif à la console $\boldsymbol{B}$ et l'autre est universel

scénario 6 : les deux jeux sont universels

Dans chaque cas, nous supposerons que l'équilibre prendra la forme de la Figure 2 (situation du consommateur indifférent). Nous démontrons dans l'Appendice 1 qu'un équilibre tel que dépeint à la Figure 3 (situation de demande fracturée) n'est pas possible si le paramètre $\boldsymbol{U}$ est suffisamment élevé.

Rappelons qu'à la période 2 les modalités d'ententes d'exclusivité ($\boldsymbol{r_{A0}}$, $\boldsymbol{r_{A1}}$, $\boldsymbol{r_{B0}}$, $\boldsymbol{r_{B1}}$, $\boldsymbol{K_{A0}}$, $\boldsymbol{K_{A1}}$, $\boldsymbol{K_{B0}}$ et $\boldsymbol{K_{B1}}$) ont déjà été décidées. Les variables à décider à la période 2 sont les prix : $\boldsymbol{P_A}$, $\boldsymbol{P_B}$, $\boldsymbol{\lambda_0}$ et $\boldsymbol{\lambda_1}$.

5.1 Équilibre dans le scénario 1

Le scénario 1 est illustré à la Figure 5. Comme expliqué précédemment, les jeux $\boldsymbol{J_0}$ et $\boldsymbol{J_1}$ sont situés aux emplacements **0** et **1** respectivement. Les drapeaux identifient les consoles. Nous supposons (sans perte de généralité) que le jeu $\boldsymbol{J_0}$ est exclusif à la console $\boldsymbol{A}$ et que le jeu $\boldsymbol{J_1}$ est exclusif à la console $\boldsymbol{B}$, plutôt que l'inverse.

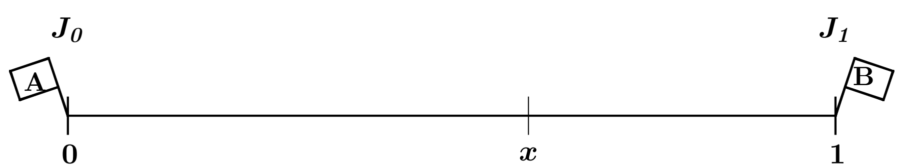

Figure 5 : Scénario 1 (chaque jeu exclusif à une console différente).

Pour jouer au jeu $\boldsymbol{J_0}$, un consommateur situé à l'emplacement $\boldsymbol{x}$ doit "franchir" la distance qui le sépare de l'emplacement 0, puis acheter le jeu $\boldsymbol{J_0}$ ainsi que la console $\boldsymbol{A}$. Similairement pour le jeu $\boldsymbol{J_1}$ et la console $\boldsymbol{B}$. S'il achète le jeu $\boldsymbol{J_0}$ il aura donc comme utilité

$$\boldsymbol{u(x,0,A) = U - x - P_A - \lambda_0} \tag{14}$$

tandis que s'il achète le jeu $\boldsymbol{J_1}$ il aura

$$u(x,1,B) = U - (1-x) - P_B - \lambda_1 \tag{15}$$

Nous présupposons une situation de consommateur indifférent, tel que décrit à la section 4.1. Si, une fois les prix déquilibre trouvés, nous vérifions que $\bar{u} \geq 0$, alors cette supposition aura été justifiée.

On trouve l'emplacement et l'utilité du consommateur indifférent en imposant

$$u(\bar{x},0,A) \;=\; u(\bar{x},1,B) \qquad . \tag{16}$$

Le résultat :

$$\bar{x} \;=\; \frac{1+(P_B-P_A)+(\lambda_1-\lambda_0)}{2} \tag{17}$$

$$\bar{u} \;=\; U - \left[\frac{1+P_A+P_B+\lambda_0+\lambda_1}{2}\right] \tag{18}$$

Les quantités demandées des divers produits sont :

$$q_A \;=\; q_0 \;=\; \bar{x} \tag{19}$$

$$q_B \;=\; q_1 \;=\; 1-\bar{x} \tag{20}$$

car tous les consommateurs entre 0 et $\bar{x}$ achèteront le jeu J_0 et la console A, tandis que tous ceux entre $\bar{x}$ et 1 achèteront le jeu J_1 et la console B.

Voici les équations de profit pour les diverses firmes :

$$\pi_A = P_A\,\bar{x} - r_{A0}\,\bar{x} - K_{A0} \tag{21}$$

$$\pi_B = P_B\,(1-\bar{x}) - r_{B1}\,(1-\bar{x}) - K_{B1} \tag{22}$$

$$\pi_0 = \lambda_0\,\bar{x} + r_{A0}\,\bar{x} + K_{A0} \tag{23}$$

$$\pi_1 = \lambda_1\,(1-\bar{x}) + r_{B1}\,(1-\bar{x}) + K_{B1} \tag{24}$$

où $\bar{x}$ est donné par l'équation (17). Les montants contractuels (r_{ci} et K_{ci}) ont été fixés à la première période ; ils sont considérés immuables à ce stade-ci.

Le problème de la firme A est de choisir P_A afin de maximiser π_A. Ceci donne comme condition de premier ordre

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial P_A} = \left[\frac{1+P_B+\lambda_1-\lambda_0+r_{A0}}{2}\right] - P_A = 0 \tag{25}$$

d'où on obtient la fonction de réaction de la firme A :

$$\boldsymbol{P_A} = \left[\frac{\boldsymbol{1 + P_B + \lambda_1 - \lambda_0 + r_{A0}}}{\boldsymbol{2}}\right] \tag{26}$$

Similairement, on obtient pour la firme $\boldsymbol{B}$

$$\boldsymbol{P_B} = \left[\frac{\boldsymbol{1 + P_A + \lambda_0 - \lambda_1 + r_{B1}}}{\boldsymbol{2}}\right] \tag{27}$$

Le problème de la firme **0** est de choisir $\boldsymbol{\lambda_0}$ afin de maximiser $\boldsymbol{\pi_0}$. Cela donne comme condition de premier ordre :

$$\frac{\boldsymbol{\partial \pi_0}}{\boldsymbol{\partial \lambda_0}} = \left[\frac{\boldsymbol{1 + P_B - P_A + \lambda_1 - r_{A0}}}{\boldsymbol{2}}\right] - \boldsymbol{\lambda_0} = \boldsymbol{0} \tag{28}$$

d'où on obtient la fonction de réaction :

$$\boldsymbol{\lambda_0} = \left[\frac{\boldsymbol{1 + P_B - P_A + \lambda_1 - r_{A0}}}{\boldsymbol{2}}\right] \tag{29}$$

Similairement on obtient pour la firme **1**

$$\boldsymbol{\lambda_1} = \left[\frac{\boldsymbol{1 + P_A - P_B + \lambda_0 - r_{B1}}}{\boldsymbol{2}}\right] \tag{30}$$

Les équations (26), (27), (29) et (30) forment un systéme de quatre équations en quatre inconnues. La solution de ce système est :

$$\boldsymbol{P_A} = \boldsymbol{1 + r_{A0}} \tag{31}$$
$$\boldsymbol{P_B} = \boldsymbol{1 + r_{B1}} \tag{32}$$
$$\boldsymbol{\lambda_0} = \boldsymbol{1 - r_{A0}} \tag{33}$$
$$\boldsymbol{\lambda_1} = \boldsymbol{1 - r_{B1}} \tag{34}$$

Avec ces valeurs, on peut trouver l'emplacement du consommateur indifférent :

$$\boldsymbol{\bar{x}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}} \tag{35}$$

Ceci ne cause pas de surprise, car le scénario est totalement symétrique. Cependant, il est intéressant de noter que les modalités des ententes entre producteurs et développeurs ne parviennent pas à affecter $\boldsymbol{\bar{x}}$.

L'utilité du consommateur indifférent est

$$\boldsymbol{\bar{u}} = \boldsymbol{u(\bar{x}, 0, A)} = \boldsymbol{u(\bar{x}, 1, B)} = \boldsymbol{U - \frac{5}{2}} \tag{36}$$

Cette utilité est non-négative, puisque nous avons supposé $\boldsymbol{U \geq 2.5}$.

Les profits des firmes à l'équilibre sont :

$$\begin{aligned}
\pi_A &= \frac{1}{2} - K_{A0} && (37) \\
& && (38) \\
\pi_B &= \frac{1}{2} - K_{B1} && (39) \\
& && (40) \\
\pi_0 &= \frac{1}{2} + K_{A0} && (41) \\
& && (42) \\
\pi_1 &= \frac{1}{2} + K_{B1} && (43)
\end{aligned}$$

On note que les royautés $\boldsymbol{r_{ci}}$ affectent les prix d'équilibre mais pas les profits. Mais pour les montants fixes $\boldsymbol{K_{ci}}$, c'est le contraire.

On voit aussi que les développeurs font plus de profit que les producteurs, car ces derniers doivent payer pour obtenir des jeux exclusifs. Si l'on retire les paiements forfaitaires, par contre, toutes les firmes ont le même profit.

5.2 Équilibre dans le scénario 2

Le scénario 2 est illustré à la Figure 6. Encore une fois, nous supposons une situation de consommateur indifférent, et gardons en tête qu'il faut $\boldsymbol{\bar{u} \geq 0}$ à l'équilibre.

Pour jouer au jeu $\boldsymbol{J_0}$, un consommateur doit, comme dans le scénario précédent, franchir la distance qui le sépare de l'emplacement $\mathbf{0}$, puis acheter le jeu $\boldsymbol{J_0}$ ainsi que la console $\boldsymbol{A}$. Le consommateur qui veut acheter le jeu $\boldsymbol{J_1}$ doit se rendre à l'emplacement $\mathbf{1}$ et acheter le jeu ; cette fois, cependant, il doit acheter la console $\boldsymbol{A}$ et non la console $\boldsymbol{B}$. En effet, il est supposé ici que lors de la période de négociation (qui précède immédiatement ce sous-jeu) la firme $\boldsymbol{A}$ a conclu des ententes d'exclusivité avec les deux développeurs, et a donc exclu la firme $\boldsymbol{B}$ du marché entièrement.

En achetant le jeu $\boldsymbol{J_0}$ un consommateur obtient

$$u(x, 0, A) = U - x - P_A - \lambda_0 \tag{44}$$

tandisqu'en achetant le jeu $\boldsymbol{J_1}$ il obtient

$$u(x, 1, A) = U - (1 - x) - P_A - \lambda_1 \tag{45}$$

Les caractéristiquest du consommateur indifférent s'obtiennent par l'égalité suivante :

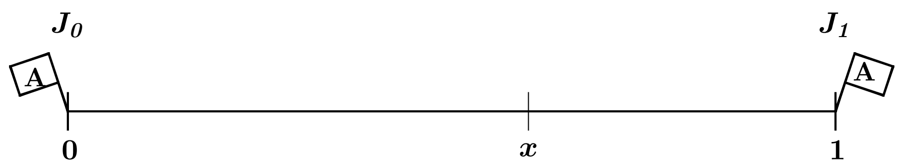

Figure 6 : Scénario 2 (les deux jeux sont exclusifs à la console *A*).

$$u(\bar{x}, 0, A) = u(\bar{x}, 1, A) \quad . \tag{46}$$

Le résultat :

$$\bar{x} = \frac{1 + \lambda_1 - \lambda_0}{2} \tag{47}$$

$$\bar{u} = U - P_A - \left[\frac{1 + \lambda_0 + \lambda_1}{2}\right] \tag{48}$$

Les quantités demandées des divers produits sont :

$$q_A = 1 \tag{49}$$

$$q_B = 0 \tag{50}$$

$$q_0 = \bar{x} \tag{51}$$

$$q_1 = 1 - \bar{x} \tag{52}$$

Nous analysons d'abord le problème d'optimisation des développeurs (firmes **0** et **1**), car celui des producteurs est un peu plus complexe. Voici les équations de profit pour les développeurs :

$$\pi_0 = (\lambda_0 + r_{A0})\ \bar{x} + K_{A0} \tag{53}$$

$$\pi_1 = (\lambda_1 + r_{A1})\ (1 - \bar{x}) + K_{A1} \tag{54}$$

Notons que ceux-ci ne dépendent pas de P_A.

Le problème de la firme **0** est de maximiser π_0 en choisissant λ_0 . Sa condition de premier ordre est

$$\frac{\partial \pi_0}{\partial \lambda_0} = \frac{1 + \lambda_1 - r_{A0} - 2\lambda_0}{2} = 0 \tag{55}$$

ce qui mène à la fonction de réaction

$$\boldsymbol{\lambda_0 = \frac{1 + \lambda_1 - r_{A0}}{2}} \tag{56}$$

De manière analogue, on a pour la firme **1**

$$\boldsymbol{\lambda_1 = \frac{1 + \lambda_0 - r_{A1}}{2}} \tag{57}$$

L'intersection nous donne les valeurs d'équilibre de $\boldsymbol{\lambda_0}$ et $\boldsymbol{\lambda_1}$:

$$\boldsymbol{\lambda_0 = 1 - \left[\frac{2r_{A0} + r_{A1}}{3}\right]} \tag{58}$$

$$\boldsymbol{\lambda_1 = 1 - \left[\frac{r_{A0} + 2r_{A1}}{3}\right]} \tag{59}$$

Avec ces valeurs, on peut trouver l'emplacement du consommateur indifférent, ainsi que son niveau d'utilité :

$$\boldsymbol{\bar{x} = \frac{1}{2} + \left[\frac{r_{A0} - r_{A1}}{6}\right]} \tag{60}$$

$$\boldsymbol{\bar{u} = U - P_A + \left[\frac{r_{A0} + r_{A1} - 3}{2}\right]} \tag{61}$$

où $\boldsymbol{P_A}$ reste à être déterminé.

Nous passons maintenant au problème de la firme $\boldsymbol{A}$. Comme déjà mentionné, la présente analyse nécessite $\boldsymbol{\bar{u} \geq 0}$. D'après l'équation (61), cela veut maintenant dire qu'il faut

$$\boldsymbol{P_A \;\leq\; \bar{P}_A \;\equiv\; U + \left[\frac{r_{A0} + r_{A1} - 3}{2}\right]} \tag{62}$$

Donc si la firme $\boldsymbol{A}$ charge $\boldsymbol{P_A \leq \bar{P}_A}$, nous sommes bien dans une situation de consommateur indifférent (Figure 2). Mais si elle charge $\boldsymbol{P_A > \bar{P}_A}$, alors il s'ensuit une situation de demande fracturée (Figure 3). Nous allons démontrer que la firme $\boldsymbol{A}$ n'a *pas* intérêt à charger $\boldsymbol{P_A > \bar{P}_A}$, qu'en fait elle maximise son profit en chargeant $\boldsymbol{P_A = \bar{P}_A}$.

Si la firme $\boldsymbol{A}$ charge $\boldsymbol{P_A \leq \bar{P}_A}$, alors comme l'indique l'équation (49) la population entière achète une console $\boldsymbol{A}$, c'est-à-dire $\boldsymbol{q_A = 1}$. Le profit de la firme est par conséquent

$$\boldsymbol{\pi_A^{CI}(P_A) = P_A - \bar{x}r_{A0} - (1 - \bar{x})r_{A1} - K_{A0} - K_{A1}} \tag{63}$$

où $\boldsymbol{CI}$ dénote la situation de consommateur indifférent. On note que cette fonction est strictement croissante en $\boldsymbol{P_A}$. Lorsque la firme charge $\boldsymbol{P_A = \bar{P}_A}$ ce profit devient

$$\pi_A^{CI}(\bar{P}_A) = U - \left(\frac{3}{2}\right) - \left[\frac{(r_{A0} - r_{A1})^2}{6}\right] - K_{A0} - K_{A1} \tag{64}$$

Si la firme A charge $P_A > \bar{P}_A$ alors la demande se fracture, comme à la Figure 3. Il y aura deux emplacements x_0 et x_1 tels que $x_0 < x_1$, spécifiquement

$$x_0 = u - \lambda_0 - P_A \tag{65}$$

$$1 - x_1 = u - \lambda_1 - P_A \tag{66}$$

La firme vendra des consoles aux consommateurs situés de 0 à x_0 (qui achèteront aussi le jeu J_0) ainsi qu'aux consommateurs situés de x_1 à 1 (qui eux achèteront le jeu J_1). Son profit sera

$$\pi_A^{DF}(P_A) = x_0(P_A - r_{A0}) + (1 - x_1)(P_A - r_{A1}) - K_{A0} - K_{A1} \tag{67}$$

où DF dénote une situation de demande fracturée. Si les firmes 0 et 1 choisissent les prix λ_0 et λ_1 trouvés précédemment aux équations (58) et (59), alors il est démontrable que

$$\lim_{x \to \bar{P_A}^+} \pi_A^{DF}(x) \quad = \quad U - \left(\frac{3}{2}\right) - \left[\frac{(r_{A0} - r_{A1})^2}{6}\right] - K_{A0} - K_{A1} \tag{68}$$

ce qui est exactement le montant trouvé à l'équation (64).

De plus — toujours en supposant la tarification indiquée par les équations (58) et (59) — on trouve

$$\frac{\partial \pi_A^{DF}}{\partial P_A} \quad = \quad 2[U - P_A - 1 + r_{A0} + r_{A1}] \tag{69}$$

En stipulant $P_A > \bar{P}_A$ cela implique

$$\frac{\partial \pi_A^{DF}}{\partial P_A} \quad < \quad 2[2 - U] \tag{70}$$

Puisque nous supposons $U \geq 2.5$, on conclut que la dérivée est négative.

En résumé, donc, π_A est croissant en P_A pour $P_A \leq \bar{P}_A$, puis (sans subir de discontinuité) devient décroissant en P_A lorsque $P_A > \bar{P}_A$. On conclut que le prix optimal est $\bar{P}_A$.

Ceci donne $\bar{u} = 0$. Le consommateur situé à $\bar{x}$ obtient une utilité nulle, mais tous les autres obtiennent une utilité positive.

Les profits des firmes à l'équilibre sont

$$\pi_A = U - \left(\frac{3}{2}\right) - \left[\frac{(r_{A0} - r_{A1})^2}{6}\right] - K_{A0} - K_{A1} \tag{71}$$

$$\pi_B = 0 \tag{72}$$

$$\pi_0 = \left[\frac{(3 + r_{A0} - r_{A1})^2}{18}\right] + K_{A0} \tag{73}$$

$$\pi_1 = \left[\frac{(3 - r_{A0} + r_{A1})^2}{18}\right] + K_{A1} \tag{74}$$

5.3 Équilibre dans le scénario 3

Le scénario 3 est exactement le même que le scénario 2, mais c'est la console B qui a le monopole sur le marché des jeux. On se retrouve alors avec les mêmes solutions qu'au scénario 2, mais avec les rôles inversés pour les producteurs $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$.

On a donc

$$\pi_A = 0 \tag{75}$$

$$\pi_B = U - \left(\frac{3}{2}\right) - \left[\frac{(r_{B0} - r_{B1})^2}{6}\right] - K_{B0} - K_{B1} \tag{76}$$

$$\pi_0 = \left[\frac{(3 + r_{B0} - r_{B1})^2}{18}\right] + K_{B0} \tag{77}$$

$$\pi_1 = \left[\frac{(3 - r_{B0} + r_{B1})^2}{18}\right] + K_{B1} \tag{78}$$

5.4 Équilibre dans le scénario 4

Le scénario 4 est illustré à la Figure 7. Nous supposons (sans perte de généralité) que c'est le jeu J_0 et non le jeu J_1 qui est exclusif à la console $\boldsymbol{A}$. Le jeu J_1 est universel.

Pour jouer au jeu J_0, un consommateur doit franchir la distance qui le sépare de l'emplacement 0, puis acheter le jeu J_0 ainsi que la console $\boldsymbol{A}$ (identifiée par un drapeau). Pour le jeu J_1le consommateur peu choisir entre la console $\boldsymbol{A}$ ou $\boldsymbol{B}$.

Spécifiquement, un consommateur qui achète le jeu J_0 et la console $\boldsymbol{A}$ obtient

$$u(x, 0, A) = U - x - P_A - \lambda_0 \tag{79}$$

S'il opte pour le jeu J_1 et la console $\boldsymbol{A}$, il aura

$$u(x, 1, A) = U - (1 - x) - P_A - \lambda_1 \tag{80}$$

Enfin, il peut choisir le jeu J_1 et la console $\boldsymbol{B}$ et obtenir

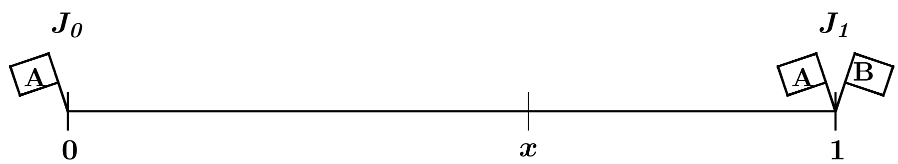

Figure 7 : Scénario 4 (un jeu exclusif à la plateforme A, l'autre universel).

$$u(x, 1, B) = U - x - P_B - \lambda_1 \tag{81}$$

En comparant les équations (80) et (81), on voit que le consommateur qui choisit d'acheter le jeu J_1 va nécessairement se procurer la console la moins chère.

Ceci génère un dilemme pour la firme A. Les consommateurs dans la partie gauche de l'intervalle (près du jeu J_0) constituent presque un marché captif pour elle. Elle pourrait tirer avantage de ceci en chargeant un prix P_A relativement élevé. Mais en faisant ceci, elle va sûrement céder à la firme B tous les consommateurs qui vont acheter le jeu J_1.

Par contre, elle pourrait essayer de s'accaparer l'entièreté du marché (de $\mathbf{0}$ à $\mathbf{1}$) en chargeant un prix inférieur à P_B. Mais à l'équilibre ce prix serait très bas — car la firme B veut, elle aussi, avoir le prix le plus bas — et le profit sera très bas en conséquence. Il s'agirait d'une concurrence par les prix, comme dans le modèle de Bertrand.

Nous allons nous concentrer sur la première de ces deux possibilités, celle où la firme A charge un prix P_A relativement élevé. Nous fournirons une explication justificative une fois que nous aurons trouvé les prix et les profits, ainsi que les conditions nécessaires pour qu'un tel équilibre existe.

Nous supposons donc que la firme A desservira tous les consommateurs de $\mathbf{0}$ à $\bar{x}$, et que la firme B desservira ceux de $\bar{x}$ à $\mathbf{1}$. Voici les équations de profit pour les diverses firmes :

$$\pi_A = (P_A - r_{A0})\,\bar{x} - K_{A0} \tag{82}$$
$$\pi_B = P_B\,(1 - \bar{x}) \tag{83}$$
$$\pi_0 = (\lambda_0 + r_{A0})\bar{x} + K_{A0} \tag{84}$$
$$\pi_1 = \lambda_1\,(1 - \bar{x}) \tag{85}$$

où $\bar{x}$ est déterminé comme au scénario 1 :

$$\bar{x} = \frac{1 + (P_B - P_A) + (\lambda_1 - \lambda_0)}{2} \tag{86}$$

Le problème de la firme A est de choisir P_A afin de maximiser π_A. Ceci donne comme condition de premier ordre

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial P_A} = \left[\frac{1 + P_B + \lambda_1 - \lambda_0 + r_{A0}}{2}\right] - P_A = 0 \tag{87}$$

d'où l'on obtient la fonction de réaction de la firme A :

$$P_A = \left[\frac{1 + P_B + \lambda_1 - \lambda_0 + r_{A0}}{2}\right] \tag{88}$$

Le problème de la firme B est de choisir P_B afin de maximiser π_B. Ceci donne comme condition de premier ordre

$$\frac{\partial \pi_B}{\partial P_B} = \left[\frac{1 + P_B + \lambda_0 - \lambda_1}{2}\right] - P_B = 0 \tag{89}$$

d'où l'on obtient la fonction de réaction de la firme B :

$$P_B = \left[\frac{1 + P_A + \lambda_0 - \lambda_1}{2}\right] \tag{90}$$

Le problème du développeur du jeu J_0 est de choisir λ_0 afin de maximiser π_0. Cela donne comme condition de premier ordre :

$$\frac{\partial \pi_0}{\partial \lambda_0} = \left[\frac{1 + P_B - P_A + \lambda_1 - r_{A0}}{2}\right] - \lambda_0 = 0 \tag{91}$$

d'où on obtient la fonction de réaction du développeur du jeu J_0 :

$$\lambda_0 = \left[\frac{1 + P_B - P_A + \lambda_1 - r_{A0}}{2}\right] \tag{92}$$

Le problème du développeur du jeu J_1 est de choisir λ_1 afin de maximiser π_1. Cela donne comme condition de premier ordre :

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial \lambda_1} = \left[\frac{1 + P_A - P_B + \lambda_0}{2}\right] - \lambda_1 = 0 \tag{93}$$

d'où on obtient la fonction de réaction du développeur du jeu J_1 :

$$\lambda_1 = \left[\frac{1 + P_A - P_B + \lambda_0}{2}\right] \tag{94}$$

Les équations (88), (90), (92) et (94) forment un systéme de quatre équations en quatre inconnues. La solution de ce système est :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{P_A} &= \boldsymbol{1 + r_{A0}} && (95)\\
\boldsymbol{P_B} &= \boldsymbol{1} && (96)\\
\boldsymbol{\lambda_0} &= \boldsymbol{1 - r_{A0}} && (97)\\
\boldsymbol{\lambda_1} &= \boldsymbol{1} && (98)
\end{aligned}$$

Avec ces valeurs, on peut trouver l'emplacement du consommateur indifférent :

$$\boldsymbol{\bar{x}} = \boldsymbol{\frac{1}{2}} \tag{99}$$

Les profits des firmes sont :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\pi_A} &= \boldsymbol{\frac{1}{2} - K_{A0}} && (100)\\
\boldsymbol{\pi_B} &= \boldsymbol{\frac{1}{2}} && (101)\\
\boldsymbol{\pi_0} &= \boldsymbol{\frac{1}{2} + K_{A0}} && (102)\\
\boldsymbol{\pi_1} &= \boldsymbol{\frac{1}{2}} && (103)
\end{aligned}$$

Avant de déclarer qu'il s'agit d'un équilibre, il faut vérifier que la firme $\boldsymbol{A}$ n'a pas intérêt à choisir l'autre option, qui est d'essayer de s'accaparer le marché entier.

Pour étudier cette déviation potentielle, nous supposons que les firmes $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{0}$ et $\boldsymbol{1}$ se comportent comme on vient de décrire, c'est-à-dire selon les équations (96), (97) et (98). Comme la déviation consiste à charger un prix $\boldsymbol{P_A}$ juste en dessous de $\boldsymbol{P_B}$, nous considérons comme déviation

$$\boldsymbol{P_A^D} = \boldsymbol{P_B - \epsilon} = \boldsymbol{1 - \epsilon} \tag{104}$$

où $\boldsymbol{\epsilon}$ est une quantité positive près de zéro.

Avec ces valeurs, nous trouvons un nouveau consommateur indifférent :

$$\boldsymbol{\bar{x}^D = \frac{1 + r_{A0} + \epsilon}{2}} \tag{105}$$

La firme $\boldsymbol{A}$ desservirait tout le marché et son profit serait

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\pi_A^D} &= \boldsymbol{P_A^D - r_{A0}\bar{x}^D - K_{A0}} && (106)\\
&= \boldsymbol{1 - \epsilon - r_{A0}\left[\frac{1 + r_{A0} + \epsilon}{2}\right] - K_{A0}} && (107)
\end{aligned}$$

Pour que les prix trouvés aux équations (95) à (98) constituent un équilibre, il faut que le profit trouvé à l'équation (100) soit au moins aussi grand que π_A^D. Il faut donc que

$$\frac{1}{2} - K_{A0} \quad \geq \quad 1 - \epsilon - r_{A0}\left[\frac{1 + r_{A0} + \epsilon}{2}\right] - K_{A0} \tag{108}$$

Étant donné que ϵ est positif et arbitrairement petit, on peut écrire

$$\frac{1}{2} - K_{A0} \quad > \quad 1 - r_{A0}\left[\frac{1 + r_{A0}}{2}\right] - K_{A0} \tag{109}$$

En simplifiant, ceci devient

$$r_{A0}^2 + r_{A0} - 1 > 0 \tag{110}$$

On ne considère que les valeurs positives de r_{A0}, et donc on obtient comme condition :

$$r_{A0} \quad > \quad \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \quad \equiv \quad r^* \quad \approx 0.62 \tag{111}$$

Il s'agit d'une condition sur la royauté r_{A0} établie lors des négociations à la première période. Or, le prix d'équilibre du jeu J_0 est $\lambda_0 = 1 - r_{A0}$. Comme ce prix ne peut pas être négatif, on doit avoir

$$r_{A0} \quad \in \quad]r^*, 1] \tag{112}$$

Une première question s'impose en regardant cette condition : Qu'arrive-t-il si elle n'est pas remplie ? Alors on peut conclure qu'à l'équilibre la firme A ne cède *pas* la clientèle du jeu J_1 entièrement à la firme B.

En fait, il n'y a dans ce cas aucun équilibre en stratégies pures. En effet, s'il y avait un tel équilibre, la concurrence entre les firmes A et B pour les acheteurs du jeu J_1 mènerait à $P_A = P_B = 0$, le résultat connu du modèle de Bertrand. Alors, il est facile de démontrer que la firme A aurait intérêt à charger plus cher, abandonnant ainsi les acheteurs du jeu J_1 mais augmentant quand même ses profits grâce aux acheteurs du jeu J_0.

Il faudrait donc chercher un équilibre en stratégies mixtes. Un tel équilibre est compliqué à trouver, vu que l'espace stratégique est continu. Cependant, nous conjecturons que si nous trouvions cet équilibre, il montrerait, pour les deux producteurs, des profits *moindres* que ceux trouvés aux équations (100) à (103). En effet, un tel équilibre comporterait une concurrence partielle entre les firmes A et B pour les acheteurs du jeu J_1, tandis qu'à l'équilibre trouvé plus haut, les firmes évitent cette concurrence.

Une deuxième question qui se pose : Est-il probable que la condition d'équilibre (111) soit satisfaite ? Il nous apparaît très probable qu'elle le soit. En effet, la valeur de $\boldsymbol{r_{A0}}$ est choisie à la première période par les firmes $\boldsymbol{A}$ et $\mathbf{0}$. Les équations (100) et (102) révèlent que $\boldsymbol{r_{A0}}$ *n'affecte pas les profits* de ces firmes. Les deux firmes se sentent donc complètement libres de fixer la valeur de $\boldsymbol{r_{A0}}$ de telle sorte que la condition (111) soit satisfaite, sans que cela ait de conséquences pour leurs profits.

Dans cette optique, la royauté $\boldsymbol{r_{A0}}$ peut jouer le rôle de *dispositif d'engagement*[2] sans coût. En s'engageant dès la première période à payer à la firme $\mathbf{0}$ une royauté au-dessus d'un certain niveau, la firme $\boldsymbol{A}$ s'enlève toute tentation (à la deuxième période) de faire une concurrence par les prix à la firme $\boldsymbol{B}$ pour la clientèle du jeu $\boldsymbol{J_1}$.

En observant les équations (100) et (101), on s'aperçoit que la firme $\boldsymbol{B}$ réalise un profit supérieur (si $\boldsymbol{K_{A0} > 0}$) ou égal (si $\boldsymbol{K_{A0} = 0}$) à celui de la firme $\boldsymbol{A}$, ceci en dépit du fait que la firme $\boldsymbol{B}$ n'a pas conclu d'entente d'exclusivité. C'est que la firme $\boldsymbol{A}$, en voulant profiter de son entente d'exclusivité du jeu $\boldsymbol{J_0}$, donne *de facto* à la firme $\boldsymbol{B}$ l'exclusivité du jeu $\boldsymbol{J_1}$. Il y a ici un certain aspect de resquillage.

5.5 Équilibre dans le scénario 5

Le scénario 5 est l'analogue du scénario 4, mais pour la firme $\boldsymbol{B}$. Donc, tous nos calculs et nos conclusions sont les mêmes ; il n'y a qu'à prendre en compte que c'est la console $\boldsymbol{B}$ qui a un jeu exclusif et non la console $\boldsymbol{A}$. Nous supposons (sans perte de généralité) que ce jeu exclusif est le jeu $\boldsymbol{J_1}$.

Les profits des firmes à l'équilibre sont :

$$\boldsymbol{\pi_A} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \tag{113}$$

$$\boldsymbol{\pi_B} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \boldsymbol{K_{B1}} \tag{114}$$

$$\boldsymbol{\pi_0} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \tag{115}$$

$$\boldsymbol{\pi_1} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} + \boldsymbol{K_{B1}} \tag{116}$$

avec comme condition d'équilibre

$$\boldsymbol{r_{B0}} \in \,]\boldsymbol{r^*}, \mathbf{1}] \tag{117}$$

2. en anglais : *commitment device*

5.6 Équilibre dans le scénario 6

Le scénario 6 est illustré à la Figure 8. Pour jouer au jeu J_0, un consommateur doit franchir la distance qui le sépare de l'emplacement **0**, puis acheter le jeu J_0 ainsi qu'une console (n'importe laquelle). Similairement pour le jeu J_1.

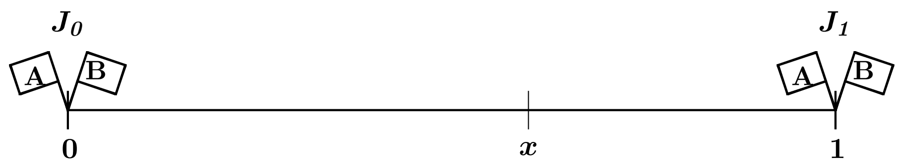

Figure 8 : Scénario 6 (les deux jeux sont universels).

Dans ce scénario, les deux consoles ne sont pas du tout différenciées. On se fit donc au modèle de Bertrand : le prix de vente des consoles sera le coût marginal. Celui-ci étant nul, on aura forcément

$$P_A = P_B = 0 \tag{118}$$

L'emplacement du consommateur indifférent ne dépend donc que des prix des jeux :

$$\bar{x} = \frac{1 + \lambda_1 - \lambda_0}{2} \tag{119}$$

Les quantités demandées des jeux sont :

$$q_0 = \bar{x} \tag{120}$$

$$q_1 = 1 - \bar{x} \tag{121}$$

Voici les équations de profit pour les développeurs :

$$\pi_0 = \lambda_0 \, \bar{x} \tag{122}$$

$$\pi_1 = \lambda_1 \, (1 - \bar{x}) \tag{123}$$

Le problème du développeur du jeu J_0 est de choisir λ_0 afin de maximiser π_0. Cela donne comme condition de premier ordre :

$$\frac{\partial \pi_0}{\partial \lambda_0} = \left[\frac{1 + \lambda_1}{2}\right] - \lambda_0 = 0 \tag{124}$$

d'où on obtient la fonction de réaction du développeur du jeu J_0 :

$$\boldsymbol{\lambda_0} = \left[\frac{\mathbf{1} + \boldsymbol{\lambda_1}}{\mathbf{2}}\right] \tag{125}$$

Similairement on obtient pour le développeur du jeu $\boldsymbol{J_1}$

$$\boldsymbol{\lambda_1} = \left[\frac{\mathbf{1} + \boldsymbol{\lambda_0}}{\mathbf{2}}\right] \tag{126}$$

Les équations (29) et (30) forment un systéme de deux équations en deux inconnues. La solution de ce système est :

$$\boldsymbol{\lambda_0} = \mathbf{1} \tag{127}$$
$$\boldsymbol{\lambda_1} = \mathbf{1} \tag{128}$$

Avec ces valeurs, on peut trouver l'emplacement du consommateur indifférent :

$$\bar{\boldsymbol{x}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \tag{129}$$

Les profits des firmes à l'équilibre sont :

$$\boldsymbol{\pi_A} = \mathbf{0} \tag{130}$$
$$\boldsymbol{\pi_B} = \mathbf{0} \tag{131}$$
$$\boldsymbol{\pi_0} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \tag{132}$$
$$\boldsymbol{\pi_1} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \tag{133}$$

Ce scénario est tout simplement néfaste pour les producteurs de consoles. Ils sont donc fortement incités à l'éviter en concluant des ententes d'exclusivité avec les développeurs. Par contre, les développeurs ici font des profits positifs. Ils ont beaucoup moins besoin de conclure des ententes d'exclusivité. Alors, il est facile de comprendre pourquoi ce sont les producteurs qui devront payer les développeurs pour conclure ces ententes.

6 Première période : les négociations

Maintenant que nous avons identifié les comportements d'équilibre dans les divers sous-jeux de la deuxième période, nous pouvons nous pencher sur les négociations de la première. Il faut noter que ces équilibres en sous-jeux ne respectent pas tous le critère de stabilité de Gale et Shapley (1962) [6] à qui nous avons fait déjà fait référence. Nous allons examiner ici quel scénario sera stable, c'est-à-dire qu'aucun agent voudra dévier du scénario.

Nous n'allons pas analyser le processus de négociation lui-même. Nous allons seulement identifier les arrangements qui répondent aux conditions d'équilibre. Pour ce faire, il faut comparer les profits de chaque firme dans divers scénarios. Ceci deviendra plus clair dans l'exécution.

Pour commencer, nous regroupons aux Tableaux 1 et 2 les profits d'équilibre des quatre firmes pour les six scénarios de la deuxième période.

Profits des producteurs		
sc.	$\boldsymbol{\pi_A}$	$\boldsymbol{\pi_B}$
1	$\frac{1}{2} - K_{A0}$	$\frac{1}{2} - K_{B1}$
2	$U - \frac{3}{2} - \frac{1}{6}(r_{A0} - r_{A1})^2 - K_{A0} - K_{A1}$	0
3	0	$U - \frac{3}{2} - \frac{1}{6}(r_{B0} - r_{B1})^2 - K_{B0} - K_{B1}$
4	$\frac{1}{2} - K_{A0}$	$\frac{1}{2}$
5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - K_{B1}$
6	0	0

Tableau 1 – **Profits des producteurs par scénario**

Profits des développeurs		
sc.	$\boldsymbol{\pi_0}$	$\boldsymbol{\pi_1}$
1	$\frac{1}{2} + K_{A0}$	$\frac{1}{2} + K_{B1}$
2	$\frac{1}{18}(3 + r_{A0} - r_{A1})^2 + K_{A0}$	$\frac{1}{18}(3 + r_{A1} - r_{A0})^2 + K_{A1}$
3	$\frac{1}{18}(3 + r_{B0} - r_{B1})^2 + K_{B0}$	$\frac{1}{18}(3 + r_{B1} - r_{B0})^2 + K_{B1}$
4	$\frac{1}{2} + K_{A0}$	$\frac{1}{2}$
5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + K_{B1}$
6	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Tableau 2 – **Profits des développeurs par scénario**

6.1 Pas d'équilibre avec le scénario 6

Supposons qu'à la fin des négociations, on aboutit au scénario 6, c'est-à-dire qu'aucune entente d'exclusivité n'a été signée. Les conditions d'équilibre sont-elles remplies ? Autrement dit, y a-t-il une déviation profitable pour quelqu'un ?

Considérons les firmes $\boldsymbol{A}$ et $\mathbf{0}$. Si elles avaient conclu une entente, nous aurions obtenu le scénario 4 au lieu du scénario 6. Comparons les profits de ces deux firmes dans ces deux scénarios. Ceci est illustré au Tableau 3.

sc.	π_A	π_0
4	$\frac{1}{2} - K_{A0}$	$\frac{1}{2} + K_{A0}$
6	0	$\frac{1}{2}$

Tableau 3 – **Profits des firmes $\boldsymbol{A}$ et 0 aux scénarios 4 et 6**

Il y a ici une déviation profitable. Si les deux firmes avaient signé une entente d'exclusivité avec comme modalités

$$K_{A0} \in \,]0, 1[\qquad \text{et} \qquad r_{A0} \in \,]r^*, 1] \tag{134}$$

les profits des deux firmes seraient plus grands. [3] On peut conclure qu'à l'équilibre les négociations ne peuvent pas mener au scénario 6.

6.2 Pas d'équilibre avec le scénario 1

Supposons cette fois que deux ententes d'exclusivité ont été signées : une entre les firmes $\boldsymbol{A}$ et $\mathbf{0}$, l'autre entre les firmes $\boldsymbol{B}$ et $\mathbf{1}$. Nous serions donc parvenus au scénario 1.

Si dans cette entente il y a $K_{B1} > 0$, alors il y a une déviation profitable pour la firme $\boldsymbol{B}$. En effet, si elle choisit de ne pas signer d'entente, on atteint le scénario 4 au lieu du scénario 1, et la firme obtient $\pi_B = 1/2$ au lieu de $\pi_B = 1/2 - K_{B1}$, un gain pour elle.

Si par contre $K_{B1} = 0$, alors la firme $\mathbf{1}$ peut signer une meilleure entente avec la firme $\boldsymbol{A}$ que celle qu'elle a en main. Ceci nous mènerait au scénario 2. Le tableau 4 montre les profits des deux firmes dans ces scénarios.

sc.	π_A	π_1
1	$\frac{1}{2} - K_{A0}$	$\frac{1}{2}$
2	$U - \frac{3}{2} - \frac{1}{6}(r_{A0} - r_{A1})^2 - K_{A0} - K_{A1}$	$\frac{1}{18}(3 + r_{A1} - r_{A0})^2 + K_{A1}$

Tableau 4 – **Profits des firmes $\boldsymbol{A}$ et 1 aux scénarios 1 et 2**

Les deux firmes pourraient s'entendre sur les modalités suivantes :

3. Voir l'équation (111) pour la définition de r^*. La condition sur r_{A0} est nécessaire pour que les profits affichés aux tableaux 1, 2 et 3 pour le scénario 4 soient valides. La nécessité de cette condition est expliquée à la Section 5.4.

$$\boldsymbol{K_{A1} = \frac{1}{4}} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{r_{A1} = r_{A0}} \tag{135}$$

Le profit de la firme $\boldsymbol{A}$ augmenterait de $\boldsymbol{U - 2.25}$, une quantité qu'on sait être positive vu notre hypothèse que $\boldsymbol{U \geq 2.5}$. Le profit de la firme **1** augmenterait de **0.25**.

Si $\boldsymbol{K_{B1} = K_{A1} = 0}$, alors il a une déviation profitable pour les entreprises de hardware. En effet, une des entreprises de hardware aurait intérêt à offrir aux deux compagnies de softwares une entente d'exclusivité pour arriver au scénario 2 ou 3.

Nous concluons que le scénario 1 ne peut pas faire partie d'un équilibre.

6.3 Pas d'équilibre avec le scénario 4 (ou 5)

Supposons maintenant que le scénario 4 a été atteint : une seule entente d'exclusivité existe, entre les firmes $\boldsymbol{A}$ et **0**. Dans ce cas, la firme **1** voudrait, elle aussi, signer une entente avec la firme $\boldsymbol{A}$. Ceci nous mènerait au scénario 2. Le tableau 5 nous montre les profits à comparer.

sc.	$\boldsymbol{\pi_A}$	$\boldsymbol{\pi_1}$
2	$\boldsymbol{U - \frac{3}{2} - \frac{1}{6}(r_{A0} - r_{A1})^2 - K_{A0} - K_{A1}}$	$\boldsymbol{\frac{1}{18}(3 + r_{A1} - r_{A0})^2 + K_{A1}}$
4	$\boldsymbol{\frac{1}{2} - K_{A0}}$	$\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

TABLEAU 5 – **Profits des firmes $\boldsymbol{A}$ et 1 aux scénarios 2 et 4**

Comme dans le cas précédent, les deux firmes pourraient s'entendre sur les modalités suivantes :

$$\boldsymbol{K_{A1} = \frac{1}{4}} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{r_{A1} = r_{A0}} \tag{136}$$

Le profit de la firme $\boldsymbol{A}$ augmenterait de $\boldsymbol{U - 2.25 > 0}$, et celui de la firme **1** augmenterait de **0.25**.

Nous concluons que le scénario 4 ne peut pas être atteint à l'équilibre. Par un raisonnement similaire, on peut aussi exclure le scénario 5.

6.4 Equilibre avec scénario 2 (ou 3)

Nous voulons maintenant établir l'existence d'un équilibre menant au scénario 2, dans lequel les deux développeurs signent avec la firme $\boldsymbol{A}$. Dans cette section, nous offrons des valeurs spécifiques des modalités d'entente. Une caractérisation plus générale de l'équilibre (i.e. intervalles de valeurs d'équilibre des modalités) est présentée dans l'Appendice 2.

On suppose les modalités suivantes :

$$\boldsymbol{K_{A0} = K_{A1} = \frac{1}{2}} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{r_{A0} = r_{A1} = 0.75} \tag{137}$$

Avec ces modalités, les profits des quatre firmes sont les suivants :

$$\boldsymbol{\pi_A = U - \frac{5}{2}} \qquad ; \qquad \boldsymbol{\pi_B = 0} \qquad ; \qquad \boldsymbol{\pi_0 = \pi_1 = 1} \tag{138}$$

La firme $\boldsymbol{A}$ n'a pas intérêt à dévier. Dans son cas, cela voudrait dire laisser tomber une des ententes. Si elle laisse tomber l'entente avec la firme **1**, nous passons au scénario 4, où son profit [4] deviendrait $\boldsymbol{\pi_A = 1/2 - K_{A0} = 0}$. Similairement si elle abandonne l'entente avec la firme **0**. Si la firme $\boldsymbol{A}$ laisse tomber les deux ententes à la fois, nous arrivons au scénario 6, où son profit est également nul.

Aucune autre déviation profitable n'existe. D'abord, si la firme **1** abandonne son entente avec la firme $\boldsymbol{A}$ (sans conclure une autre entente) nous passerions au scénario 4 ; le profit du développeur tomberait de $\boldsymbol{\pi_1 = 1}$ à $\boldsymbol{\pi_1 = 1/2}$.

Ensuite, si la firme **1** abandonnait son entente avec la firme $\boldsymbol{A}$ en faveur d'une entente avec la firme $\boldsymbol{B}$, nous passerions au scénario 1. Les profits des deux firmes seraient alors

$$\boldsymbol{\pi_B = \frac{1}{2} - K_{B1}} \qquad ; \qquad \boldsymbol{\pi_1 = \frac{1}{2} + K_{B1}} \tag{139}$$

Pour que cette déviation en vaille la peine pour la firme **1**, il faudrait $\boldsymbol{K_{B1} > 1/2}$; mais ceci entraînerait un profit négatif pour la firme $\boldsymbol{B}$. Il n'y aura donc pas de déviation de ce genre.

Bien sûr, ce qui a été dit pour la firme **1** tient aussi pour la firme **0**. Nous constatons donc qu'aucune déviation profitable n'existe.

A cet équilibre, les prix seront

$$\boldsymbol{P_A = U - 0.75} \qquad ; \qquad \boldsymbol{\lambda_0 = \lambda_1 = 0.25} \tag{140}$$

Nous pourrions aussi inverser les rôles des deux producteurs, les firmes $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$. Le scénario 3 peut donc aussi apparaître à l'équilibre. En effet, les modalités suivantes assureraient un tel équilibre :

$$\boldsymbol{K_{B0} = K_{B1} = \frac{1}{2}} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{r_{B0} = r_{B1} = 0.75} \tag{141}$$

4. Puisque nous avons choisi $\boldsymbol{r_{A0} = r_{A1} = 0.75}$, les conditions (111) et (117) sont satisfaites.

6.5 Interprétation

Dans la section précédente, nous avons trouvé que l'équilibre se retrouve au scénario 2 ou 3. Chacun de ces scénarios correspond à une situation de monopole pour un producteur de consoles : la firme $\boldsymbol{A}$ dans le scénario 2, la firme $\boldsymbol{B}$ dans le scénario 3.

Le fait que le marché des consoles tend librement vers une situation de monopole pourrait faire penser au monopole naturel. Par contre, il n'y a ici aucune barrière à l'entrée pour la firme qui se retrouve exclue du marché. Il n'y a même pas de coûts.

Il y a un aspect ici qui ressemble beaucoup à l'intégration verticale. Habituellement, ce genre d'intégration permet aux entreprises de réduire leur coût et d'augmenter leur efficacité en acquérant ou en se fusionnant avec une autre firme dans la chaîne de production. Dans notre scénario 2, la firme $\boldsymbol{A}$ est prête à payer à chaque développeur un montant forfaitaire assez élevé pour s'allier avec lui. Cette dépense est entièrement justifiée par l'arrivée de plusieurs nouveaux consommateurs.

Il ne s'agit pourtant pas d'intégration verticale comme on l'entend généralement. En effet, lorsqu'on parle d'une console et d'un jeu, peut-on dire qu'un est un bien intermédiaire et l'autre un bien final ?

Il s'agit plutôt de *liage technologique*[5], qui consiste à rendre un produit indispensable à l'utilisation d'un autre. Certes, une console est nécessaire pour utiliser un jeu vidéo, mais dans le scénario 2, c'est la console $\boldsymbol{A}$ en particulier qui devient indispensable pour pouvoir jouer.

7 Conclusion

Pour conclure, on rappelle qu'il y a deux équilibres au modèle, c'est-à-dire les scénarios 2 et 3. Le scénario d'équilibre dans lequel nous allons nous retrouver va dépendre de l'entreprise de hardware qui va réussir à signer des contrats d'exclusivité avec les développeurs. Il n'y a en fait aucune façon de prédire laquelle, vu la structure de notre modèle.

Dans la réalité, le marché des consoles de jeux vidéo n'est *pas* un monopole. Cependant, le nombre de producteurs importants est petit : XBox et PlayStation sont les consoles les plus vendues, et beaucoup de gens n'en connaissent pas d'autres. La production de consoles ne requiert pas de ressource particulièrement difficile à obtenir, et ne comporte pas de coûts fixes importants. Donc, on ne peut pas parler de barrières à l'entrée ni d'oligopole naturel. Nous croyons donc avoir trouvé une explication possible pour la concentration de ce marché.

Il faut se rappeler que nous avons fait quelques hypothèses simplificatrices. Il serait intéressant de revoir le sujet en enlevant les hypothèses une à la fois.

5. en anglais : *technological tying*

La première hypothèse que nous avons faite est que le consommateur pouvait seulement acheter un jeu. Ceci limitait le marché qui pouvait potentiellement doubler puisque tous les consommateurs auraient pu acheter deux jeux. Il faudrait étudier quelle part de la population voudrait acheter un autre jeu et comment ceci pourrait avoir un impact sur les compagnies de hardware et de software. D'après nous, ceux qui accordent un plus haut niveau d'utilité aux jeux vidéos voudront en acheter plus. Ceci viendrait accroître les revenus des compagnies, ce qui pourrait inciter les producteurs de consoles *encore plus* à signer des ententes d'exclusivité. On pourrait aussi voir apparaître une tarification plus complexe, par exemple des combos, l'entreprise de hardware voudrait rendre l'achat d'un deuxième jeu moins couteux suite à l'achat d'un premier jeu.

Une autre hypothèse que nous avons faite est que le nombre de développeurs est égal au nombre de producteurs. Le fait que nous avions décidé d'avoir seulement deux consoles était assez représentatif de la réalité puisque le marché des consoles de jeux est très petit. Par contre, le marché des jeux vidéos lui est énorme et décider d'avoir seulement deux jeux allait venir impacter nos conclusions. Dans des recherches futures, il serait intéressant d'ajouter plus de jeux disponibles. Si le nombre de jeux disponible au total est de trois, on pourrait trouver un équilibre où chaque console veut seulement posséder un jeu exclusif. La même chose pourrait arriver si on décide finalement d'augmenter le nombre de consoles aussi. Que se passerait-il si nous avions un marché avec 3 consoles et 7 jeux, par exemple ? Nous croyons que si un plus grand nombre de jeux se retrouve sur le marché, les producteurs de hardware auront une meilleure position de négociation face aux développeurs de software. Il y aura sûrement un plus grand nombre de jeux exclusifs aussi puisqu'il serait plus facile d'attirer les développeurs aux consoles avec des revenus garantis si la compétition entre les jeux est féroce.

S'il y a plus de jeux, la nature même de la concurrence sera changée. Si l'on augmente le nombre de jeux, le nombre de scénarios possibles augmentera exponentiellement. Alors, même dans un équilibre symétrique où tous les jeux sont exclusifs, il resterait à déterminer si chaque plateforme offre une large gamme de qualité (Figure 9) ou si chaque plateforme se spécialise dans une gamme étroite de jeux (Figure 10).

Figure 9.

La dernière hypothèse que nous allons regarder ici est qu'il y a seulement une dimension de différenciation. En effet, nous avons émis l'hypothèse que les jeux étaient seulement différenciés de façon horizontale. Donc, les jeux étaient de même qualité, mais de différents types. On pourrait

Figure 10.

inclure la différenciation verticale dans le modèle, ce qui viendrait rendre les choses intéressantes, surtout si l'on augmente le nombre de jeux disponibles. Il serait intéressant de voir si les producteurs de consoles voudraient rendre les jeux de moindre qualité exclusifs, puisque les développeurs de ces derniers seraient peut-être plus flexibles lors des négociations ; mais ils apporteraient sûrement moins de profits aux entreprises.

On pourrait aussi étudier plusieurs dimensions de différenciation horizontale. Un jeu vidéo est composé de plusieurs éléments qui font en sorte que plusieurs personnes peuvent aimer ou non un jeu. Par exemple, on pourrait avoir une dimension de violence et une dimension sur la nature narrative du jeu. Tout dépendamment où le jeu se retrouve sur l'échelle, il va attirer un certain type de joueur ; et peut-être qu'une console se spécialisera dans un certain type de jeux. Un bon exemple de cela serait Nintendo, qui se concentre principalement à produire des jeux de nature plus familiale avec peu de violence.

Pour finir, bien que cette recherche introduise bien notre sujet de recherche, plusieurs avenues possibles de recherches futures voient le jour si l'on enlève certaines hypothèses.

Appendice 1

Dans cet appendice, nous prouvons que pour une valeur suffisamment élevée du paramètre d'utilité $\boldsymbol{U}$ il n'existe pas d'équilibre avec demande fracturée. Ce type d'équilibre est décrit à la section 1.4.2 et illustrée à la figure 3.

En éliminant ce type d'équilibre — et ayant argumenté dans le texte (section 1.4.3) qu'un équilibre avec monopole ne peut pas exister — nous nous assurons que l'équilibre du modèle sera nécessairement du type "consommateur indifférent", tel que décrit à la section 1.4.1 et illustré à la figure 2.

Nous supposons, comme dans le texte, que $\boldsymbol{U \geq 2.5}$.

Scénario 1

Supposons que le sous-jeu appelé "scénario 1" a été atteint. Supposons aussi qu'il y a équilibre avec demande fracturée.

La demande pour le système composé de la console A et du jeu $\boldsymbol{J_0}$ est

$$\boldsymbol{x_0 = U - \lambda_0 - P_A} \tag{142}$$

où (à la marge) les firmes $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$ ne se soucient pas de la concurrence. Le profit de la firme A est

$$\boldsymbol{\pi_A = (U - \lambda_0 - P_A)(P_A - r_{A0}) - K_{A0}} \tag{143}$$

La maximisation de ce profit mène à la fonction de réaction

$$\boldsymbol{P_A = \left[\frac{U - \lambda_0 + r_{A0}}{2}\right]} \tag{144}$$

La firme **0** a comme fonction de profit

$$\boldsymbol{\pi_0 = (U - \lambda_0 - P_A)(\lambda_0 + r_{A0}) + K_{A0}} \tag{145}$$

et comme fonction de réaction

$$\boldsymbol{\lambda_0 = \left[\frac{U - P_A - r_{A0}}{2}\right]} \tag{146}$$

L'intersection des deux fonctions de réaction nous donne les valeurs d'équilibre de $\boldsymbol{P_A}$ et de $\boldsymbol{\lambda_0}$:

$$\boldsymbol{P_A = (1/3)U + r_{A0}} \tag{147}$$

$$\boldsymbol{\lambda_0 = (1/3)U - r_{A0}} \tag{148}$$

On peut maintenant calculer la quantité demandée pour ce système :

$$\boldsymbol{x_0 = (1/3)U} \tag{149}$$

En reprenant ces démarches pour le système composé de la console $\boldsymbol{B}$ et du jeu $\boldsymbol{J_1}$, on obtient les prix d'équlibre suivants :

$$\boldsymbol{P_B = (1/3)U + r_{B1}} \tag{150}$$

$$\boldsymbol{\lambda_1 = (1/3)U - r_{B1}} \tag{151}$$

et la quantité demandée suivante :

$$\boldsymbol{1 - x_1 = (1/3)U} \tag{152}$$

La somme de ces quantités demandées ne peut pas excéder la taille du marché, puisque personne n'achète plus qu'une console :

$$\boldsymbol{x_0 + (1 - x_1) \leq 1} \tag{153}$$

En remplaçant les quantités trouvées, ceci devient

$$\boldsymbol{(1/3)U + (1/3)U \leq 1} \tag{154}$$

et donc

$$\boldsymbol{U \leq 1.5} \tag{155}$$

Ceci contredit l'hypothèse que $\boldsymbol{U \geq 2.5}$.

Scénario 2

Supposons que le sous-jeu appelé "scénario 2" a été atteint. Supposons aussi qu'il y a équilibre avec demande fracturée.

La demande pour le système composé de la console A et du jeu $\boldsymbol{J_0}$ est

$$\boldsymbol{x_0 = U - \lambda_0 - P_A} \tag{156}$$

et celle pour le système composé de la console A et du jeu $\boldsymbol{J_1}$ est

$$\boldsymbol{1 - x_1 = U - \lambda_1 - P_A} \tag{157}$$

Le profit de la firme A est

$$\boldsymbol{\pi_A = (P_A - r_{A0})(U - \lambda_0 - P_A) + (P_A - r_{A1})(U - \lambda_1 - P_A) - K_{A0} - K_{A1}} \tag{158}$$

La maximisation de ce profit mène à la fonction de réaction

$$\boldsymbol{P_A} = \left[\frac{\boldsymbol{2U - \lambda_0 - \lambda_1 + r_{A0} + r_{A1}}}{\boldsymbol{4}}\right] \tag{159}$$

La firme **0** a comme fonction de profit

$$\boldsymbol{\pi_0 = (U - \lambda_0 - P_A)(\lambda_0 + r_{A0}) + K_{A0}} \tag{160}$$

et comme fonction de réaction

$$\boldsymbol{\lambda_0} = \left[\frac{\boldsymbol{U - P_A - r_{A0}}}{\boldsymbol{2}}\right] \tag{161}$$

Similairement la firme **1** a comme fonction de réaction

$$\boldsymbol{\lambda_1} = \left[\frac{\boldsymbol{U - P_A - r_{A1}}}{\boldsymbol{2}}\right] \tag{162}$$

L'intersection des trois fonctions de réaction nous donne les valeurs d'équilibre de $\boldsymbol{P_A}$, de $\boldsymbol{\lambda_0}$ et de $\boldsymbol{\lambda_1}$:

$$\boldsymbol{P_A = (1/3)U + (1/2)r_{A0} + (1/2)r_{A1}} \tag{163}$$

$$\boldsymbol{\lambda_0 = (1/3)U - (3/4)r_{A0} - (1/4)r_{A1}} \tag{164}$$

$$\boldsymbol{\lambda_1 = (1/3)U - (1/4)r_{A0} - (3/4)r_{A1}} \tag{165}$$

On peut maintenant calculer les quantité demandées des deux systèmes :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x_0} &= \boldsymbol{(1/3)U + (1/4)r_{A0} - (1/4)r_{A1}} && (166) \\ \boldsymbol{1 - x_1} &= \boldsymbol{(1/3)U - (1/4)r_{A0} + (1/4)r_{A1}} && (167) \end{aligned}$$

La somme de ces quantités demandées ne peut pas excéder la taille du marché, puisque personne n'achète plus qu'une console :

$$\boldsymbol{x_0 + x_1 \leq 1} \tag{168}$$

En remplaçant les quantités trouvées, ceci devient

$$\boldsymbol{(2/3)U \leq 1} \tag{169}$$

et donc

$$\boldsymbol{U \leq 1.5} \tag{170}$$

Ceci contredit l'hypothèse que $\boldsymbol{U \geq 2.5}$.

Scénario 3

Le scénario 3 est le même que le scénario 2 si on remplace l'entreprise $\boldsymbol{A}$ par l'entreprise $\boldsymbol{B}$. La conclusion est la même.

Scénario 4 et 5

Les scénarios 4 et 5 sont similaires au scénario 1. C'est-à-dire que chaque console va finir par vendre un seul jeu sur sa console. La seule différence étant que l'entreprise qui n'a pas signé un contrat d'exclusivité ne devrait pas payer un montant forfaitaire. Ceci étant dit, les conclusions que nous avons tirées au scénario 1 sont les mêmes que ceux aux scénarios 4 et 5 puisque les formulaires du profits sont les mêmes. On peut donc conclure que notre hypothèse de départ que $\boldsymbol{U \geq 2.5}$ est respectée.

Scénario 6

Supposons que le sous-jeu appelé "scénario 1" a été atteint. Supposons aussi qu'il y a équilibre avec demande fracturée.

La demande pour le système composé de la console A et du jeu $\boldsymbol{J_0}$ est

$$\boldsymbol{x_0 = U - \lambda_0} \tag{171}$$

La firme **0** a comme fonction de profit

$$\boldsymbol{\pi_0 = (U - \lambda_0)\lambda_0} \tag{172}$$

et comme fonction de réaction

$$\boldsymbol{\lambda_0 = \left[\frac{U}{2}\right]} \tag{173}$$

On peut maintenant calculer la quantité demandé :

$$\boldsymbol{x_0 = (1/2)U} \tag{174}$$

En reprenant ces démarches pour le système composé de la console $\boldsymbol{B}$ et du jeu $\boldsymbol{J_1}$, on obtient les prix d'équlibre suivants :

$$\boldsymbol{\lambda_1 = (1/2)U} \tag{175}$$

et la quantité demandée suivante :

$$\boldsymbol{x_1 = (1/2)U} \tag{176}$$

La somme de ces quantités demandées ne peut pas excéder la taille du marché, puisque personne n'achète plus qu'une console :

$$\boldsymbol{x_0 + x_1 \leq 1} \tag{177}$$

En remplaçant les quantités trouvées, ceci devient

$$\boldsymbol{(1/2)U + (1/2)U \leq 1} \tag{178}$$

et donc

$$\boldsymbol{U \leq 1} \tag{179}$$

Ceci contredit l'hypothèse que $\boldsymbol{U \geq 2.5}$.

Appendice 2

Cet appendice a pour but d préciser les ententes possibles à l'équilibre, telles que représentées par les modalités $\boldsymbol{r_{A0}}$, $\boldsymbol{r_{A1}}$, $\boldsymbol{r_{B0}}$, $\boldsymbol{r_{B1}}$, $\boldsymbol{K_{A0}}$, $\boldsymbol{K_{A1}}$, $\boldsymbol{K_{B0}}$ et $\boldsymbol{K_{B1}}$. Nous limitons l'analyse aux équilibres symétriques et en stratégies pures.

Par symétrie de l'équilibre nous avons

$$\boldsymbol{r_{A0} = r_{A1} \quad ; \quad r_{B0} = r_{B1} \quad ; \quad K_{A0} = K_{A1} \quad ; \quad K_{B0} = K_{B1}} \tag{180}$$

Comme expliqué dans le texte, l'équilibre n'est possible qu'aux scénarios 2 et 3. Sans perte de généralité nous analysons le scénario 2 seulement, le scénario 3 étant complètement analogue.

Dénotons $\boldsymbol{K_A \equiv K_{A0} = K_{A1}}$. Le profit du producteur $\boldsymbol{A}$ dans le scénario 2 est

$$\boldsymbol{\pi_A = U - (3/2) - 2K_A} \tag{181}$$

étant donné que $\boldsymbol{r_{A0} = r_{A1}}$. Il faut que ce montant soit non-négatif, sinon le producteur voudrait se retirer du marché. Ceci implique

$$\boldsymbol{K_A \leq (1/2)U - (3/4)} \tag{182}$$

Il faut ensuite considérer une déviation possible du producteur $\boldsymbol{A}$. S'il abandonne une de ses ententes (disons celle avec le développeur 1), il se retrouve dans le scénario 4, où son profit est

$$\boldsymbol{\pi_A = (1/2) - K_A} \tag{183}$$

Pour que cette déviation ne soit pas profitable pour lui, il faut que

$$\boldsymbol{K_A \leq U - 2} \tag{184}$$

Cependant, cette condition est rédondante si la condition (182) est satisfaite et l'hypothèse que $\boldsymbol{U \geq 2.5}$ est maintenue.

Passons aux développeurs maintenant. Puisque $\boldsymbol{r_{A0} = r_{A1}}$, le profit de chaque développeur dans le scénario 2 est

$$\boldsymbol{\pi_0 = \pi_1 = (1/2) + K_A} \tag{185}$$

Si un des développeurs (disons la firme 1) abandonne son entente avec le producteur $\boldsymbol{A}$ (sans en conclure une avec le producteur $\boldsymbol{B}$), alors on se retrouve dans le scénario 4 et cette firme obtient un profit de $\boldsymbol{1/2}$. Il faut donc à l'équilibre que

$$\boldsymbol{K_A \geq 0} \tag{186}$$

Si la firme 1 abandonne son entente avec le producteur $\boldsymbol{A}$ pour en former une avec le producteur $\boldsymbol{B}$, alors nous passons au scénario 1 et son profit devient

$$\boldsymbol{\pi_1 = (1/2) + K_{B1}} \tag{187}$$

Cette déviation n'est donc profitable pour elle que si $\boldsymbol{K_{B1} > K_A}$. Mais il s'agit d'une déviation qui se fait à deux : la déviation, pour qu'elle ait lieu, doit être profitable pour le producteur $\boldsymbol{B}$ aussi. Le producteur $\boldsymbol{B}$ a un profit nul dans le scénario 2, et obtient un profit de

$$\boldsymbol{\pi_B = (1/2) - K_{B1}} \tag{188}$$

dans le scénario 1. Pour que ce producteur trouve cette déviation profitable, il faut donc que $\boldsymbol{K_{B1} < 1/2}$. La déviation est profitable aux deux parties si

$$\boldsymbol{K_A < K_{B1} < (1/2)} \tag{189}$$

Pour empêcher ceci, il faut avoir

$$\boldsymbol{K_A \geq (1/2)} \tag{190}$$

Cette condition rend rédondante la condition (186).

En unissant les conditions d'optimalité pour le producteur et les développeurs, on obtient

$$(1/2) \leq \boldsymbol{K_A} \leq (1/2)\boldsymbol{U} - (3/4) \tag{191}$$

Puisque $\boldsymbol{U} \geq \mathbf{2.5}$ par hypothèse, la valeur $\boldsymbol{K_A} = \mathbf{1/2}$ satisfait cette condition.

Dénotons maintenant $\boldsymbol{r_A} \equiv \boldsymbol{r_{A0}} = \boldsymbol{r_{A1}}$. Avec cette égalité des royautés aux deux développeurs, elle s'annulent de plusiquers équations de profit et jouent donc un rôle limité. Il faut en premier lieu que les prix des jeux soient non-négatifs. En vertu des équations (58) et (59), ces prix sont

$$\boldsymbol{\lambda_0} = \boldsymbol{\lambda_1} = \mathbf{1} - \boldsymbol{r_A} \tag{192}$$

Il faut donc

$$\boldsymbol{r_A} \leq \mathbf{1} \tag{193}$$

Il fut noté dans la section 5.4 que si les royautés sont moins que $\boldsymbol{r^*}$s, il n'y a pas d'équilibre en stratégies pures dans le sous-jeu. Comme nous cherchons les précisions pour un équilibre en stratégies pures, nous imposons la condition $\boldsymbol{r_A} \geq \boldsymbol{r^*}$.

Les royautés doivent donc satisfaire

$$\boldsymbol{r^*} \leq \boldsymbol{r_A} \leq \mathbf{1} \tag{194}$$

En conclusion, pour avoir un équilibre symétrique et en stratégies pures, les modalités d'ententes d'exclusivité doivent obéir les conditions (191) et (194) .

Références

[1] Armstrong, M. Competition in Two-Sided Markets. *RAND Journal of Economics 37*, 3 (Feb. 2006), 668–691.

[2] Caillaud, B., and Jullien, B. Chicken & Egg : Competition among Intermediation Service Providers. *The RAND Journal of Economics 34*, 2 (2003), 309–328. Publisher : [RAND Corporation, Wiley].

[3] Carrillo, J. D., and Tan, G. Platform competition with complementary products. *International Journal of Industrial Organization 77* (2021), 102741.

[4] Corts, K. S., and Lederman, M. Software exclusivity and the scope of indirect network effects in the U.S. home video game market. *International Journal of Industrial Organization 27*, 2 (Mar. 2009), 121–136.

[5] Derdenger, T. Technological tying and the intensity of price competition : An empirical analysis of the video game industry. *Quantitative Marketing and Economics 12*, 2 (June 2014), 127–165.

[6] Gale, D., and Shapley, L. S. College Admissions and the Stability of Marriage. *The American Mathematical Monthly 69*, 1 (1962), 9–15. Publisher : Mathematical Association of America.

[7] Gretz, R. T., Malshe, A., Bauer, C., and Basuroy, S. The impact of superstar and non-superstar software on hardware sales : the moderating role of hardware lifecycle. *Journal of the Academy of Marketing Science 47*, 3 (May 2019), 394–416.

[8] Hotelling, H. Stability in Competition. *The Economic Journal 39*, 153 (1929), 41–57. Publisher : [Royal Economic Society, Wiley].

[9] Landsman, V., and Stremersch, S. Multihoming in Two-Sided Markets : An Empirical Inquiry in the Video Game Console Industry. *Journal of Marketing 75*, 6 (2011), 39–54. Publisher : American Marketing Association.

[10] Maruyama, M., and Ohkita, K. Platform Strategy of Video Game Software in Japan, 1984-1994 : Theory and Evidence. *Managerial and Decision Economics 32*, 2 (2011), 105–118. Publisher : Wiley.

[11] Regev, R. Disintegrating. In *Working in Hollywood*, How the Studio System Turned Creativity into Labor. University of North Carolina Press, 2018, pp. 195–208.

[12] Song, H., Jung, J., and Cho, D. Platform Competition in the Video Game Console Industry : Impacts of Software Quality and Exclusivity on Market Share. *Journal of Media Economics 30*, 3 (July 2017), 99–120. Publisher : Taylor & Francis Ltd.

[13] Thomes, T. P. In-house publishing and competition in the video game industry. *Information Economics and Policy 32* (2015), 46–57.